

2
f

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

5526 / 2-81

9/41-81
P2-81-538

С.Б.Герасимов, А.Б.Говорков

РАДИАЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ
 ρ - И π -МЕЗОНОВ
И ИХ СИЛЬНЫЕ РАСПАДЫ

Направлено в журнал "Zeitschrift für Physik, C"

1981

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, составные и дуально-резонансные модели адронов предсказывают существование частиц с одинаковыми квантовыми числами. С точки зрения кварковой модели эти состояния характеризуются различным числом узлов радиальных волновых функций $q\bar{q}$ -системы. Состояния с отличным от нуля числом узлов мы будем называть радиальными возбуждениями.

Свойства радиальных возбуждений мезонов весьма чувствительны к соотношению между короткодействующей сингулярной частью кваркового взаимодействия и взаимодействием, обеспечивающим конфайнмент, и поэтому их изучение дает важную информацию о динамике кварков. Наличие узлов у волновых функций может приводить к ярким качественным эффектам в процессах распадов резонансов. Например, из-за малости интегралов перекрытия волновых функций частиц в начальном и конечном состояниях некоторые распады радиальных возбужденных состояний оказываются сильно подавленными. Как будет показано ниже, важную роль при этом играет релятивистский эффект "сжатия" волновых функций образующихся частиц.

В данной работе мы рассматриваем радиальные возбуждения ρ и π -мезонов. В отличие от "тяжелых" J/ψ -, Υ -мезонов, для которых наличие нескольких радиальных возбуждений твердо установлено, спектроскопия таких состояний для "легких" π , ρ , K и т.д./ мезонов имеет значительно более бедную экспериментальную основу. К настоящему времени наблюдались лишь два резонанса $\rho'(1200)$ и $\rho''(1600)$ с квантовыми числами $\rho(770)$ -мезона. Эти резонансы изучались в реакциях аннигиляции $e^+e^- \rightarrow 2\pi, 4\pi$ и фоторождения $\gamma \rightarrow 2\pi, 4\pi$ и e^+e^- на протонах и ядрах. Оказалось, что оба они видны в канале образования 4π -системы, тогда как в 2π -канале наблюдался лишь более тяжелый $\rho''(1600)$ -резонанс. Отсутствие $\rho'(1200)$ в 2π -системе подтверждается также фазовым анализом $\pi\pi$ -рассеяния^{1/}. В связи с этим обстоятельством часто высказывались сомнения в самом существовании этого резонанса. Ниже будет показано, что все наблюдаемые особенности распадов $\rho'(1200)$ и $\rho''(1600)$ -резонансов находят естественное объяснение при надлежащем учете эффектов подавления распадов радиальных возбуждений.

Мы отождествляем $\rho'(1200)$ и $\rho''(1600)$ с первым и вторым радиальными возбуждениями $\rho(770)$ -мезона. Феноменологический

анализ свойств этих состояний проводится при учете взаимосвязей только между этими тремя состояниями /"трехуровневая задача"/. Учет вышележащих радиальных возбуждений ρ -мезона, а также соответствующих орбитальных /D-волновых/ возбуждений в настоящее время практически невозможен из-за отсутствия надежной экспериментальной информации.

Наконец, если принять, что ρ - и π -мезоны являются компонентами "сверхтонкой" структуры одного и того же уровня $q\bar{q}$ -системы, то радиальным возбуждениям ρ -мезона надлежит сопоставить π' и π'' -резонансы с квантовыми числами пиона. В данной работе будут даны оценки масс и ширин этих резонансов, обсуждены качественные особенности их распадов и, соответственно, возможность их экспериментального наблюдения.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Исходные данные для ρ -мезонных резонансов, представленные в табл.1, получены нами довольно наивным способом, а именно - простым усреднением всех имеющихся экспериментальных результатов для каждой величины и квадратичным усреднением ошибок. Необходимо оговориться, что экспериментальные результаты иногда очень сильно различаются, ошибки приводятся не во всех работах и даже более того - полная ширина $\rho''(1560)$ -резонанса зависит от того, наблюдается ли он в 2π - или 4π -модах распада. Ссылки на работы, из которых брались экспериментальные значения для данной величины, указаны в соответствующих клетках табл.1.

Таблица 1

Экспериментальные характеристики ρ -, ρ' - и ρ'' -резонансов

Векторный мезон, V	Масса, M_V , МэВ	Полная ширина, Γ_V , МэВ	Постоянная мезон-фотонного перехода $\gamma_V^2/4\pi$	Значение волновой функции кварков "в нуле", $\Psi_V(0)$, ГэВ ^{3/2}
$\rho(770)$	/2/ 776 ₊₃	/2/ 155 ₊₃	/2/ 0,523 _{+0,063}	0,0939 _{+0,0056}
$\rho'(1220)$	/4-8/ 1218 ₊₂₅	/4,5,7,8,12,14/ 246 ₊₆₁	/5-8,12/ 8,0 _{+2,2}	0,0474 _{+0,0067}
$\rho''(1560)$	/1,8-14/ 1560 ₊₅₁	/8,10-15/ 475 ₊₉₈	/13/ 2,44 _{+0,17}	0,1244 _{+0,0075}

Константы $\gamma_V^2/4\pi$ перехода векторного мезона в фотон получены из формулы

$$\gamma_V^2/4\pi = \alpha^2 M_V \Gamma_e^{-1}/12, \quad /1/$$

где Γ_e - ширина распада $V \rightarrow e^+e^-$ мезона V с массой M_V . Определение численных значений величин в последней колонке табл.1 как значений кварковой волновой функции "в нуле" имеет условный характер. В нерелятивистской кварковой модели действительно существует связь между этим значением и Γ_e , которую, с учетом /1/, можно представить в виде

$$|\Psi_V(0)|^2 = (4\pi/\gamma_V^2) M_V^3 C_V^{-2} / (64\pi), \quad /2/$$

где для ρ -резонансов следует положить $C_V^2 = 1/2$. Учет релятивистского движения легких кварков и виртуальных глюонных поправок к вершинной функции, $u\bar{q}\bar{q}$ -взаимодействия изменяет отношение между Γ_e и параметрами "истинной" волновой функции. В связи с этим мы предлагаем интерпретировать величину /2/ просто как некоторый феноменологический параметр. Его назначение будет состоять лишь в том, чтобы фиксировать отношение величин спин-спинового расщепления для основного состояния и высших радиальных возбуждений.

В отношении распадных свойств ρ -мезонных резонансов мы ориентируемся на следующую сводку данных /в скобках указаны доля данной моды распада в % и ее парциальная ширина, полученная в соответствии с данными табл.1/:

$$\begin{aligned} \rho(770) &\rightarrow 2\pi(-100\% ; 155 \pm 3 \text{ МэВ}) ; & /3/ \\ \rho'(1220) &\rightarrow \begin{cases} \omega\pi(85 \pm 7\% ^{8/} ; 209 \pm 55 \text{ МэВ}) , & /4a/ \\ 2\pi(-0\%) ; & /4б/ \end{cases} \\ \rho''(1560) &\rightarrow \begin{cases} \rho 2\pi & /доминирующая/, & /5a/ \\ \omega\pi(59 \pm 21\% ^{8/} ; 300 \pm 100 \text{ МэВ}) , & /5б/ \\ 2\pi(10 \div 20\% ^{15/} ; 50 \div 100 \text{ МэВ}) . & /5в/ \end{cases} \end{aligned}$$

Как уже отмечалось, распад $\rho' \rightarrow 2\pi$ не наблюдался в пределах экспериментальной разрешающей способности. Что касается данных о $\rho'' \rightarrow \omega\pi$ -распаде, то они имеются лишь в одной работе^{8/}. Приведенная в ней неожиданно большая ширина этого распада нуждается в независимой проверке и подтверждении.

