сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-81-501

А.Е.Дорохов

ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИУСА НЕЙТРОНА В МОДЕЛИ МЕШКОВ С ЛИНЕЙНЫМ ЗАПИРАНИЕМ

1981

Модель "мешков"[1] заслужила признание как кварковая модель адронов, позволяющая вычислить большое количество их статических свойств[2]. Предсказанные значения спектра масс мезонов и барионов, магнитные моменты барионов, отношение аксиальной константы слабого взаимодействия к векторной и других величин прекрасно согласуются с экспериментальными данными.

Вместе с тем имеется ряд проблем, решение которых в модели мешков явилось бы важным шагом в понимании структуры этой модели. Среди таких проблем необходимо выделить задачи, связанные с изучением структуры частицы. Это, во-первых, вычисление среднеквадратичного электромагнитного радиуса нейтрона[3] /следует отметить, что в одной из версий модели мешков - "маленьком мешке"[4] - было получено правильное значение этой величины/. Во-вторых, в последние годы, в связи с изучением степенных поправок к скейлингу особую важность приобрела деятельность, связанная с вычислением структурных функций [5].

Для разрешения возникших трудностей предлагались различные методы, например: учет трансляционной инвариантности, использование вместо потенциала в виде прямоугольной потенциальной ямы, входящего в уравнение Дирака, других запирающих потенциалов. В работе[6] показано, что учет трансляционной инвариантности в точно решаемой двумерной модели мешков не обеспечивает сходимости вклада в структурную функцию, обусловленного морем кварков. Вместе с тем, использование другой формы потенциала может привести к существенному улучшению результатов. В частности, в работе [7] на основе разумных физических соображений было показано, что структурные функции можно согласовать с экспериментом, если предположить, что размер области конфайнмента линейно растет с энергией кварков. В нашей работе вычислен среднеквадратичный радиус нейтрона в модели мешков с использованием линейного потенциала. Кварки в мешке предполагаются безмассовыми. Ранее[8] было показано, что использование линейного потенциала приемлемо для расчета статических свойств адронов. Некоторые размерные соотношения, представляющие интерес при работе со степенными потенциалами в модели мешков, получены в работе[9]. Как отмечалось выше, волновая функция индивидуального кварка удовлетворяет уравнению Дирака:

$$[\vec{\alpha}\,\vec{P} + \beta\, br]\psi(\vec{r}) = \epsilon_n\, \psi(\vec{r}) , \qquad /1/$$

где $\vec{\alpha}$, β - матрицы Дирака, ϵ_n - энергия кварка в n-м радиальном возбуждении, $b > 0$. Для $\psi(\vec{r})$ имеем обычное сферически-симметричное представление:

$$\psi(\vec{r}) = \begin{Bmatrix} g(r) & \Omega_{j\ell m}(\vec{n}) \\ if(r) & \Omega_{j\ell' m}(\vec{n}) \end{Bmatrix}, \qquad /2/$$

где $\Omega_{j\ell m}(\vec{n})$ - шаровые спиноры, соответствующие полному моменту j. Уравнение /1/ с граничными условиями регулярности волновой функции в нуле и на бесконечности решается численно. Собственные значения уравнения /1/, выраженные в единицах $\sqrt{b}$, имеют значения $(x_n = \frac{\epsilon_n}{\sqrt{b}})$:

$$x_1 = 1{,}62; \quad x_2 = 2{,}60; \quad x_3 = 3{,}40. \qquad /3/$$

В нулевом приближении кварки не взаимодействуют. Учет взаимодействия за счет обмена глюонами производится по теории возмущений, разработанной в /3,10/.

Мы используем модель /1/, в которой фиксируется радиус /в данном случае параметр потенциала b / мешка. Это связано с использованием промежуточных состояний в формализме работ /3,10/. В таком случае необходимо считать, что кварк, испуская или поглощая виртуальный глюон, находится в высоковозбужденном радиальном состоянии того же радиуса, что и первоначальный.

