объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-508

П.Н.Боголюбов, А.Е.Дорохов

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КЛАССИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ЯНГА-МИЛЛСА С ИСТОЧНИКОМ

Направлено в ТМФ

1981

1. В данной работе мы исследуем вопрос об устойчивости классических решений системы уравнений Янга-Миллса с источником. Интерес к изучению этих решений возник после появления работ [1,2], в которых по аналогии с электродинамикой для янг-миллсовских полей было построено и исследовано кулоноподобное решение для точечного статического источника, а также указано на существование свойства частичной экранировки заряда при достаточно больших значениях константы связи.

Позднее в многочисленных работах были построены другие, калибровочно-незквивалентные кулоновскому классические решения уравнений хромодинамики в случае одного [3,4] и двух [5,6] статических источников для цветовых групп SU(2) и SU(3). Этим решениям соответствует энергия, более низкая по сравнению с кулоновской, и в пределе сильной связи они тоже обладают свойством полной или частичной экранировки заряда. Необходимо отметить, что экранировка, полученная в работах [3-6], является специфической особенностью янг-миллсовского взаимодействия в отличие от экранировки [2], характерной для любой кулоновской системы. Таким образом, изучение классических решений дает нам полезную информацию о некоторых свойствах, характерных для хромодинамики, которые, как можно надеяться, сохранятся и после квантования системы.

Вопрос об устойчивости классических решений по отношению к малым флуктуациям может быть весьма существенным для отбора решений. В работах [1,2] исследовано кулоноподобное решение и показано, что оно неустойчиво для значений константы связи выше некоторого критического. Более общим утверждением является следующее [7]: любое решение, соответствующее сферически-симметричному статическому источнику, неустойчиво по отношению к классическим флуктуациям в пределе сильной связи.

В настоящей статье предлагается метод, позволяющий рассматривать проблему устойчивости произвольных классических решений по отношению к малым квантовым поправкам в пределе сильной связи. А именно, строится теория возмущений по обратным степеням цветового заряда источника для зарядовых операторов, инвариантных относительно калибровочной группы. Условие устойчивости формулируется нами как требование отсутствия растущих со временем решений уравнений Гейзенберга для этих операторов. Трудность изучения этой проблемы заключается в том, что в системе имеется вырождение относительно калибровочных преобразований. Поэтому для применимости теории возмущений необходимо снять данное вырождение. Другими словами, необходимо разрешить уравнение связи, выражаемое наличием закона Гаусса.

Используемый в данной работе метод, позволяющий гарантировать выполнение законов симметрии, связанных с калибровочной группой, и строить теорию возмущений, есть, по сути, метод сильной связи Боголюбова [8]. Этот метод применен впервые в теории полярона [8] и получил дальнейшее развитие в работе [9].

2. В этой части введем некоторые определения, используемые в дальнейшем.

Мы рассматриваем систему взаимодействующего поля Янга-Миллса со спинорным полем. Пусть мультиплет спинорных полей $\Psi(x)$ реализует фундаментальное представление калибровочной группы $SU(N)$. Лагранжиан соответствующей системы имеет вид

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} F^{a}_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}_{a}(x) + \bar{\Psi}(x)[\, i\gamma_{\mu} \nabla_{\mu} - M] \Psi(x), \qquad /1/$$

где использованы следующие обозначения:

$$F^{a}_{\mu\nu}(x) = \partial_{\mu} A^{a}_{\nu}(x) - \partial_{\nu} A^{a}_{\mu}(x) + g f^{a}_{bc} A^{b}_{\mu}(x) A^{c}_{\nu}(x),$$

$$\nabla_{\mu} = \partial_{\mu} - g T^{a} A^{a}_{\mu}(x).$$

Здесь $A_{\mu}(x)$ - калибровочное поле со спином 1 и цветовые индексы принимают значения $a = 1,\dots,N^2-1$; T^{a} – $(N\times N)$ -матрицы, удовлетворяющие

$$Sp(T^{a}T^{b}) \sim \delta^{ab}$$

и

$$[T^{a}, T^{b}] = f^{ab}_{c} T^{c},$$

где f^{abc} - полностью антисимметричные структурные константы соответствующей алгебры Ли.