Для определения свободных параметров обсуждаемых ниже моделей использовались следующие извлечения из экспериментальных данных /во всех последующих численных расчетах брались подчеркнутые значения/:

$$M(\rho) = \underline{770} \text{ МэВ}, \quad M(\rho') = \underline{1220} \text{ МэВ}, \quad M(\rho'') = \underline{1560} \text{ МэВ},$$

$$\chi(\rho') = |\Psi_{\rho'}(0)| / |\Psi_{\rho}(0)| = \underline{0,505} \pm 0,077,$$

$$\chi(\rho'') = |\Psi_{\rho''}(0)| / |\Psi_{\rho}(0)| = \underline{1,323} \pm 0,112,$$

$$\Gamma(\rho' \rightarrow \omega\pi) / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = \underline{1,35} \pm 0,35,$$

$$\Gamma_{\text{полн.}}(\rho'') / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = \underline{3,1} \pm 0,6.$$

Обращает на себя внимание особенность поведения отношений χ : она свидетельствует об уменьшении $|\Psi(0)|$ для ρ' -резонанса и увеличении - для ρ'' -резонанса по сравнению с соответствующим значением для ρ -мезона.

3. СПЕКТР МАСС

Массы ρ и π -мезонов мы будем отождествлять с собственными значениями линейного массового оператора

$$\hat{M} = \hat{\epsilon} + \hat{C} \delta(\vec{r}_{qq} - \vec{s}_q) (\vec{s}_q \cdot \vec{s}_q). \quad /6/$$

Невозмущенные спин-спиновым взаимодействием уровни и волновые функции основного состояния и высших радиальных возбуждений обозначим через $\epsilon_0, \epsilon_1, \dots$ и $\psi_0(\vec{r}), \psi_1(\vec{r}), \dots$. На первый взгляд может показаться, что использование нами контактного спин-спинового взаимодействия в /6/ жестко связано с нерелятивистским подходом к рассматриваемой задаче. В действительности мы используем более слабое предположение о пропорциональности спин-спинового взаимодействия величине параметра $|\Psi_{\nu}(0)|$, определяемого для различных радиальных возбуждений формулой /2/.

Для коэффициентов C_{ij} , входящих в матричные элементы спин-спинового взаимодействия, рассмотрим два варианта:

а/ "Сильная" связь - $C_{ij} = \text{const}$, т.е. не зависит от ϵ_i, ϵ_j ;

б/ "Слабая" связь - $C_{ij} \sim (\epsilon_i \epsilon_j)^{-1}$.

Ограничившись, как было указано выше, тремя уровнями ϵ_0, ϵ_1 и ϵ_2 , мы приходим к задаче нахождения собственных функций

$$\Psi(\vec{r}) = \alpha \psi_0(\vec{r}) + \beta \psi_1(\vec{r}) + \gamma \psi_2(\vec{r}) \quad /7/$$

матрицы

$$M = \begin{pmatrix} \epsilon_0 + \kappa C_{00} \psi_0^2 & \kappa C_{01} \psi_0 \psi_1 & \kappa C_{02} \psi_0 \psi_2 \\ \kappa C_{01} \psi_0 \psi_1 & \epsilon_1 + \kappa C_{11} \psi_1^2 & \kappa C_{12} \psi_1 \psi_2 \\ \kappa C_{02} \psi_0 \psi_2 & \kappa C_{12} \psi_1 \psi_2 & \epsilon_2 + \kappa C_{22} \psi_2^2 \end{pmatrix} \quad /8/$$

Здесь ψ_0, ψ_1, ψ_2 - значения "в нуле" волновых функций, соответствующих нерасщепленным уровням $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2$; $\kappa = 1/4 (-3/4)$ для векторных /псевдоскалярных/ мезонов. Численное решение системы возникающих алгебраических уравнений определяет все неизвестные параметры через исходные данные: $M_\pi = 140$ МэВ и значения $M_\rho, M_{\rho'}, M_{\rho''}, \chi_{\rho'}, \chi_{\rho''}$, указанные в конце предыдущего раздела. Спектр мезонных уровней показан на рис. 1, а коэффициенты α, β, γ , определяющие структуру "физических" состояний мезонов /7/, приведены в табл. 2.

Рассмотренные модели предсказывают существование радиальных возбуждений пиона с массами

$$M(\pi') = 1100 \div 1200 \text{ МэВ}, \quad M(\pi'') = 1300 \div 1500 \text{ МэВ}.$$

Меньшие значения соответствуют сильной связи, большие - слабой.

Полученные данные для ϵ_i и ψ_i ($i=0,1,2$) можно сравнить со следствиями простых потенциальных моделей, в которых не учитываются эффекты спин-спинового взаимодействия. Нами рассматривались решения уравнения Шредингера с потенциалами: гармонического осциллятора, линейным, кулоновским, комбинацией линейного и кулоновского /в этом случае приведенные значения определялись нами с помощью интерполяции данных /16/. Мы произвели также расчеты в рамках релятивистского вариационного подхода с учетом потенциалов векторного /линейный + кулоновский/ и скалярного /линейный/ типа /17/. Результаты сравнения представлены в табл. 3.

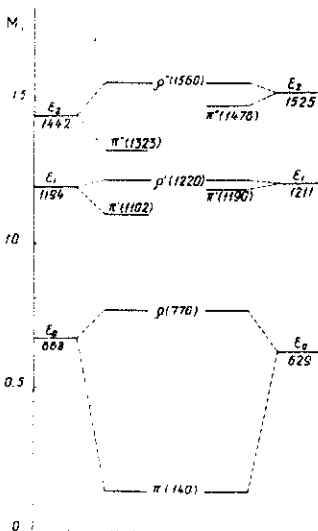


Рис. 1. Спектр мезонных уровней для сильной /слева/ и слабой /справа/ связей. Массы даны в единицах МэВ.

Таблица 2

Значения коэффициентов α , β , γ , определяющих волновые функции мезонных уровней

Мезон	Сильная связь			Слабая связь		
	α	β	γ	α	β	γ
ρ	0,99	-0,12	-0,13	0,994	-0,07	-0,08
ρ'	0,10	0,98	-0,20	0,08	0,996	-0,06
ρ''	0,15	0,18	0,97	0,08	0,05	0,995
π	0,92	0,23	0,32	0,98	0,10	0,15
π'	-0,34	0,85	0,40	-0,07	0,99	0,12
π''	-0,20	-0,46	0,87	-0,17	-0,09	0,98

Таблица 3

Сравнение рассчитанного спектра с результатами потенциальных моделей

	ϵ_1/ϵ_0	ϵ_2/ϵ_0	ψ_1/ψ_0	ψ_2/ψ_0
Феномен. расчет ^{а)}				
/a/	1,79	2,16	0,50	0,86
/b/	1,93	2,43	0,43	1,06
Осциллятор ^{а)}	входн. параметры	2,58 2,86	1,22	1,37
Линейный ^{а)}	входн. параметры	2,44 2,69	1	1
Кулоновский ^{а)}	входн. параметры	1,94 2,10	0,35	0,24
Линейный+ кулоновский ^{а)}	входн. параметры	входн. параметры	0,51 0,57	0,43 0,49
Релятив. модель	1,73	2,16	0,66	1,77

^{а)} Первое число /a/ относится к случаю сильной связи, второе /b/ - слабой связи.

Из данных табл.3 видно, что наилучшим образом с результатами нашего феноменологического анализа согласуется релятивистская модель¹⁷, включающая комбинацию линейного и кулоновского потенциалов. Отметим, что параметры этой модели были зафиксированы ранее на основе данных о спектре барионов и все приведенные в таблице величины вычислены вариационным методом с использованием пробных волновых функций гауссовского /осцилляторного/ типа. Отметим, что из всех рассмотренных моделей только в этой наблюдается "провал" $\psi_1(0)$ по сравнению с $\psi_0(0)$ и $\psi_2(0)$, как это и получилось в нашем феноменологическом подходе. По-видимому, возможно также уточнение предсказаний этой модели для отношений ψ_1/ψ_0 и ψ_2/ψ_0 за счет более подходящего выбора пробных функций.

