сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-494

П.Н.Боголюбов, А.Ф.Писарев, Н.С.Шавохина

КОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ В НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

1981

1. ВВЕДЕНИЕ

Существующая программа экспериментальных исследований гравитационных волн всецело основана на идее поиска волн от астрофизических объектов. На этом пути, однако, возникло немало трудностей принципиального характера, что побуждает физиков, особенно в последнее время, все чаще и чаще обращаться к мысли о чисто лабораторной проверке теории гравитационных волн, которая базировалась бы на одновременном использовании искусственного излучателя и детектора этих волн. Такой путь исследований привлекателен во многих отношениях и прежде всего тем, что постановку чисто лабораторного опыта можно планировать в строгом соответствии с теорией. В космической же программе сведения о возможных астрофизических источниках волн недостаточно определенны.

Обсуждаемый подход к исследованию гравитационных волн аналогичен подходу Герца к исследованию электромагнитных волн. В гравитационном случае практическая реализация идей Герца сопряжена с преодолением гигантских трудностей, обусловленных исключительной слабостью сил гравитационного взаимодействия. Поэтому основное усилие физиков в последнее время направлено на разработку оптимального способа генерирования гравитационных волн, лабораторное осуществление которого не было бы безнадежно обременительным по материальным и финансовым затратам для институтов и лабораторий, ведущих фундаментальные исследования в физике. К настоящему моменту предложено несколько перспективных идей по искусственному излучению гравитационных волн в лабораторных условиях. Среди них наибольший практический интерес могут представлять, пожалуй, три метода, а именно: излучение волн в оптическом диапазоне частот с помощью когерентно-сфазированных колебаний микроквадруполей [1,2,3], излучение в СВЧ-диапазоне с помощью гиперзвуковых колебаний в кристалле [3] и излучение в длинноволновом диапазоне частот электромагнитными полями в тороидальном вакуумном резонаторе [4]. Не вдаваясь в детальный анализ особенностей этих предложений, можно отметить, что метод излучения волн микроквадруполями труден в реализации, способ генерирования волн гиперзвуковыми колебаниями и метод электромагнитного излучения в длинноволновом диапазоне частот в вакуумных резонаторах сильно ограничены по уровню излучаемой мощности.

В настоящей работе рассматривается новый когерентный метод излучения гравитационных волн в оптическом и СВЧ диапазонах с помощью стоячих волновых полей в системе из аксиально-симметричных волоконных световодов и резонаторов, заполненных электрическими и магнитными диэлектрическими материалами с большой константой проницаемости. Световое или СВЧ поля в диэлектрической среде служат эффективным источником монохроматического гравитационного излучения, которое в окрестности оси симметрии излучающей системы образует стоячую гравитационную волну.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ СВЧ ПОЛЕМ В ПОЛОСКОВОМ ВОЛНОВОДНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Рассмотрим полосковый цилиндрический резонатор, заполненный диэлектриком с электрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью $\mu=1\ll\epsilon$. В резонаторе возбуждены стоячие электромагнитные волны в СВЧ диапазоне. Будем считать, что эти волны представляют собой ТЕМ-моду колебаний, для которых не существует ограничения по критической частоте распространения [5].

Для того, чтобы вычислить гравитационное поле, создаваемое электромагнитными волнами в резонаторе, нам потребуется три координатных системы: ct, x, y, z; ct, ϕ, r, z и $ct, x'y'z'$. Декартова система координат xyz связана с наблюдателем. Ось z совпадает с осью цилиндрической симметрии резонатора. Координатная плоскость $z=0$ проходит через центры осевых сечений резонатора, которые имеют вид прямоугольника со сторонами $2a$ и $2b$. Сторона $2b$ параллельна оси z. Цилиндрическая система координат, как обычно, связана с декартовой системой xyz : $x=r\cos\phi$, $y=r\sin\phi$, $z=z$. "Сопутствующая" система координат $ct, x'y'z'$ относится к осевому сечению резонатора. Оси x', z' совпадают с осями симметрии прямоугольного сечения, причем ось z' параллельна оси z. Ось y' совпадает с нормалью к осевому сечению. Далее эти три системы координат используются без дополнительных пояснений.