Лагранжиан /1/ инвариантен относительно локальных калибровочных преобразований:

$$A_{\mu}(x) \to \omega(x) A_{\mu}(x) \omega^{-1}(x) + \frac{1}{g} \omega(x) \partial_{\mu} \omega^{-1}(x),$$

$$\Psi(x) \to \omega(x) \Psi(x),$$

где $\omega(x)$ - произвольная $(N\times N)$ -матричная функция от $(\vec{x}, t)$ с $\det\omega = 1$.

Для квантования теории мы воспользуемся гамильтоновым формализмом. С этой целью нужно выбрать калибровку

$$A_0(x) = 0. \qquad /2/$$

Как известно,[10] выбор такой калибровки всегда возможен и является допустимым вне рамок теории возмущений. В калибровке $A_0=0$ имеем:

$$E_i^a = -F_{0i}^a; \qquad \epsilon_{ijk}B_k^a = F_{ij}^a;$$
$$\mathcal{L} = \int d^4x\{-\frac{1}{4}\mathcal{F}_{ij}\mathcal{F}_{ij} + i\bar{\Psi}\nabla_\mu\gamma_\mu\Psi - M\bar{\Psi}\Psi + \frac{1}{2}(\dot{A}_a)^2\}. \qquad /3/$$

Канонически сопряженными переменными являются A_i^a и $E_i^a = -F_{0i}^a$. Соответствующие им операторы удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[A_i^a(\vec{x},t), E_j^b(\vec{x}',t)] = i\delta_{ij}\delta_{ab}\delta(\vec{x}-\vec{x}'). \qquad /4/$$

Напомним[10], что гамильтонова калибровка не уничтожает полностью калибровочный произвол, а сводит группу преобразований к группе матриц $\omega(\vec{x})$, не зависящих от времени. Теория /2-4/ инвариантна относительно $SU(N)$ -преобразований:

$$A_i(\vec{x},t)\to\omega(\vec{x})A_i(\vec{x},t)\omega^{-1}(\vec{x}) + \frac{1}{g}\omega(\vec{x})\frac{\partial\omega^{-1}(\vec{x})}{\partial x_i},$$
$$E_i(\vec{x},t)\to\omega(\vec{x})E_i(\vec{x},t)\omega^{-1}(\vec{x}), \qquad /5/$$
$$\Psi(\vec{x},t)\to\omega(\vec{x})\Psi(\vec{x},t).$$

Группа матриц $\omega(\vec{x})$ генерируется операторами

$$\Phi^a = \frac{1}{g}(\delta^{ab}\partial_i - gf^{abc}A_i^c)E_i^b - \bar{\Psi}\gamma_0 T^a\Psi. \qquad /6/$$

Требование соответствия с уравнениями движения приводит к связи - закону Гаусса: в выбранной калибровке все вектора состояния $|F\rangle$ должны удовлетворять условию

$$\Phi^a|F\rangle = 0. \qquad /7/$$

С лагранжианом /3/ связан сохраняющийся на экстремалях ток

$$J_a^\mu = f_{abc}A_i^c\frac{\partial L}{\partial F_{\mu i}^b} + \bar{\Psi}T_a\frac{\partial L}{\partial\nabla_\mu\Psi}. \qquad /8/$$

Нулевая компонента этого тока является плотностью а-й компоненты оператора цветового заряда:

$$Q^a = \int J_0^a d\vec{x} = -g\int\{f^a_{bc}A_k^cE_k^b + \bar{\Psi}\gamma_0T_a\Psi\}d\vec{x}. \qquad /9/$$

При локальных преобразованиях /5/ оператор Q^a преобразуется глобально. /Только в этом случае он и имеет смысл [11] /. Это также следует из вывода выражения для тока /8/ [12], из которого видно, что среди всевозможных преобразований $\omega(\vec{x})$ достаточно рассматривать лишь преобразования, имеющие предел

$$\lim_{|\vec{x}| \to \infty} \omega(\vec{x}) = \omega_\infty . \qquad /10/$$

Используя /7/, /10/, уже легко показать, что при преобразованиях /5/ оператор заряда ведет себя как

$$Q \to \omega_\infty Q \omega_\infty^{-1} . \qquad /11/$$

Отметим также, что мы работаем в шредингеровском представлении, в котором операторы $\vec{A}$, $\vec{E}$, Ψ не зависят от времени.