Волновые функции кварков, заданные уравнением /1/, определены в области $0 \le r < \infty$. Однако эффективно кварки находятся в объеме с радиусом, по порядку величины равным радиусу $\tilde{R}$ классически доступной области. Вне этого объема волновые функции имеют асимптотику: $\exp[-b(r-\tilde{R})^2]$. В этом смысле наша модель есть мешок с границей, представляющей собой переходный слой.

Граничные условия для радиационных мод глюонного поля имеют обычный вид и ставятся на сфере внутри указанного переходного слоя. Эти моды удобно выразить через скалярное поле

$$\phi_{k\ell m}(\vec{r}) = N j_\ell(kr)\, Y_{\ell m}(\Omega), \qquad /4/$$

где N - нормировка, $j_\ell(r)$ - сферическая функция Бесселя, $Y_{\ell m}$ - шаровая функция. Тогда выражение для полей в кулоновской калибровке принимает вид:

$$\text{TM}: \ \vec{V}_{k\ell m}(\vec{r}) = \mathrm{rot}(\mathrm{rot}(\vec{r}\phi_{k\ell m})), \qquad /5/$$

где k определяется из условия

$$j_\ell(k\tilde{R}) = 0; \qquad /6/$$

$$\mathrm{TE}: \vec{V}^{E}_{k\ell m}(\vec{r}) = \mathrm{rot}(\vec{r}\phi_{k\ell m}), \qquad /7/$$

где k определено

$$\frac{d}{dr}[r j_\ell(kr)]|_{r=\tilde{R}} = 0. \qquad /8/$$

TE и TM -моды - это известные из классической электродинамики решения, отвечающие различным четностям. Основному вкладу в эффект, рассматриваемый в данной статье, соответствует только TE -мода /7/ с $\ell = 1$. В этом случае собственные значения уравнения /8/ равны:

$$k\tilde{R} = 2{,}75;\ 6{,}12;\ 9{,}32\ldots \qquad /9/$$

Нормировочный множитель N в формуле /4/ определяется как

$$N_k = \left| \frac{1}{\tilde{R}^{3/2} j_1(k\tilde{R})} \left(\frac{(k\tilde{R})^2}{(k\tilde{R})^2 - 2} \right)^{1/2} \right|. \qquad /10/$$

Электромагнитный радиус нейтрона есть среднее от оператора $\Sigma q_i r_i^2$:

$$\langle R^2 \rangle_N = \int \prod_i d\vec{r}_i \langle \psi, N | \Sigma q_i r_i^2 | \psi, N \rangle, \qquad /11/$$

где q_i - заряд i-го кварка, находящегося в точке r_i, и $|\psi, N\rangle$ представляет волновую функцию нейтрона. В нулевом приближении по константе g радиус нейтрона равен нулю. Это происходит в силу того, что волновая функция симметрична по состояниям кварков, поэтому в /11/ из-под интеграла можно вынести полный заряд нейтрона, который равен нулю. Если же учтем следующие члены разложения пространственной части волновой функции, среди которых уже будут члены, нарушающие указанную симметрию, то получим ненулевое значение радиуса. Достаточно иметь разложение до второго порядка по константе связи g /3/ :

$$\begin{aligned} |\psi, N\rangle \sim\ & |(1S_{1/2})^3\rangle + g\,\Sigma\, a^{1S,nL}_{k(\ell)} |(1S_{1/2})^2 (nL_{1/2}) G^\ell_k\rangle + \\ & + g \sum_{\substack{nL,\,mM \\ k\ell}} b^{nL,mM}_{k(\ell)} |(1S_{1/2})^3 (nL_{1/2})(m\bar{M}_{1/2}) \cdot G^\ell_k\rangle + \qquad /12/ \\ & + g^2 \sum_{\substack{nL,\,mM \\ n \frown m \neq 1}} c^{nL,mM} |(1S_{1/2})(nL_{1/2})(mM_{1/2})\rangle, \end{aligned}$$

где nL представляет кварк в n-м радиальном возбуждении и $L = S,P,D,\dots$; $\bar{M}$ - состояние антикварка и G_k^{ℓ} - глюона с угловым моментом 1 и волновым числом k.