4. ШИРИНЫ СИЛЬНЫХ РАСПАДОВ ρ' И ρ'' -МЕЗОНОВ

Мы предполагаем, что доминирующими каналами распадов ρ' и ρ'' -резонансов являются квазидвухчастичные каналы $A \rightarrow B+C$, где частицы B и C сами могут быть резонансами/. Для расчетов таких процессов мы привлекаем модель спонтанного образования кварк-антикварковой пары вакуума¹⁸⁻²²*,

Рассматриваемый процесс сопоставляется диаграмма на рис.2. На диаграмме "крестик" соответствует вакуумному "шпуриону" - амплитуде образования $q(\vec{k}) \bar{q}(-\vec{k})$ -пары с нулевым суммарным импульсом. Имея квантовые числа вакуума, $J^{PC}=0^{++}$, такая пара может образоваться лишь в 3P_0 -состоянии. Правила вычисления матричных элементов перехода в рамках этой модели в нерелятивистском случае детально изложены в работах²⁰⁻²². В целях иллюстрации мы приведем лишь выражение для интеграла перекрытия волновых функций мезонов и волновой функции родившейся $q\bar{q}$ -пары, входящего в амплитуду перехода $A \rightarrow B+C$, для частного случая, когда кварки во всех трех мезонах находятся в S-состояниях

$$I(A \rightarrow B+C) = \frac{1}{8k_B^2} \int d^3k \vec{k}_B \cdot \vec{Y}(\vec{k}_B - \vec{k}) \psi_A(\vec{k}_B + \vec{k}) \psi_B(\vec{k}) \psi_C(\vec{k}), \quad /9/$$

где $\vec{Y}(\vec{k})$ - телесная гармоника /с точностью до постоянного множителя это просто \vec{k} /. Выражение /9/ выписано в системе покоя мезона A.

*В ссылке²¹ интеграл перекрытия для $\rho' \rightarrow \rho\pi$ вычислен, по нашему мнению, некорректно.

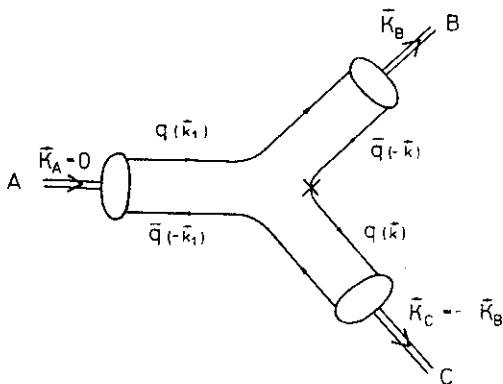


Рис.2. Диаграмма распада $A \rightarrow B + C$ в модели спонтанного рождения $q\bar{q}$ -пары в 3P_0 -состоянии.

Однако следует иметь в виду, что образующиеся мезоны B и C могут обладать большим импульсом, и даже если внутреннее движение кварков в этих мезонах предполагать нерелятивистским,

необходимо учитывать лоренц-сжатие соответствующих волновых функций. Для учета этого эффекта мы воспользуемся рецептом Лихта и Паньяменты ^{/23/} /см. также ^{/24,25/} /, согласно которому волновую функцию в системе покоя мезона следует заменить на "сжатую" в направлении движения мезона /по которому мы направим ось z / волновую функцию:

$$\psi(k_x, k_y, k_z) \rightarrow \beta(\gamma) \psi(k_x, k_y, \gamma^{-1} k_z), \quad /10/$$

где $\gamma = E/M$, E и M - энергия и масса мезона. Коэффициент $\beta(\gamma)$ определяет изменение нормировки "сжатой" волновой функции. Для него мы будем предполагать зависимость от γ вида

$$\beta(\gamma) = a + (1 - a) \gamma^{-2}, \quad /11/$$

в которую входит неизвестный параметр a. Ранее в других работах предлагались выражения типа

$$\beta(\gamma) = \gamma^{-2n}, \quad /12/$$

где $n=1/2$ ^{/23/} или $n=1$ ^{/25/}. Выражение /12/ стремится к 0 при $\gamma \rightarrow \infty$. Мы, однако, считаем, что в этом ультрарелятивистском пределе волновая функция не должна полностью исчезать, а должна переходить в выражение, напоминающее по своим свойствам волновую функцию "элементарной" /т.е. бесструктурной в направлении оси z / частицы. Некоторым оправданием указанного рецепта служит помещенное в Приложении 1 рассмотрение упрощенной модели распада скалярной частицы на две скалярные же частицы. Механизм распада описывается той же треугольной диаграммой на рис.2, которая, однако, теперь интерпретируется как фейнмановская диаграмма, у которой внутренние "кварковые" линии являются обычными пропагаторами скалярных частиц, а вершинные функции составных мезонов и кварков локальны и описываются соответ-

ствующими константами связи. В такой скалярной модели параметр α из /11/ имеет определенное значение. Для распадов же с участием спиновых частиц мы заимствуем лишь функциональную структуру радиального интеграла перекрытия, вытекающую из релятивистской скалярной модели, а величину параметра α будем определять эмпирически.

В качестве радиальных волновых функций мезонов использовались волновые функции гармонического осциллятора. Такой выбор позволяет получать аналитические выражения для интегралов перекрытия типа /9/ и, кроме того, как показывают вариационные расчеты, пробные функции этого типа неплохо аппроксимируют средние характеристики мезонов.

Перейдем к рассмотрению конкретных распадов ρ' и ρ'' -резонансов /4/ и /5/. Мы предполагаем, что распад /5а/ идет каскадным образом и доминирующими каналами являются

$$\rho'' \rightarrow \rho\epsilon \rightarrow \rho 2\pi, \quad /13/$$

$$\rho'' \rightarrow A_1 \pi \rightarrow \rho 2\pi. \quad /14/$$

Под ϵ подразумевается скалярный мезон, $J^{PC} = 0^{++}$ для массы и полной ширины которого мы принимаем значение $M_\epsilon \approx \Gamma_\epsilon \approx 650$ МэВ. Существование этого резонанса не является надежно установленным и потому канал распада /13/ следует рассматривать лишь как возможный. Далее, в рассматриваемой модели мы считаем ϵ -мезон $q\bar{q}$ -состоянием. Наряду с этим высказывались доводы в пользу $q^2\bar{q}^2$ -структуры ϵ -резонанса. Ясно, что вероятность распада /13/ будет сильно зависеть от предположений о структуре ϵ -мезона. Масса входящего в распад /14/ аксиального, $J^{PC} = 1^{++}$, A_1 -мезона пока что твердо не определена. Согласно более ранним данным, он имеет массу 1100 МэВ, тогда как новые измерения дают, скорее, 1240 МэВ /обсуждение этого вопроса см. в /2/ /. В дальнейшем мы будем иметь в виду оба эти значения.

Расчеты всех ширин выполняются по одной и той же стандартной схеме. Для каждого типа распада постулируется вид эффективного лагранжиана, с помощью которого определяется ширина распада через введенные эффективные константы и массы частиц. Эффективные константы, в свою очередь, вычисляются путем приравнивания матричных элементов перехода, вычисленных сначала с помощью эффективного лагранжиана /в системе покоя начального мезона/, а затем - в рассматриваемой модели кваркового описания динамики распада. Таким образом, эти константы оказываются выраженными через соответствующие интегралы перекрытия волновых функций. Описанная процедура реализована ниже для распадов $\rho \rightarrow 2\pi$ /аналогично для $\rho' \rightarrow 2\pi$, $\rho'' \rightarrow 2\pi$ /, $\rho' \rightarrow \omega\pi$ /аналогично для $\rho'' \rightarrow \omega\pi$ /, $\rho'' \rightarrow \rho\epsilon$ и $\rho'' \rightarrow A_1\pi$:

$$\underline{\rho \rightarrow 2\pi}: \mathcal{L}(\rho\pi\pi) = g_{\rho\pi\pi} \epsilon_{abc} \rho_{\mu}^a(x) \pi^b(x) \partial_{\mu}^c(x), \quad /15a/$$

$$\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = (2/3) (g_{\rho\pi\pi}^2 / 4\pi) k_{\pi}^3 M_{\rho}^{-2}, \quad /15б/$$

$$g_{\rho\pi\pi} = (1/6) M_{\rho}^{3/2} \beta^2(\gamma_{\pi}) I(\rho \rightarrow \pi\pi); \quad /15в/$$

$$\underline{\rho' \rightarrow \omega\pi}: \mathcal{L}(\rho'\omega\pi) = g_{\omega\rho\pi} \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \partial_{\mu} \omega_{\nu}(x) \partial_{\lambda} \rho_{\sigma}^a(x) \pi^a(x), \quad /16a/$$

$$\Gamma(\rho' \rightarrow \omega\pi) = (1/3) (g_{\rho'\omega\pi}^2 / 4\pi) k_{\pi}^3, \quad /16б/$$

$$g_{\rho'\omega\pi} = (2/3) (E_{\omega} E_{\pi} / M_{\rho'})^{1/2} \beta(\gamma_{\omega}) \beta(\gamma_{\pi}) I(\rho' \rightarrow \omega\pi), \quad /16в/$$