3. В дальнейшем источник будем рассматривать классически, т.е. в пределе бесконечно тяжелой массы. Вместо канонического представления источника $\bar{\Psi}\gamma_C T^a \Psi$ введем плотность распределения заряда источника $ZJ^a_C(\vec{x})$, локальные калибровочные преобразования которой являются однородными: $J \to \omega J \omega^{-1}$.
Z - величина цветового заряда источника. Пусть, далее, вектор цветового заряда источника ориентирован в пространстве цветов вдоль какой-либо выделенной оси, например М-й. Такой постановке задачи соответствуют построенные в [1-4] классические решения уравнений Янга-Миллса.

Проекция вектора полного заряда на выделенное направление имеет вид

$$Q = -g \int \{ f^M_{bc} \vec{A}^c(\vec{x}) \vec{E}^b(\vec{x}) + Z J(\vec{x}) \} d\vec{x} . \qquad /12/$$

Этот оператор инвариантен при калибровочных преобразованиях, которые имеют инфинитезимальную форму:

$$\omega(\vec{x}) = I + a(\vec{x}) T^M . \qquad /13/$$

Сделаем замену переменных $\vec{A}$, J на калибровочно-эквивалентные переменные $\vec{A}^\omega$, J^ω :

$$A^a_i(\vec{x}) = O^a_b(\vec{x}) A^{b\omega}_i(\vec{x}), \quad a \neq M, \qquad /14а/$$

$$J(\vec{x}) = \omega(\vec{x}) J^\omega(\vec{x}) \omega^{-1}(\vec{x}), \qquad /14б/$$

где действительная ортогональная матрица $O^a_b(\vec{x})$ определяется из равенства

$$\omega(\vec{x}) T_b \omega^{-1}(\vec{x}) = O^a_b(\vec{x}) T_a .$$

Отметим, что согласно /12/ в оператор Q не входят компоненты поля $\vec{A}^a$, $\vec{E}^a$ с $a=M$. Для остальных компонент, которые и будут нас интересовать, калибровочные преобразования /14а/, как нетрудно видеть, однородны. При замене /14а,б/ параметр калибровочной группы $\alpha(\vec{x})$ также становится новой локальной переменной. Поэтому необходимость наложения нового калибровочного условия нужно трактовать как условие, устраняющее лишние переменные /из-за локальности $\alpha(\vec{x})$ имеется $1\times\infty$ лишних переменных/, которые появляются при преобразовании /14/. Наиболее просто это условие можно записать как линейное однородное функциональное равенство:

$$\int d\vec{x} N^{ai}(\vec{y},\vec{x}) A^{\omega}_{ia}(\vec{x}) = 0. \qquad /15/$$

Сделаем предположения о малости. Напомним, что мы рассматриваем задачу об устойчивости классических решений уравнений хромодинамики по отношению к малым квантовым поправкам. В нулевом приближении в пределе сильной связи члены в операторе Q /12/, соответствующие заряду поля и заряду источника, сравнимы по величине из-за экранирующего характера этих решений. Поэтому с учетом малых квантовых флуктуаций оператор A^a_i можно представить в виде

$$A^a_i(\vec{x}) = Z^{1/2}(A_{кл.}(\vec{x}))^a_i + \hat{\mathcal{Q}}^a_i(\vec{x}). \qquad /16/$$

Разумеется, в реальном случае в пределе сильной связи квантовые флуктуации не малы, поэтому введение малых поправок является чисто формальным приемом, позволяющим решить поставленную задачу. Полезно переписать соотношения /14,15/ с учетом разложения /16/:

$$A^a_i(\vec{x}) = O^a_b(\vec{x})[Z^{1/2}(A_{кл.}(\vec{x})) + \hat{\mathcal{Q}}^b_i(\vec{x})], \qquad /17а/$$

$$J(\vec{x}) = \omega(\vec{x}) J^{\omega}(\vec{x}) \omega^{-1}(\vec{x}), \qquad /17б/$$

$$\int d\vec{x} N^{bi}(\vec{y},\vec{x}) \hat{\mathcal{Q}}^b_i(\vec{x}) = 0, \qquad /18/$$