Электромагнитное поле в резонаторе в системе координат имеет вид [5]

$$E_{x'} = E_0 \sin(kR_1\phi_1 + \Phi_{01}) \sin(\omega t + \Phi_{02}), \qquad /1/$$

$$H_{z'} = H_0 \cos(kR_1\phi_1 + \Phi_{01}) \sin(\omega t + \Phi_{02}),$$

$$E_{y'} = E_{z'} = H_{x'} = H_{y'} = 0,$$

где E_0, $H_0 = \mathrm{const}$, R_1, ϕ_1 - полярные координаты центра одного из сечений резонатора; k, Φ_{01}, Φ_{02}, ω - волновой вектор, начальные фазы и частота колебаний ТЕМ-волны. Используя /1/, найдем тензор энергии-импульса электромагнитного поля[6]

$$T_{x'x'} = \frac{\epsilon E_0^2}{16\pi}\cos(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{y'y'} = \frac{\epsilon E_0^2}{16\pi}\cos(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})\cos(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{z'z'} = -T_{x'x'}, \qquad /2/$$

$$T_{00} = -T_{y'y'},$$

$$T_{0y'} = \frac{\epsilon E_0^2}{16\pi}\sin(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})\sin(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{x'y'} = T_{x'z'} = T_{y'z'} = T_{0x'} = T_{0z'} = 0.$$

Полагаем, что $R_1 \gg \lambda$ - длины ТЕМ-волны.

Преобразуем выражение /2/ в систему координат x^0, x, y, z; $x^0 = ct$. Предварительно проинтегрируем выражения /2/ по сечению резонатора и будем считать, что все компоненты тензора энергии-импульса $T_{\alpha\beta}$ $(\alpha = 0,1,2,3)$ отличны от нуля только на оси сечения резонатора z'. Это упрощает все последующие вычисления и при принятой точности расчетов не влияет на конечные результаты, если только $\lambda, \Lambda > 2a, 2b$, где Λ - длина гравитационной волны. Окончательно имеем

$$T_{xx} = F_1[\cos^2\phi_1 + \sin^2\phi_1\cos(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})]\cos(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{yy} = F_1[\sin^2\phi_1 + \cos^2\phi_1\cos(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})]\cos(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{zz} = -F_1\cos(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{xy} = \frac{F_1}{2}[1 - \cos(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})]\sin 2\phi_1\cos(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{00} = -F_1\cos(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})\cos(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{0x} = -F_1\sin(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})\sin\phi_1\sin(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{0y} = F_1 \sin(2kR_1\phi_1 + 2\Phi_{01})\cos\phi_1 \sin(2\omega t + 2\Phi_{02}),$$

$$T_{0z} = T_{xz} = T_{yz} = 0, \qquad /3/$$

где

$$F_1 = \frac{ab\epsilon E_0^2}{4\pi}.$$

Гравитационные потенциалы $\psi_{\alpha\beta}$ в приближении слабого поля /7/ выражаются через тензор энергии-импульса материи следующим образом /8/:

$$\psi^{\alpha}_{\beta}(t, x, y, z) = \frac{4G}{c^4}\int_v \frac{T^{\alpha}_{\beta}(\tilde t, \tilde x, \tilde y, \tilde z)}{R} d\tilde x d\tilde y d\tilde z, \qquad /4/$$

где G – гравитационная постоянная, c – скорость света, $R = \sqrt{(x-\tilde x)^2+(y-\tilde y)^2+(z-\tilde z)^2}$ – расстояние от излучающего элемента с координатами $\tilde x = \tilde r\cos\phi$, $\tilde y = \tilde r\sin\phi$, $\tilde z$ до точки наблюдения с координатами $x = r\cos\phi$, $y = r\sin\phi$, z. Гравитационные потенциалы ищутся в запаздывающий момент времени $t = \tilde t + R/c$. С метрическим тензором $g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}$ пространственно-временного мира потенциалы $\psi_{\alpha\beta}$ связаны соотношением /8/

$$\psi_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}h_{\alpha\beta}h. \qquad /5/$$

Здесь $\eta_{\alpha\beta}$ – метрический тензор пространства Минковского с сигнатурой /– + + +/, $h_{\alpha\beta}$ – малое возмущение $\eta_{\alpha\beta}$, порождаемое тензором энергии-импульса материи $T_{\alpha\beta}$, $h = h^{\alpha}_{\alpha}$. Опускание и поднятие индексов производится с помощью тензора $\eta_{\alpha\beta}$ и обратного к нему – $\eta^{\alpha\beta}$. Кроме того, потенциалы $\psi_{\alpha\beta}$ удовлетворяют калибровочному условию

$$\psi^{\beta}_{\alpha,\beta} = 0.$$

С учетом условий $R, R_1 \gg \lambda, \Lambda$ и $\lambda, \Lambda \gg 2a, 2b$ величину R можно считать равной $R = R_1\,[1 - \frac{r}{R_1}\cos(\phi_1 - \phi)]$. В этом приближении значения $\psi_{\alpha\beta}$ имеют смысл в окрестности оси симметрии резонатора, если только $|z| \le (\pi R_1 k^{-1})^{1/2}$.