$$\underline{\rho'' \rightarrow \rho\epsilon}: \mathcal{L}(\rho''\rho\epsilon) = -g_{\rho''\rho\epsilon} \rho_{\mu}''(x) \rho^{\mu}(x) \epsilon(x), \quad /17a/$$

$$\Gamma(\rho'' \rightarrow \rho\epsilon) = (g_{\rho''\rho\epsilon}^2 / 4\pi) (1 + k_{\rho}^2 M_{\rho}^{-2} / 3) k_{\rho} M_{\rho}^{-2} / 2, \quad /17б/$$

$$g_{\rho''\rho\epsilon} = (2/3)^{3/2} (M_{\rho} E_{\rho} E_{\epsilon})^{1/2} \beta(\gamma_{\epsilon}) \beta(\gamma_{\rho}) L(\rho'' \rightarrow \rho\epsilon); \quad /17в/$$

$$\underline{\rho'' \rightarrow A_1\pi}: \mathcal{L}(\rho'' A_1\pi) = [-g_1 A_a^{\mu} \rho_{b\mu}'' + \quad /18a/$$

$$+ (g_2/2) (\partial^{\mu} A_a^{\nu} - \partial^{\nu} A_a^{\mu}) (\partial_{\mu} \rho_{b\nu}'' - \partial_{\nu} \rho_{b\mu}'')] \epsilon^{abc} \pi_c,$$

$$\Gamma(\rho'' \rightarrow A_1\pi) = (k_{\pi} / 12\pi) [g_1^2 (2 + E_A^2 M_A^{-2}) M_{\rho}^{-2} - \quad /18б/$$

$$- 6g_1 g_2 E_A M_{\rho}^{-1} + g_2^2 M_A^2 (1 + E_A^2 M_A^{-2})],$$

$$g_1 \left. \begin{array}{l} g_2 \end{array} \right\} = (\sqrt{2}/3) (M_{\rho} E_A E_{\pi})^{1/2} \beta(\gamma_A) \beta(\gamma_{\pi}) \times \quad /18в/$$

$$\times \left\{ \begin{array}{l} M_A^2 [2V + W(1 + 2E_A^2 M_A^{-2})], \\ E_A (2V + W) M_{\rho}^{-1}. \end{array} \right.$$

Выражения для интегралов перекрытия I, L, V и W приведены в Приложении 2. При их вычислении необходимо учитывать конфигурационное смешивание состояний /7/ с соответствующими коэффициентами из табл. 2. Поэтому каждый из интегралов перекрытия является суммой вида

$$I = \sum_{n,m,\ell=0,1,2} y_{nml} I_{nml} \quad \text{и т.п.} \quad /19/$$

Мы, однако, учитывали в суммах /19/ лишь главные вклады, когда из трех состояний n , l и m два являются низшими состояниями и лишь одно - высшим радиальным возбуждением.

Свободные параметры модели: R - радиус гармонического осциллятора, α - параметр, характеризующий релятивистское сжатие волновой функции /11/, C_{vac} - универсальная константа, параметризирующая амплитуду спонтанного образования "вакуумной" $q\bar{q}$ -пары. Последняя константа входит всегда в виде общего множителя и ее можно исключить, рассматривая отношение всех ширин к некоторой "эталонной" ширине, в качестве которой мы выбрали ширину $\rho \rightarrow 2\pi$ -распада. Оценка остальных двух параметров делается из условия наилучшего описания экспериментальных данных.

На рис.3 показаны результаты расчетов основных мод /4а/ и /5а/ распадов ρ' и ρ'' -резонансов, соответственно, для случаев как сильной, так и слабой связей. Можно видеть, что ширина распада $\rho' \rightarrow \omega\pi$ слабо зависит от типа связи. Для ρ'' -распадов целесообразно отдельно обсудить случаи сильной и слабой связи. Все же подчеркнем, что если $M(A_1) = 1235$ МэВ, то доля распада /14/ очень мала при любом типе связи. В этом случае мы вынуждены отнести весь распад $\rho'' \rightarrow \rho 2\pi$ за счет моды /13/, т.е. принять, что ϵ -мезон в значительной степени состоит из $q\bar{q}$ -пары. Согласованное объяснение основных мод распадов ρ' и ρ'' -мезонов тогда можно получить при значениях параметров /случаи а/ и б/ соответствуют сильной и слабой связям/:

$$\text{/а/ : } \alpha = 0,3; R = 0,4 \text{ Фм,} \quad \text{/20а/}$$

$$\text{/б/ : } \alpha = 0,15; R = 0,9 \text{ Фм.} \quad \text{/20б/}$$

Если же $M(A_1) = 100$ МэВ, то доля распада $\rho'' \rightarrow A_1\pi$ становится доминирующей при

$$\text{/а/ : } \alpha = 0,2; R = 0,8 \text{ Фм,} \quad \text{/21а/}$$

$$\text{/б/ : } \alpha = 0,3; R = 0,4 \div 0,8 \text{ Фм,} \quad \text{/21б/}$$

и в этом случае можно считать $q^2\bar{q}^2$ -конфигурацию для ϵ -мезона основной.

Общее заключение сводится к тому, что при выборе параметров α и R в разумных пределах $0,15 \leq \alpha \leq 0,3$ и $0,4 \leq R \leq 0,9$ Фм результаты расчетов могут быть согласованы с данными об основных модах распадов ρ' и ρ'' -мезонов /4а/ и /5а/, соответственно. Решить вопрос о том, какая из возможных мод распада ρ'' -мезона /13/ или /14/ доминирует, в данный момент невозможно из-за неопределенности наших знаний об ϵ и A_1 -мезонах. Отметим также, что для значений радиуса осциллятора $0,4 \leq R \leq 0,9$ Фм величина $\langle r^2 \rangle \approx \frac{1}{2} R^2$ для основного состояния находится в пределах

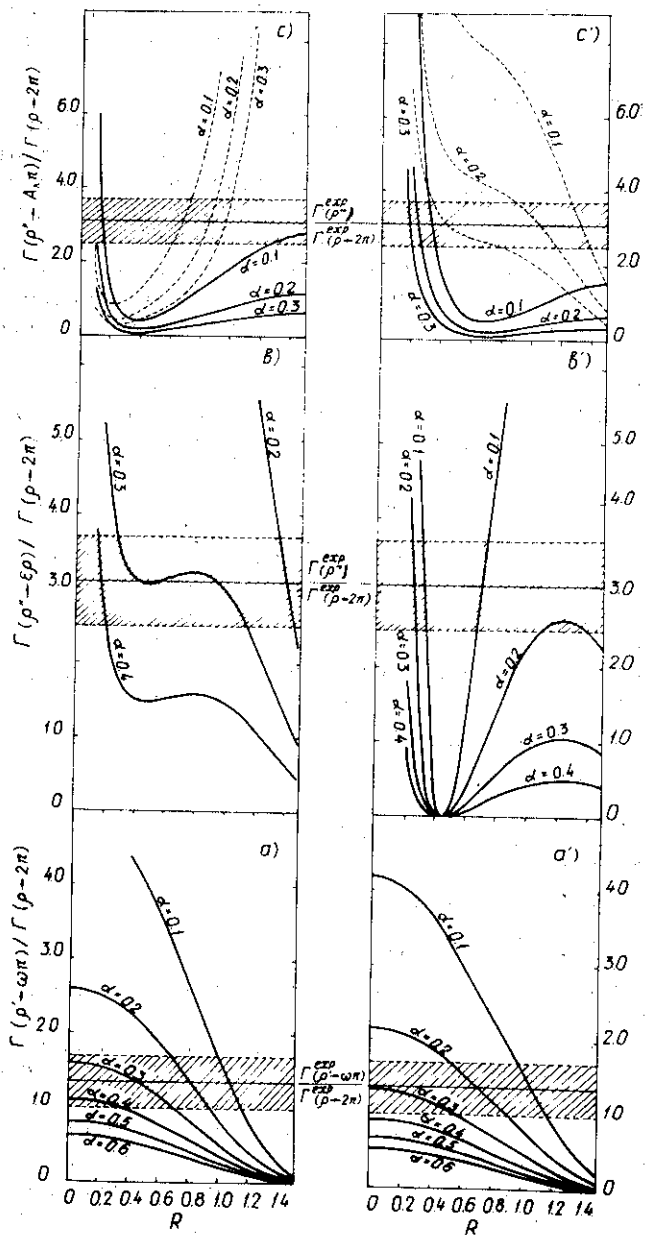


Рис.3. Отношение парциальных ширин распадов ρ' и ρ'' -мезонов к ширине распада $\rho \rightarrow 2\pi$: а/ и а'/ - для распада $\rho' \rightarrow \omega\pi$; ; в/ и в'/ - для распада $\rho'' \rightarrow \epsilon\rho$; с/ и с'/ - для распада $\rho'' \rightarrow A_1\pi$ /сплошная кривая для $M(A_1) = 1235$ МэВ, пунктирная - для $M(A_1) = 1100$ МэВ/. Рисунки а,в,с относятся к сильной связи, а', в', с' - к слабой связи. Радиусы R даны в единицах Фм. На рисунке приведены также экспериментальные отношения ширин распадов $\rho' \rightarrow \omega\pi$, $\rho'' \rightarrow$ "всё" к ширине распада $\rho \rightarrow 2\pi$. Заштрихован коридор в одну экспериментальную ошибку.