где $N^{bi}(\vec{y},\vec{x})$ - некоторая матричная действительная функция, смысл которой выяснится в дальнейшем. Соотношение /18/ соответствует новой калибровке /между различными вариантами которой имеются кулоновская и аксиальная/ и определяет функциональную зависимость α от $\mathcal{Q}$. Отметим, что преобразование /17,18/ есть преобразование Боголюбова /8/, примененное к калибровочному типу симметрии. В духе работ /8,9/ будем производить дальнейшие преобразования.

Преобразуем проекцию оператора заряда к новым переменным. Для этого надо выразить оператор $\vec{E}^a(\vec{x})$, канонически-сопряженный оператору поля $\vec{A}^a(\vec{x})$, через $\alpha(\vec{x})$ и $\vec{\hat{\mathfrak{a}}}(\vec{x})$:

$$E_i^a(\vec{x}) = -i\frac{\delta}{\delta A_i^a(\vec{x})} =$$

$$= \int \bar{B}^{-1}(\vec{y})\frac{\delta\alpha(\vec{y})}{\delta A_i^a(\vec{x})}\left(-i\bar{B}(\vec{y})\frac{\delta}{\delta\alpha(\vec{y})}\right)d\vec{y} + \int\frac{\delta\hat{\mathfrak{a}}_j^b(\vec{y})}{\delta A_i^a(\vec{x})}\left(-i\frac{\delta}{\delta\hat{\mathfrak{a}}_j^b(\vec{y})}\right)d\vec{y}, \qquad /19/$$

где $\bar{B}(\vec{y})$ определено соотношением

$$T^M\bar{B}^{-1}(\vec{y}) = \frac{\delta\omega(\vec{y})}{\delta\alpha(\vec{y})}\omega^{-1}(\vec{y}).$$

Величину $\bar{B}(\vec{y})$ удобно ввести здесь, так как оператор $-i\bar{B}(\vec{y})\frac{\delta}{\delta\alpha(\vec{y})}$ является генератором группы калибровочных преобразований.

Всегда можно подобрать действительную матричную функцию $M_{ai}(\vec{x},\vec{z})$, обладающую нормирующим свойством для функции $N^{ai}(\vec{y},\vec{x})$:

$$\int d\vec{x} M_{ai}(\vec{x},\vec{z})N^{ai}(\vec{y},\vec{x}) = \delta(\vec{z}-\vec{y}). \qquad /20/$$

Тогда величина

$$B_{ij}^{ab}(\vec{x},\vec{y}) = \delta^{ab}\delta_{ij}\delta(\vec{x}-\vec{y}) - \int d\vec{z} M^{ai}(\vec{x},\vec{z})N^{bj}(\vec{z},\vec{y}) \qquad /21/$$

является проектором и, с учетом /18,20/, удовлетворяет

$$\hat{\mathfrak{a}}_i^a(\vec{x}) = \int d\vec{y}\, B_{ij}^{ab}(\vec{x},\vec{y})\hat{\mathfrak{a}}_j^b(\vec{y}), \qquad /22/$$

а также

$$\int d\vec{x} N^{ai}(\vec{z},\vec{x})B_{ij}^{ab}(\vec{x},\vec{y}) = 0, \qquad /23/$$

$$\int d\vec{y}\, B_{ij}^{ab}(\vec{x},\vec{y})M_{bj}(\vec{y},\vec{z}) = 0. \qquad /24/$$