Подробный анализ, проведенный в работе [3], приводит к следующему выражению для радиуса нейтрона:

$$<R^2>_N = \frac{16}{3}\,\frac{g^2}{4\pi}\sum_{n>1}\sum_k <r_{n1}^2>\,\frac{(\sqrt{4\pi}\,I_k^{11})(\sqrt{4\pi}\,I_k^{1n})}{k^2(k+\omega_n)}\left(\frac{3}{2}+\frac{k}{\omega_n}\right), \quad /13/$$

где $\omega_n = x_n - x_1$ /значения x_n из /3//,

$<r_{n1}^2> = N_n N_1 \int d\vec{r}\,\bar{\psi}_n\, r^2 \psi_1$.

Величины I_k^{IF} несут полную информацию о кварк-глюонной вершине. Аналитические выражения для кварк-антикварк-глюонной, кварк-кварк-глюонной и трехглюонной вершин в случае модели с бесконечноглубокой потенциальной ямой приведены в работе [11]. Для модели с линейным потенциалом аналитическое представление решений уравнения Дирака отсутствует, и значения соответствующих величин находятся численно из выражения:

$$I_k^{IF} = -\left(\frac{16}{3}\pi\right)^{1/2} N_k N_I N_F \int_0^{\tilde{R}} r^2 dr\, j_1(kr)\left[g\left(x_F \frac{r}{\tilde{R}}\right) f\left(x_I \frac{r}{\tilde{R}}\right) - f\left(x_F \frac{r}{\tilde{R}}\right) g\left(x_I \frac{r}{\tilde{R}}\right)\right]. \quad /14/$$

Здесь I, F - радиальные квантовые числа кварка в начальном и конечном состояниях. $g(r)$, $f(r)$ - радиальные решения уравнения Дирака.

Результаты вычисления отношения электромагнитного радиуса нейтрона к радиусу протона приведены в таблице.

Таблица

	/3/	Наша работа	Эксперимент
$\frac{<R^2>_N}{<R^2>_p}$	$-0{,}02\,\alpha_s$	$-2{,}02\,\alpha_s$	$-0{,}15$

Вычисленная величина не зависит от размеров мешка, а зависит лишь от параметра теории возмущений $\alpha_s = g^2/4\pi$. Существенное различие между нашим результатом и результатом работы [3] объясняется следующими причинами:

а/ различное расположение уровней в потенциальной яме и линейном потенциале, б/ существенное различие значений величины $\langle r_{12}^2 \rangle$, характеризующей перекрытие волновых функций основного и первого радиально возбужденного уровней.

Автор благодарит П.Н.Боголюбова, А.В.Сидорова и Н.Б.Скачкова за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов П.Н. ОИЯИ, Р-1569, Дубна, 1966; Bogoljubov P.N. Ann.Henri Poincare, 1967, 8, p.163; Chodos A. et al. Phys. Rev., 1974, D9, p.3471.
2. Chodos A. et al. Phys.Rev., 1974, D10, p.2599; De Grand T. et al. Phys.Rev., 1975, D12, p.2060.
3. Close F.E., Horgan R.R. Nucl.Phys., 1980, B164, p.413; Close F.E., Horgan R.R. Preprint RL-80-079.
4. Miller G.A., Thomas A.W.,Theberge S.V. Washington University. Preprint TRI-PP-80-33.
5. Jaffe R.L. Phys.Rev., 1975, D11, p.1953; Jaffe R.L. Phys. Rev., 1980, B93, p.313.
6. Davis A.C., Squires E.J. Phys.Rev., 1979, D19,p.388.
7. McCall M., Squires E.J. J.Phys.G: Nucl.Phys., 4, p.L255.
8. Dorokhov A.E. JINR, E2-80-710, Dubna, 1980.
9. Dorokhov A.E.,Sidorov A.V. JINR, E2-80-525, Dubna, 1980.
10. Lee T.D. Phys.Rev., 1979, D19, p.1802.
11. Close F.E., Monaghan S. Phys.Rev., 1981, D23, p.2098.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 июля 1981 года.