$0,24 \leq \langle r^2 \rangle_{\text{э.м.}}^{1/2} \leq 0,55$ Фм и оказывается заметно меньше электромагнитного радиуса пиона $0,6 \pm 0,7$ Фм. Это может означать наличие у кварков собственных размеров.

Рассмотрим теперь неосновные моды распадов ρ' и ρ'' -мезонов. Интересный и неожиданный результат получается для ширин распадов этих мезонов на два пиона. Оказывается, что интеграл перекрытия в случае распада $\rho' \rightarrow 2\pi$ очень мал и

$$\Gamma(\rho' \rightarrow 2\pi) / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) =$$

$$= [\beta(\gamma'_\pi) / \beta(\gamma_\pi)]^4 \exp(-0,04 R^2) \left\{ \begin{array}{l} 0,075(1 + 0,20R^2)^2, \quad /22a/ \\ 0,029(1 + 0,31R^2)^2, \quad /22б/ \end{array} \right.$$

где $\gamma'_\pi = E'_\pi / M_{\pi\pi}$, E'_π - энергия пиона в распаде $\rho' \rightarrow 2\pi$, $[R] =$ Фм, и, как всегда, случаи а / б соответствуют сильной/слабой связям. Отношение ширин /22/ очень мало и слабо меняется при изменении R и а в рассматриваемых нами пределах. Например, получается $\Gamma(\rho' \rightarrow 2\pi) = 6,5 / 2,1 /$ МэВ, если принять значения параметров /20а/ и /20б/.

Распад $\rho'' \rightarrow 2\pi$ также подавлен, но не столь значительно

$$\Gamma(\rho'' \rightarrow 2\pi) / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) =$$

$$= [\beta(\gamma''_\pi) / \beta(\gamma_\pi)]^4 \exp(-0,054 R^2) \left\{ \begin{array}{l} 2,85(1 + 0,07R^2)^2, \quad /23а/ \\ 1,52(1 + 0,05R^2)^2, \quad /23б/ \end{array} \right.$$

С теми же значениями параметров мы получаем $\Gamma(\rho' \rightarrow 2\pi) = 204/51 /$ МэВ для сильной /слабой/ связи. Таким образом, в рамках рассматриваемой модели отсутствие распада $\rho' \rightarrow 2\pi$ получает естественное объяснение. Оно является следствием структуры волновой функции 1-го радиального возбуждения /наличие одного узла/ и реляти-

вистского "сжатия" волновых функций вылетающих пионов. Лишь совместное действие этих двух факторов приводит к такому резкому подавлению ширины распада $\rho' \rightarrow 2\pi$. Например, без учета эффектов "сжатия" такой результат получить невозможно. В то же время для распада $\rho'' \rightarrow 2\pi$ наша оценка ширины соответствует экспериментальному значению 50-100 МэВ.

Заметно подавленным оказывается также распад $\rho'' \rightarrow \omega\pi$. Расчет дает

$$\Gamma(\rho'' \rightarrow \omega\pi) / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) =$$

$$= [\beta(\gamma''_{\omega})\beta(\gamma''_{\pi}) / \beta^2(\gamma_{\pi})]^2 \exp(-0,71R^2) \left\{ \begin{array}{l} 0,28(1-0,27R^2 + 0,32R^4)^2 / 24a / \\ 0,21(1-0,59R^2 + 0,33R^4)^2 / 24b / \end{array} \right.$$

что соответствует $\Gamma(\rho'' \rightarrow \omega\pi) = 100/40 / \text{МэВ}$ для значений параметров /20/. Экспериментальное значение этой ширины составляет $\sim 300 \pm 100$ МэВ. При такой неопределенности данных опыта можно говорить лишь о том, что наши оценки им не противоречат. Мы все же ожидаем более сильное подавление $\rho'' \rightarrow \omega\pi$ -распада по сравнению с данными работы /8/.

Подводя итог, мы заключаем, что при разумных значениях параметров a и R используемая нами модель вполне удовлетворительно описывает распады ρ' и ρ'' -мезонов, объясняя подавление тех каналов их распада, какие подавлены в действительности.

5. ШИРИНЫ СИЛЬНЫХ РАСПАДОВ π' И π'' -МЕЗОНОВ

Обсуждавшиеся нами в разделе 3 π' и π'' -резонансы могут распадаться по следующим квазидвухчастичным каналам

$$\pi'(\pi'') \rightarrow \rho\pi, \epsilon\pi.$$

Соответствующие ширины определяются на основе уже обсуждавшегося в предыдущем разделе метода:

$$\underline{\pi' \rightarrow \rho\pi}: \mathcal{L}(\pi' \rho\pi) = g_{\rho\pi\pi'} \epsilon_{abc} \rho_{\mu}^a(x) \pi^b(x) \partial^{\mu} \pi'^c(x). \quad /25a/$$

$$\Gamma(\pi' \rightarrow \rho\pi) = 4(g_{\rho\pi\pi'}^2 / 4\pi) k_{\pi}^3 M_{\rho}^{-2}, \quad /25б/$$

$$g_{\rho\pi\pi'} = (1/3) E_{\rho}^{3/2} (E_{\pi} / M_{\pi})^{1/2} \beta(\gamma_{\rho}) \beta(\gamma_{\pi}) I(\pi' \rightarrow \rho\pi). \quad /25в/$$

В /25б/ учтены обе зарядовые моды распада, напр., $\pi'^+ \rightarrow \rho^0 \pi^+$ и $\pi'^+ \rightarrow \rho^+ \pi^0$.

$$\underline{\pi' \rightarrow \epsilon\pi}: \mathcal{L}(\pi' \epsilon\pi) = g_{\pi'\epsilon\pi} \pi'^a(x) \pi^a(x) \epsilon(x). \quad /26a/$$

$$\Gamma(\pi' \rightarrow \epsilon\pi) = (g_{\pi'\pi\epsilon}^2 / 4\pi) k_{\pi} M_{\pi'}^{-2}, \quad /26б/$$

$$g_{\pi'\pi\epsilon}^2 = (2/3\sqrt{3})(M_{\pi'} E_{\pi} E_{\epsilon})^{1/2} \beta(\gamma_{\pi}) \beta(\gamma_{\epsilon}) L(\pi' \rightarrow \epsilon\pi). \quad /26в/$$

Для π'' -распадов имеют место совершенно аналогичные выражения.