Чтобы получить выражение для $\frac{\delta\alpha(\vec{z})}{\delta A_i^a(\vec{x})}$, надо калибровочное условие /18/ продифференцировать по A_i^a, что соответствует требованию устойчивости левой части условия /18/ по отношению к малым вариациям поля A. Получаем:

$$N^{bi}(\vec{z},\vec{x})(O^{-1}(\vec{x}))_b^a + \int d\vec{z}'\frac{\delta\alpha(\vec{z}')}{\delta A_i^a(\vec{x})}\int d\vec{y} N^{bj}(\vec{z},\vec{y}) *$$

$$* \frac{\delta(O^{-1}(\vec{y}))_c^b}{\delta\alpha(\vec{z}')}O_d^c(\vec{y})[z^{1/2}(A_{\text{кл.}}(\vec{y}))_j^d + \hat{\mathfrak{a}}_j^d(\vec{y})] = 0. \qquad /25/$$

Определим функцию $M_{bj}(\vec{y},\vec{z})$ следующим образом:

$$\bar{B}(\vec{z})M_{bj}(\vec{y},\vec{z})=\frac{\delta(O^{-1}(\vec{y}))_c^{\ b}}{\delta\alpha(\vec{z})}\ O_d^c(\vec{y})(A_{\text{кл.}}(\vec{y}))_j^d\ . \qquad /26/$$

Правая часть /26/ имеет смысл направления сдвига, ортогонального классической траектории. Выражение для $\frac{\delta(O^{-1}(\vec{y}))^{cb}}{\delta\alpha(\vec{z})}$ при использовании свойства калибровочной группы приводится к виду

$$\frac{\delta(O^{-1}(\vec{y}))_b^c}{\delta\alpha(\vec{z})}=f_\rho^{MC}\,(O^{-1}\ (\vec{y}))_b^\rho\,\bar{B}^{-1}(\vec{z})\,\delta(\vec{z}-\vec{y})\ . \qquad /27/$$

Используя определение /26/, выражение /25/ запишем в виде

$$N^{bi}(\vec{z},\vec{x})(O^{-1}(\vec{x}))^{ab}+\int d\vec{z}'\frac{\delta\alpha(\vec{z}')}{\delta A_i^a(\vec{x})}\{z^{1/2}\bar{B}(\vec{z}')\delta(\vec{z}-\vec{z}')+$$

$$+\int d\vec{y}N^{bj}(\vec{z},\vec{y})\frac{\delta(O^{-1}(\vec{y}))^{cb}}{\delta\alpha(\vec{z}')}O^{cd}(\vec{y})\hat{\mathfrak{a}}_j^d(\vec{y})\}=0. \qquad /28/$$

Решение уравнения /28/ можно записать в виде итерационного ряда по степеням $z^{-1/2}$:

$$z^{1/2}\bar{B}^{-1}(\vec{z})\frac{\delta\alpha(\vec{z})}{\delta A_i^a(\vec{x})}=(O^{-1}(\vec{x}))_a^b\{-N^{bi}(\vec{z},\vec{x})+$$

$$+\frac{1}{z^{1/2}}\int d\vec{y}N^{bi}(\vec{y},\vec{x})N^{cj}(\vec{z},\vec{y})f_{cd}^M\,\hat{\mathfrak{a}}_j^d(\vec{y})- \qquad /29/$$

$$-\frac{1}{z}\int d\vec{y}\,d\vec{y}'N^{bi}(\vec{y}',\vec{x})N^{ck}(\vec{z},\vec{y}')N^{b'j}(\vec{z},\vec{y})f_{cd}^M\ f_{b's}^M\ \hat{\mathfrak{a}}_k^d(\vec{y}')\ \hat{\mathfrak{a}}_j^s(\vec{y})+$$

$$+\dots\}.$$

Получим выражение для $\frac{\delta\hat{\mathfrak{a}}_j^b(\vec{y})}{\delta A_i^a(\vec{x})}$:

$$\frac{\delta\hat{\mathfrak{a}}_j^b(\vec{y})}{\delta A_i^a(\vec{x})}=\frac{\delta}{\delta A_i^a(\vec{x})}\int d\vec{z}B_{jn}^{bd}(\vec{y},\vec{z})\hat{\mathfrak{a}}_n^d(\vec{z})=$$

$$=B_{jn}^{bd}(\vec{y},\vec{x})(O^{-1}(\vec{x}))_a^d+\int d\vec{y}'B_{jn}^{bd}(\vec{y},\vec{y}')f_{dc}^M\ \bar{B}^{-1}(\vec{x})\frac{\delta\alpha(\vec{y}')}{\delta A_i^a(\vec{x})}\hat{\mathfrak{a}}_n^c(\vec{y}'), \qquad /30/$$

где $\frac{\delta\alpha(\vec{y})}{\delta A_i^a(\vec{x})}$ определено равенством /29/.