Нам удобно отталкиваться от известных значений ширин распадов ρ' и ρ'' -мезонов и получать на их основе оценки для соответствующих процессов, происходящих с π' и π'' -мезонами. Так, с точностью до эффектов конфигурационного смешивания, радиальные волновые функции $\rho'(\rho'')$ и $\pi'(\pi'')$ -мезонов совпадают. Поэтому можно приравнять соответствующие интегралы перекрытия и получить /пренебрегая также небольшой разницей в кинематиках/ соотношения между ширинами распадов $\pi'(\pi'') \rightarrow \pi\rho$ и $\rho'(\rho'') \rightarrow \omega\pi$. Например, из /16б,в/ и /25б,в/ получаем

$$\begin{aligned} \Gamma(\pi' \rightarrow \rho\pi) / \Gamma(\rho' \rightarrow \omega\pi) &= \\ &= 12 M_{\rho}^{-2} g_{\rho\pi\pi'}^2 / g_{\rho'\omega\pi}^2 \approx 3(E_{\rho} / M_{\rho})^2 \approx 3. \end{aligned} \quad /27/$$

Если взять для $\Gamma(\rho' \rightarrow \omega\pi)$ значение из табл.1, то получаем $\Gamma(\pi' \rightarrow \rho\pi) = 630 + 160$ МэВ. Далее, поскольку, $\Gamma_{\text{полн.}}(\pi') \geq \Gamma(\pi' \rightarrow \rho\pi)$, то мы заключаем, что π' -мезон должен быть широким резонансом. Распад $\pi'' \rightarrow \rho\pi$, точно так же, как и распад $\rho'' \rightarrow \omega\pi$, должен быть подавлен. Более аккуратный расчет дает

$$\begin{aligned} \Gamma(\pi'' \rightarrow \rho\pi) / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) &= \\ = [\beta(\gamma_{\rho''}) \beta(\gamma_{\pi''}) / \beta^2(\gamma_{\pi})]^2 \exp(-0,35R^2) &\begin{cases} (1 - 1,24R^2 + 0,13R^4)^2, & /28а/ \\ (1 - 0,2R^2)^2. & /28б/ \end{cases} \end{aligned}$$

После подстановки в /28/ значений параметров /20/ получаем $\Gamma(\pi'' \rightarrow \rho\pi) = 50/32$ МэВ для сильной /слабой/ связи. Подчеркнем еще раз следующий из нашего рассмотрения общий вывод:

$$\Gamma(\pi' \rightarrow \rho\pi) \gg \Gamma(\pi'' \rightarrow \rho\pi). \quad /29/$$

Это качественное различие π' и π'' -мезонов может быть использовано, по нашему мнению, как дискриминирующий признак при идентификации соответствующих состояний.

Ширины распадов $\pi'(\pi'') \rightarrow \epsilon\pi$ чрезвычайно сильно зависят от модельных предположений. Если $\epsilon = q\bar{q}$, то

$$\Gamma(\pi' \rightarrow \epsilon\pi) / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) =$$

$$= [\beta(\gamma'_\epsilon) \beta(\gamma'_\pi) / \beta^2(\gamma'_\pi)]^2 \exp(-0,18R^2) R^{-2} \begin{cases} 0,37(1+0,65R^2)^2, & /30a/ \\ 0,1(1-1,97R^2+0,22R^4)^2 / 306/ \end{cases}$$

$$\Gamma(\pi'' \rightarrow \epsilon\pi) / \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) =$$

$$= [\beta(\gamma''_\epsilon) \beta(\gamma''_\pi) / \beta^2(\gamma''_\pi)]^2 \exp(-0,47R^2) R^{-2} \begin{cases} 2,45(1-0,55R^2+0,38R^4)^2, & /31a/ \\ 0,91(1-0,4R^2+0,44R^4)^2 / 316/ \end{cases}$$

Для наиболее вероятных значений параметров $\alpha = 0,3$ и $R = 0,4 \div 0,9$ Фм в схеме сильной связи получаем $\Gamma(\pi' \rightarrow \epsilon\pi) = 2000 / 1 / \div 600$ МэВ и $\Gamma(\pi' \rightarrow \epsilon\pi) = 5400 / 1 / \div 530$ МэВ, тогда как при $\alpha = 0,15$ и $R = 0,9$ Фм в схеме слабой связи находим $\Gamma(\pi' \rightarrow \epsilon\pi) = 40 / 1 /$ МэВ и $\Gamma(\pi'' \rightarrow \epsilon\pi) = 510$ МэВ. Кроме того, дополнительная неопределенность привносится нашим незнанием составной структуры ϵ -мезона. Если, например, принять

$$\epsilon = x(q\bar{q}) + (1-x^2)^{1/2}(q^2\bar{q}^2), \quad x \leq 1, \quad /32/$$

то все распады с участием ϵ будут подавлены в x^2 раз.

Наше общее заключение относительно распадных свойств π' и π'' -резонансов сводится к следующему. Оба резонанса, скорее всего, очень широкие и имеют полную ширину порядка нескольких сотен МэВ /нельзя, конечно, совершенно исключить возможность очень узкого π'' -резонанса, если ϵ не содержит $q\bar{q}$ -состояния вообще, а мода $\pi'' \rightarrow \rho\pi$, как мы видели, очень сильно подавлена. Тогда, однако, распад $\rho'' \rightarrow \rho 2\pi$ может осуществляться лишь по моде $\rho'' \rightarrow A_1\pi$, а это, в свою очередь, означает $M(A_1) = 1100$ МэВ !/. Резонанс π' может иметь оба канала распада: $\pi' \rightarrow \rho\pi$ и $\pi' \rightarrow \epsilon\pi$ /хотя в схеме слабой связи последний канал оказывается подавленным/. Резонанс π'' имеет доминирующую моду распада $\pi'' \rightarrow \epsilon\pi$ /если $\epsilon = q\bar{q}$! /, а мода $\pi'' \rightarrow \rho\pi$ весьма сильно подавлена, причем последнее утверждение слабо зависит от модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итог обсуждению свойств радиальных возбуждений ρ и π -мезонов. Наши основные выводы сводятся к следующему:

1. Свойства невозмущенных спин-спиновым взаимодействием уровней хорошо описываются релятивистской моделью кварков^{17/}, включающей комбинацию кулоновского и линейного потенциалов.

2. Модель спонтанного рождения $q\bar{q}$ -пары из вакуума, дополненная учетом лоренц-сжатия волновых функций вылетающих мезонов, удовлетворительно описывает сильные распады $\rho'(1220)$ и $\rho''(1560)$ -мезонов. Возможный канал распада $\rho'' \rightarrow A_1 \pi$ может вносить значительный вклад в доминирующую моду $\rho'' \rightarrow \rho 2\pi$ лишь при $M(A_1) = 1100$ МэВ. Если же $M(A_1) = 1240$ МэВ, то почти весь распад $\rho'' \rightarrow \rho 2\pi$ следует отнести за счет $\rho'' \rightarrow \rho \epsilon$. Предложенная модель объясняет отсутствие заметного распада $\rho'(1220) \rightarrow 2\pi$, наличие /с относительно небольшой шириной/ распада $\rho''(1560) \rightarrow 2\pi$ и предсказывает значительное подавление распада $\rho'' \rightarrow \omega \pi$. Эти выводы слабо зависят от деталей модели и выбора параметров.

3. Радиальные возбуждения пиона предсказываются в интервале масс

$$M(\pi') = 1100 \div 1200 \text{ МэВ}, \quad M(\pi'') = 1300 \div 1500 \text{ МэВ}.$$

Здесь граничные значения интервалов соответствуют двум гипотезам относительно силы спин-спинового взаимодействия кварков.

4. Ожидается, что π' и π'' -резонансы будут широкими, с большой шириной в несколько сотен МэВ. Наиболее надежным следствием модели является предсказание большой ширины π' -распада /~600 МэВ/ и очень сильного подавления $\rho\pi$ -моды для π'' -резонанса. Значения ширин $\pi'(\pi'') \rightarrow \pi \epsilon$ крайне нестабильны по отношению к вариации модельных представлений и численных значений параметров. Большая ширина π' и π'' -резонансов и их сильное "перекрывание" могут осложнить анализ экспериментальной ситуации. Вариация $0^- P$ фазы в 3π -системе, обусловленная соотношением $\Gamma(\pi' \rightarrow \rho\pi) \gg \Gamma(\pi'' \rightarrow \rho\pi)$, могла бы, по нашему мнению, служить индикатором перехода от области π' к области π'' -резонанса.

Авторы выражают благодарность О.А.Займидороге, Ю.И.Иваньшину и А.А.Тяпкину за обсуждение эксперимента по изучению $\pi \rightarrow 3\pi$ реакции на ядрах.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Амплитуду распада $A \rightarrow 2B$ можно записать, с точностью до стандартных нормировочных множителей, в виде

$$T(A \rightarrow 2B) = g_A g_B^C \int d^4k \{ (k^2 - m^2) \times$$

$$\times [(k + p_A)^2 - m^2] [(k + p_B)^2 - m^2] \}^{-1} \quad /П.1./$$

Частицу А будем считать слабосвязанной системой: $M_A = 2m - \epsilon_A$, $\epsilon_A \ll m$. Для того чтобы движение частицы В было релятивистским, она должна быть, наоборот, сильно связанной системой:

$$M_B = 2m - \epsilon_B, \quad \epsilon_B \approx 2m.$$

Проинтегрируем /П1.1/ по dk^0 с помощью замыкания контура интегрирования в верхней полуплоскости, стандартных правил обхода полюсов пропагаторов и теории вычетов. Учет полюсов пропагаторов, не содержащих вакуумного "шпуриона", приводит к выражению

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \text{const} (1 + M_B^2 E_B^{-2} / 2)^2 \times \\ \times \int d^3 k (k^2 + m^2)^{-1/2} \{ 1 + O(\vec{k} \cdot \vec{p}_B / M_A^2) + O(k^2 / M_A^2) \} \times \quad /П1.2/ \\ \times \{ (\kappa_A^2 + k^2) [\vec{k}_\perp^2 + M_B^2 E_B^{-2} (k_z + p_B / 2)^2 + \kappa_B^2]^2 \}^{-1} + T_3,$$

где T_3 - вклад от пропагатора со "шпурионом", $\vec{p}_B = (0, 0, p_B)$, $\vec{k}_\perp = (k_x, k_y, 0)$, $\kappa_{A(B)}^2 = m\epsilon_{A(B)} - \epsilon_{A(B)}^2 / 4$.

Если пренебречь малыми величинами $\vec{k} \cdot \vec{p}_B / M_A^2 \sim (\epsilon_A / M_A)^{1/2} \ll 1$, $k^2 / M_A^2 \sim \epsilon_A / M_A \ll 1$, то можно опустить вклад T_3 от кратных полюсов пропагатора со "шпурионом" и в результате прийти к приближенному выражению для амплитуды /мы приводим лишь общую структуру выражения, опуская несущественные численные факторы/:

$$T(A \rightarrow 2B) \approx \text{const} [\alpha + (1 - \alpha) M_B^2 E_B^{-2}]^2 \times \\ \times \int d^3 k \phi_A(\vec{k}) \phi_B^2(\vec{k}_\perp + \vec{p}_{B\perp} / 2; (k_z + p_{Bz} / 2) M_B / E_B). \quad /П1.3/$$

где $\alpha = 2/3$ и произведена "перенормировка" предынтегрального множителя так, чтобы в нерелятивистском пределе он был равен 1. В координатном представлении волновые функции $\phi_{A(B)}$, входящие в /П1.3/, имеют вид

$$\phi_{A(B)} = N_{A(B)} \exp(-\kappa_{A(B)} r) / r. \quad /П1.4/$$

где $N_{A(B)}$ - нормировочный фактор.

Выражение типа /П1.3/ постулируется в качестве рецепта релятивизации интегралов перекрытия, которые входят в матричные элементы произвольных распадов $A \rightarrow B + C$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Интегралы перекрытия для осцилляторных волновых функций

В выражения /15-18/, /25/, /26/ входят следующие интегралы перекрытия:

$$I(A \rightarrow B+C) = \frac{1}{8k_B^2} \int d^3k (k_B^2 - \vec{k}_B \cdot \vec{k}) \psi_A(\vec{k}_B + \vec{k}) \psi_B(\vec{k}') \psi_C(\vec{k}''), \quad /П2.1/$$

$$L(A \rightarrow B+\epsilon) = \frac{1}{8} \int d^3k (\vec{k}_B \cdot \vec{k} - \vec{k} \cdot \vec{k}') \psi_A(\vec{k}_B + \vec{k}) \psi_B(\vec{k}') \psi_\epsilon(\vec{k}''), \quad /П2.2/$$

$$V(\rho'' \rightarrow A_1 + \pi) = \frac{1}{16} \int d^3k [\vec{k}_\pi \cdot \vec{k}' - (\vec{k}_\pi \cdot \vec{k})(\vec{k}_\pi \cdot \vec{k}') / k_\pi^2] \times \\ \times \psi_{\rho''}(\vec{k}_\pi + \vec{k}) \psi_{A_1}(\vec{k}') \psi_\pi(\vec{k}''), \quad /П2.3/$$

$$W(\rho'' \rightarrow A_1 \pi) = \frac{1}{16} \int d^3k [\vec{k} \cdot \vec{k}' + (\vec{k}_\pi \cdot \vec{k})(\vec{k}_\pi \cdot \vec{k}') / k_\pi^2] \times \\ \times \psi_{\rho''}(\vec{k}_\pi + \vec{k}) \psi_{A_1}(\vec{k}') \psi_\pi(\vec{k}''). \quad /П2.4/$$

Здесь штрихи аргументов \vec{k}' и \vec{k}'' означают лоренц-сжатие вдоль оси z, т.е. переход от переменной интегрирования к переменным

$$\vec{k}' = (k_x, k_y, \gamma_B^{-1} k_z), \quad \vec{k}'' = (k_x, k_y, \gamma_C^{-1} k_z). \quad /П2.5/$$

Ниже мы приводим выражения для указанных интегралов перекрытия, полученные для осцилляторных волновых функций:

$$\psi_{1S}(\vec{Q}) = N \exp(-R^2 Q^2 / 2) \quad \text{— основное состояние} \quad /П2.6/$$

$$\psi_{1P}(\vec{Q}) = \sqrt{2} N i R \vec{Q} \exp(-R^2 Q^2 / 2), \quad P\text{- орбитальное состояние;} \quad /П2.7/$$

$$\psi_{2S}(\vec{Q}) = -(3/2)^{1/2} N (1 - 2R^2 Q^2 / 3) \exp(-R^2 Q^2 / 2), \quad \text{— первое радиальное возбуждение;} \quad /П2.8/$$

$$\psi_{3S}(\vec{Q}) = (15/8)^{1/2} N (1 - 4R^2 Q^2 / 3 + 4R^4 Q^4 / 15) \times \\ \times \exp(-R^2 Q^2 / 2) \quad \text{— второе радиальное возбуждение.} \quad /П2.9/$$

Здесь $N = (R^2/\pi)^{3/4}$, а $\vec{Q} = (\vec{k}_q - \vec{k}_{\bar{q}})/2$, где \vec{k}_q и $\vec{k}_{\bar{q}}$ - импульсы кварка и антикварка. При подстановке /П2.6/-/П2.9/ в /П2.1/-/П2.4/ следует аргументы \vec{k} , \vec{k}' , \vec{k}'' и т.д. делить пополам.

Во всех нижеследующих формулах введены обозначения:

$$\lambda = k_B R, \quad \alpha = 3\lambda^2/8, \quad \alpha' = j\alpha/3, \quad j = 1 + \gamma_B^{-1} + \gamma_C^{-1}, \quad /П2.10/$$

где $\gamma_B = E_B/M_B$, $\gamma_C = E_C/M_C$. Основное состояние и первое и второе радиальные возбуждения мы отмечаем индексами 0, 1, 2. Для всех выражений имеется общий множитель

$$\nu = j^{-1/2} \exp\{-\lambda^2 (j-1)j^{-1}/8\}. \quad /П2.11/$$

$$I_{n00} = \nu N_{n00} R^{3/2} [(1+j^{-1})(1 + a\alpha^{-1} + 2b\alpha^{-2}) - (1-3j^{-1})(a/2 + b\alpha^{-1})(a')^{-1} - (9/4)b(a')^{-2}(1-5j^{-1}/3) + /П2.12/$$

$$+ (1-j^{-1}-j^{-2}+j^{-3})(a+2b\alpha^{-1}) + b(a')^{-1}(1+3j^{-1} - 9j^{-2} + 5j^{-3}) + b(1-3j^{-1} + 2j^{-2} + 2j^{-3} - 3j^{-4} + j^{-5})],$$

$$n = 0, \quad N_{000} = (2/3)^{1/2}, \quad a = 0, \quad b = 0,$$

$$n = 1, \quad N_{100} = -1, \quad a = \lambda^2/6, \quad b = 0,$$

$$n = 2, \quad N_{200} = \sqrt{5}/2, \quad a = -\lambda^2/3, \quad b = \lambda^4/60;$$