Подстановка /29/, /30/ в /19/ дает:

$$E_i^a(\vec{x})=(O^{-1}(\vec{x}))_b^a\{\hat{\mathcal{E}}_i^b(\vec{x})+\frac{1}{z^{1/2}}\int d\vec{y}[(-i\bar{B}(\vec{y})\frac{\delta}{\delta a_\cdot(\vec{y})})+$$

$$+\hat{\mathcal{E}}_n^p(\vec{y})f_{pc}^M\hat{\alpha}_n^c(\vec{y})][-N^{bi}(\vec{y},\vec{x})+ \qquad /31/$$

$$+\frac{1}{z^{1/2}}\int d\vec{z}N^{bi}(\vec{z},\vec{x})N^{dk}(\vec{y},\vec{z})f_{ds}^M\hat{\alpha}_k^s(\vec{z})-\ldots\},$$

где

$$\hat{\mathcal{E}}_i^a(\vec{x})=\int d\vec{y}\,B_{ij}^{ab}(\vec{x},\vec{y})(-i\frac{\delta}{\delta\hat{\alpha}_j^b(\vec{y})}). \qquad /32/$$

Легко проверить, что выполняются соотношения

$$[\hat{\alpha}_i^a(\vec{x}),\ \hat{\mathcal{E}}_j^b(\vec{y})]=iB_{ji}^{ba}(\vec{y},\vec{x}); \qquad /33а/$$

$$\int N^{ai}(\vec{z},\vec{x})\,\hat{\mathcal{E}}_i^a(\vec{x})\,d\vec{x}=0. \qquad /33б/$$

Прежде чем выписать разложение оператора заряда сделаем некоторые преобразования вектора состояния, который является функционалом от переменных $\hat{\alpha}$ $,a$. Как отмечалось выше в пределе сильной связи для экранирующих решений, классические величины $\vec{A}_{кл.}$ и $\vec{E}_{кл.}$ должны быть порядка $z^{1/2}$, а с учетом квантовых поправок иметь вид:

$$\vec{A}\sim z^{1/2}\vec{A}_{кл.}+\hat{\vec{\alpha}},$$
$$\vec{E}\sim z^{1/2}\vec{E}_{кл.}+\hat{\vec{E}}.$$

Равенство /17а/ дает соответствующую форму для $\vec{A}$. Чтобы $\vec{E}$ приобрело нужный вид, необходимо совершить следующее преобразование волнового функционала:

$$F'(\hat{\alpha},a)=\exp\{-iz^{1/2}\int d\vec{x}(E_{кл.}(\vec{x}))_d^i\hat{\alpha}_i^d(\vec{x})\}\tilde{F}(\hat{\alpha},a), \qquad /34/$$

которое сводится к замене

$$\hat{\mathcal{E}}_i^a(\vec{x})\to\hat{\mathcal{E}}_i^a(\vec{x})+z^{1/2}(E_{кл.}(\vec{x}))_i^a. \qquad /35/$$

Так как $\vec{\alpha}_a$ связаны условиями /18/:

$$\int d\vec{x}N^{ai}(\vec{y},\vec{x})\,\hat{\alpha}_i^a(\vec{x})=0,$$

то, не теряя общности, можно на $\vec{E}_{кл.}$ наложить условия:

$$\int dx' M_{ai}(\vec{y},\vec{x})(E_{кл.}(\vec{x}))^i_a = 0. \qquad /36/$$

Выражение /36/ является калибровочным условием, накладываемым на классические поля. Заметим, что это условие ставится для напряженности поля, а не для переменной $A_{кл.}$

Далее, поскольку параметр группы $\alpha(\vec{x})$ не входит явно в преобразованный оператор Q, можно исключить эту циклическую переменную. Представим волновой функционал в факторизованном виде:

$$\tilde{F}(\hat{\mathfrak{A}}, \alpha) = \exp\{ i \int d\vec{x}\, I(\vec{x})\, \alpha(\vec{x}) \} F(\hat{\mathfrak{A}}), \qquad /37/$$

где $I(\vec{x})$ - некоторая функция. Представление /37/ ведет к замене:

$$-i\bar{B}(\vec{x}) \frac{\delta}{\delta\alpha(\vec{x})} \to \bar{B}(\vec{x}) I(\vec{x}).$$

Волновой функционал /37/ будет удовлетворять уравнению связи /7/, если [13]

$$\bar{B}(\vec{x}) I(\vec{x}) = zJ(\vec{x}). \qquad /38/$$

Выпишем с учетом подстановок /17,31/ и /35,38/ оператор заряда, разложенный в ряд по степеням $z^{-1/2}$:

$$Q = (z^{1/2})^2 Q_2 + z^{1/2} Q_1 + (z^{1/2})^0 Q_0 + \dots, \qquad /39/$$

где

$$Q_2 = -\int d\vec{x} \{ f^M_{bc} (A_{кл.}(\vec{x}))^c_i [(E_{кл.}(\vec{x}))^b_i - \int d\vec{y} J(\vec{y}) N^{bi}(\vec{y},\vec{x})] + J(\vec{x}) \},$$

$$Q_1 = -\int d\vec{x} f^M_{bc} \hat{\mathfrak{A}}^c_i(\vec{x}) \{ [(E_{кл.}(\vec{x}))^b_i - \int d\vec{y} J(\vec{y}) N^{bi}(\vec{y},\vec{x})] \times$$

$$\times [1 - \int d\vec{z} f^M_{ps} (A_{кл.}(\vec{z}))^s_k N^k_p(\vec{x},\vec{z})] \} + f^M_{bc} (A_{кл.}(\vec{x}))^c_i \hat{\mathfrak{E}}^b_i(\vec{x}),$$

$$Q_0 = -\int d\vec{x} f^M_{bc} \hat{\mathfrak{A}}^c_i(\vec{x}) \{ \hat{\mathfrak{E}}^b_i(\vec{x}) -$$

$$- \int d\vec{y} [(E_{кл.}(\vec{y}))^p_j - \int d\vec{z} J(\vec{z}) N^p_j(\vec{z},\vec{y})] f^M_{ps} N^{bi}(\vec{y},\vec{x}) \hat{\mathfrak{A}}^s_j(\vec{y}) \} -$$

$$f^M_{bc}(A_{кл.}(\vec{x}))^c_j\} - \int d\vec{y} N^{bi}(\vec{y},\vec{x})\hat{\mathcal{E}}^s_j(\vec{y}) f^M_{sp}\hat{\mathfrak{A}}^p_j(\vec{y})\cdot$$

$$\cdot\int d\vec{y}[(E_{кл.}(\vec{y}))^d_k - \int d\vec{z} J(\vec{z}) N^{dk}(\vec{y},\vec{z})] f^M_{dp}\hat{\mathfrak{A}}^p_k(\vec{y}) \times$$

$$\times\int d\vec{z}' N^{bi}(\vec{z}',\vec{x}) N^{ma}(\vec{y},\vec{z}') f^M_{ar}\hat{\mathfrak{A}}^r_m(\vec{z}')\}.$$

Разложив волновой функционал $F(\hat{\mathfrak{A}})$ и собственное значение заряда q по степеням $z^{-1/2}$:

$$|F\rangle = z|F_2\rangle + z^{1/2}|F_1\rangle + z^0|F_0\rangle + \ldots, \qquad /40/$$
$$q = zq_2 + z^{1/2}q_1 + z^0 q_0 + \ldots$$

запишем уравнения теории возмущений:

$$(\hat{Q}_2 - q_2)|F_2\rangle = 0; \qquad /41а/$$

$$(\hat{Q}_1 - q_1)|F_2\rangle = -(Q_2 - q_2)|F_1\rangle \qquad /41б/$$

Рассмотрим уравнение /41а/. Как видно из /39/, $\hat{Q}_2$ не содержит операторных величин и, следовательно, /41а/ является классическим соотношением. Поэтому правая часть /41б/ при учете /41а/ равна нулю.