$$L_{n00} = i\nu N_{n00} R^{1/2} [-(1+3j^{-1})\gamma_c^{-1}/2) - (2+3j^{-1})/2 + 3j^{-1})\gamma_c^{-1}/2 + 27j^{-2}\gamma_c^{-1}/4) a\alpha^{-1} - 3(2+2j^{-1}+9j^{-2}+4+j^{-1})\gamma_c^{-1} + 9j^{-2}\gamma_c^{-1}/2 + 135j^{-3}\gamma_c^{-1}/8) b\alpha^{-2} - (j^{-1}+j^{-2})\alpha\gamma_c^{-1} + (-1+2j^{-1}-j^{-2}+j^{-1})\gamma_c^{-1}/2 + 7j^{-2}\gamma_c^{-1}/2 - 9j^{-2}\gamma_c^{-1}) a + (-4-j^{-1}+14j^{-2}-9j^{-3}+j^{-1})\gamma_c^{-1} - 13j^{-2}\gamma_c^{-1}/2 + 333j^{-3}\gamma_c^{-1}/4 - 405j^{-4}\gamma_c^{-1}/4) b\alpha^{-1} + (-j^{-1}+j^{-2}+j^{-3}-j^{-4})\alpha a\gamma_c^{-1} +$$

$$\begin{aligned}
 & +(-1 + 4j^{-1} - 6j^{-2} + 4j^{-3} - j^{-4} + 5j^{-1}\gamma_{\epsilon}^{-1}/2 - 7j^{-2}\gamma_{\epsilon}^{-1} - \\
 & -16j^{-3}\gamma_{\epsilon}^{-1} + 43j^{-4}\gamma_{\epsilon}^{-1} - 45j^{-5}\gamma_{\epsilon}^{-1}/2)b + \quad / \Pi 2.13/
 \end{aligned}$$

$$+(-j^{-1} + 3j^{-2} - 2j^{-3} - 2j^{-4} + 3j^{-5} - j^{-6})\alpha b\gamma_{\epsilon}^{-1} \quad],$$

$$n = 0, \quad N_{000} = 16\sqrt{3}/9, \quad a = 0, \quad b = 0,$$

$$n = 1, \quad N_{100} = -4\sqrt{2}/3, \quad a = -\lambda^2/6, \quad b = 0,$$

$$n = 2, \quad N_{200} = 2\sqrt{10}/3, \quad a = -\lambda^2/3, \quad b = \lambda^4/60;$$

$$\begin{aligned}
 V_{n00} &= (i/2)\nu\gamma_{A_1}^{-1} N_{n00} R^{1/2} [-3j^{-1}/2 - (3j^{-1}/2 + 27j^{-2}/4) a\alpha^{-1} - \\
 & - (3j^{-1} + 27j^{-2}/2 + 405j^{-3}/8) b\alpha^{-2} - (j^{-1} + j^{-2})\alpha +
 \end{aligned}$$

$$+ (j^{-1}/2 + 7j^{-2}/2 - 9j^{-3})\alpha +$$

$$+ (j^{-1} - 13j^{-2}/2 + 333j^{-3}/4 - 405j^{-4}/4) b\alpha^{-1} +$$

$$+ (-j^{-1} + j^{-2} + j^{-3} - j^{-4})\alpha\alpha + \quad / \Pi 2.14/$$

$$+ (5j^{-1}/2 - 7j^{-2} - 16j^{-3} + 43j^{-4} - 45j^{-5}) b +$$

$$+ (-j^{-1} + 3j^{-2} - 2j^{-3} - 2j^{-4} + 3j^{-5} - j^{-6}) b\alpha],$$

$$\begin{aligned}
 W_{n00} &= (i/2)\nu N_{n00} R^{1/2} [1 + (2 + 3j^{-1}/2) a\alpha^{-1} + \\
 & + 3(2 + 2j^{-1} + 9j^{-2}/4) b\alpha^{-2} + (1 - j^{-1})^2 a +
 \end{aligned}$$

$$+ (4 + j^{-1} - 14j^{-2} + 9j^{-3}) b\alpha^{-1} + (1 - j^{-1})^4 b],$$

$$n = 0, \quad N_{000} = 8\sqrt{3}/9, \quad a = 0, \quad b = 0,$$

$$n = 1, \quad N_{100} = -4/3, \quad a = -\lambda^2/6, \quad b = 0, \quad / \Pi 2.15/$$

$$n = 2, \quad N_{200} = 2\sqrt{10}/3, \quad a = -\lambda^2/3, \quad b = \lambda^4/60.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Budnev N.M., Budnev V.M., Serebryakov V.V. Phys.Lett., 1977, 70B, p.365.
2. Particle Data Group. Rev.Mod.Phys., 1980, 52, No.2.
3. Naqels M.M. et al. Nucl.Phys., 1979, B147, p.189.
4. Ballam J. et al. Nucl.Phys., 1974, B76, p.375.
5. Bartalucci S. et al. Nuovo Cim., 1977, 39A, p.374.
6. Sidorov V. Proc. 1979 Int. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies, eds. T.B.Kirk and H.D.I.Abarbanel. Fermilab, Batavia, 1979, p.490.
7. Буднев Н.М., Орлов А.И. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, с.390.
8. Barber D.P. et al. Z.Phys., 1980, C4, p.169.
9. Bingham H. et al. Phys.Lett., 1972, 41B, p.635.
10. Davier M. et al. Nucl.Phys., 1973, B58, p.31.
11. Schacht P. et al. Nucl.Phys., 1974, B81, p.205.
12. Conversi M. et al. Phys.Lett., 1974, 52B, p.493.
13. Spinetti M. Proc. 1979 Int.Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies, eds. T.N.Kirk and H.D.I.Abarbanel. Fermilab, Batavia, 1979, p.506.
14. Montanet L. Preprint CERN-EP/80-163, September 1980.
15. Atiya M.S. et al. Phys.Rev.Lett., 1979, 43, p.1691.
16. Eichten E. et al. Phys.Rev., 1978, D17, p.3090.
17. Gerasimov S.B. JINR, E2-81-268, Dubna, 1981; Report at Int. School "Quarks and the Nucleus", Erice, 21-30 April, 1981.
18. Micu L. Nucl.Phys., 1969, B10, p.521.
19. Carlitz R., Kislinger M. Phys.Rev., 1970, D2, p.336.
20. Le Yaouanc A. et al. Phys.Rev., 1973, D8, p.2223.
21. Kaufman W.B., Jacob R.J. Phys.Rev., 1974, D10, p.1051.
22. Chaichian M., Kögerler R. Ann.Phys.(N.Y.), 1980, 124, p.61.
23. Licht A.L., Pagnamenta A. Phys.Rev., 1970, D2, p.1150.
24. Kim Y.S., Noz M. Phys.Rev., 1975, D12, p.129.
25. Kimari I., Mitra A.M. Nuovo Cim., 1977, 38A, p.65.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 августа 1981 года.

Герасимов С.Б., Говорков А.Б.

P2-81-538

Радиальные возбуждения ρ и π -мезонов и их сильные распады

В рамках кварковой модели рассмотрены радиальные ($L=0$) возбуждения ρ и π -мезонов. Экспериментально наблюдаемые состояния $\rho'(1220)$ и $\rho''(1560)$ отождествляются с первым и вторым радиальными возбуждениями ρ -мезона. В релятивизованной модели спонтанного рождения кварк-антикварковой пары из вакуума объяснены основные ($\rho' \rightarrow \omega\pi$; $\rho'' \rightarrow \rho 2\pi$) - моды сильных распадов этих резонансов и получено подавление неосновных мод ($\rho' \rightarrow 2\pi$, $\rho'' \rightarrow \omega\pi$). Дана оценка масс аналогичных возбуждений пиона и парциальных ширин их распадов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1981

Gerashimov S.B., Gorkov A.B.

P2-81-538

Radial Excitations of ρ - and π -Mesons and Their Strong Decays

Radial ($L=0$) excitations of ρ - and π -mesons are considered in the framework of the quark model. The experimentally observed states $\rho'(1220)$ and $\rho''(1560)$ are identified with the first and second radial excitations of the ρ -meson. Within the relativistically generalized model of spontaneous production of a $q\bar{q}$ pair from vacuum we explain the dominant ($\rho' \rightarrow \omega\pi$, $\rho'' \rightarrow \rho 2\pi$) modes of strong decays of these resonances and find nondominant modes ($\rho' \rightarrow 2\pi$; $\rho'' \rightarrow \omega\pi$) to be suppressed. An estimation is given for masses of analogous excitations of the pion and partial widths of their decays.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1981

Перевод авторов.