Оператор $\hat{Q}_1$ является линейным оператором по переменным поля. Требование отсутствия растущих со временем решений соответствующего уравнения Гейзенберга приводит к условиям, требующим обращения в нуль коэффициентов при операторах поля. Согласованным с этим требованием и уравнением /41а/ значением q_1 является нулевое значение. Требование обращения в нуль коэффициента при $\hat{\mathfrak{A}}^c_i$ приводит к следующему условию:

$$f^M_{bc}[(E_{кл.}(\vec{x}))^b_i - \int d\vec{y} J(\vec{y}) N^{bi}(\vec{y},\vec{x})][1 - \int d\vec{z} f^M_{ps}(A_{кл.}(\vec{z}))^s_k N^{pk}(\vec{x},\vec{z})] = 0. \qquad /42/$$

Первая квадратная скобка не равна нулю из-за условия ортогональности /36/ между векторами $E_{кл.}$ и N. Поэтому условие /42/ сводится к

$$\int d\vec{z} f^M_{ps}(A_{кл.}(\vec{z}))^s_k N^k_p(\vec{x},\vec{z}) = 1. \qquad /43/$$

Приравнивать нулю коэффициент при операторе $\hat{\mathcal{E}}$ нет необходимости. Для устойчивости достаточно, чтобы в нуль обращалось интегральное выражение

$$\int f^{M}_{bc}(A_{\text{кл.}}(\vec{x}))^{c}_{i}\,\hat{\mathfrak{S}}^{b}_{i}(\vec{x})\,d\vec{x}=0.$$

В силу /33б/ последнее выполняется, если потребовать:

$$f^{M}_{bd}(A_{\text{кл.}}(\vec{x}))^{d}_{i}=C\int N^{bi}(\vec{y},\vec{x})\,d\vec{y}, \qquad /44/$$

где C – коэффициент пропорциональности.

Выражение для Q_2 с учетом условий /36,43,44/ обращается в нуль.

4. В данной работе мы последовательно исследовали, в пределе сильной связи проблему устойчивости классических решений по отношению к малым квантовым флуктуациям в случае, когда имеется один статический источник с цветовым зарядом, вектор которого направлен вдоль какой-либо выделенной оси. Результатом проведенного исследования является вывод: в пределе сильной связи устойчивыми классическими решениями указанной задачи являются лишь решения, обеспечивающие полную экранировку заряда.

Например, кулоноподобное решение, построенное в работе [1] обеспечивает лишь частичную экранировку и, следовательно, является неустойчивым в нашем смысле. Последнее согласуется с результатом работы.[2]

В последующих статьях мы исследуем устойчивость решений задачи с двумя статическими источниками, а также задачи с одним источником, обладающим сильным аномальным магнитным моментом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mandula J.E. Phys.Rev., 1976, 14, No.12, p.3497.
2. Mandula J.E. Phys.Lett., 1977, 67B, No.2, p.175.
3. Sikivie K., Weiss N. Phys.Rev.Lett., 1978, 40, No.22,p.1411.
4. Cahill K. Phys.Rev.Lett., 1978, 41, No.9, p.599.
5. Хриплович И.Б. ЖЭТФ, 1978, 74, №1, с.37.
6. Arodz H. Phys.Lett., 1978, 78B, No.1, p.129.
7. Magg M. Phys.Lett., 1972, 74B, No.3, p.246.
8. Боголюбов Н.Н. Укр.матем.журнал, 1950, 2, №2, с.3.
9. Солодовникова Е.П., Тавхелидзе А.Н., Хрусталев О.А. ТМФ, 1972, 11, №3, с.317.
10. Славнов А.А., Фаддеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. "Наука", М., 1978.
11. Jackiw R. Rev.Mod.Phys., 1980, 52, No.4, p.661.

12. Коноплева Н.П., Попов В.Н. Калибровочные поля. Атомиздат, М., 1972.
13. Christ N.H., Lee T.D. Phys.Rev., 1980, 22, No.4, p.939.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 июля 1981 года.