После подстановки /3/ в /4/ и интегрирования получим

$$\psi_{xx} = F_2\,[J_0(2kr) - 2J_2(2kr)\cos 2\phi]\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$\psi_{yy} = F_2\,[J_0(2kr) + 2J_2(2kr)\cos 2\phi]\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$\psi_{zz} = -2F_2\,J_0(2kr)\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$\psi_{xy} = -\frac{F_2}{2} J_2(2kr)\sin 2\phi \cos(2\omega t - \Phi),$$

$$\psi_{xz} = \psi_{yz} = \psi_{00} = \psi_{0x} = \psi_{0y} = \psi_{0z} = 0, \qquad /6/$$

где $\Phi = 2kR_1 + 2\Phi_{02}$, $F_2 = 4\pi G c^{-4} F_1$, $J_0(2kr)$, $J_2(2kr)$ – функции Бесселя. Очевидно, что гравитационное поле $\psi_{\alpha\beta}$ в окрестности центра резонатора, где справедливы формулы /6/, представляет собой стоячую волну.

Из /5/ и /6/ получаем, что возмущения $h_{\alpha\beta}$ метрики плоского пространства-времени, порождаемые стоячей электромагнитной волной в резонаторе, равны

$$h_{xx} = F_2 [J_0(2kr) - 2J_2(2kr)\cos 2\phi]\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$h_{yy} = F_2 [J_0(2kr) + 2J_2(2kr)\cos 2\phi]\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$h_{zz} = -2F_2 J_0(2kr)\cos(2\omega t - \Phi), \qquad /7/$$

$$h_{xy} = -\frac{1}{2} F_2 J_2(2kr)\sin 2\phi \cos(2\omega t - \Phi).$$

Остальные компоненты $h_{\alpha\beta}$ равны нулю. Непосредственным вычислением можно убедиться, что полученные гравитационные потенциалы $\psi_{\alpha\beta}$ вблизи центра резонатора удовлетворяют требуемому калибровочному условию $\psi^{\beta}_{\alpha,\beta} = 0$. В цилиндрической системе координат отличные от нуля компоненты $h_{\alpha\beta}$ равны

$$h_{rr} = F_2 [J_0(2kr) - \frac{1}{4} J_2(2kr)(1 + 7\cos^2 2\phi)]\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$h_{\phi\phi} = F_2 [J_0(2kr) + \frac{1}{4} J_2(2kr)(1 + 7\cos^2 2\phi)]\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$h_{zz} = -2F_2 J_0(2kr)\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$h_{r\phi} = -\frac{1}{8} F_2 J_2(2kr)(2\sin 2\phi - 7\sin 4\phi)\cos(2\omega t - \Phi),$$

$$h_{rz} = h_{\phi z} = 0. \qquad /8/$$

Формулы /6/-/8/ получены для одного излучающего элемента. Они остаются справедливыми и для суммарного гравитационного поля от большой системы излучающих элементов, если последние надлежащим образом сфазированы. Для рассматриваемого случая временная фаза ωt всех излучающих элементов должна быть единой или отличаться на целое число периодов. Радиальная фаза $\Phi = 2kR_1 + 2\Phi_{02}$ должна удовлетворять условию

$$\cos(2\omega t - 2kR_{1i} - 2\Phi_{02}) = \cos(2\omega t - 2kR_{1(i\pm 1)} - 2\Phi_{02}),$$

т.е. расстояние между излучающими элементами в системе должно быть $|\vec{R}_{1(i\pm 1)} - \vec{R}_{1i}| = n\lambda$, где $n = 1,2,3,\ldots$.Кольцевая фаза Φ_{01}, как видно из уравнений /6/-/8/, в гравитационные потенциалы не входит, т.е. результирующее гравитационное поле не зависит от кольцевых фазовых отношений отдельных излучателей в системе. Поэтому для излучающей системы из N элементов гравитационная амплитуда F_2 должна быть умножена на число N.

Параметры излучающей системы примем следующими: линейные размеры сечения излучающего элемента $a = b = 1$ см, средний радиус $R_1 = 10^3$см, общее число излучающих элементов в системе $N = 10^5$, диэлектрическая проницаемость вещества в резонаторе $\epsilon = 10^3$, частота поля $\omega = 10^{12}$ рад$\cdot$с$^{-1}$ и напряженность $E_0 = 10^5$ СГС. Используя эти данные, можно получить для интенсивности $\mathcal{P}$ сходящегося к центру резонатора гравитационного потока следующие оценки: $\mathcal{P}(2\omega) = 10^{-1}$ эрг$\cdot$см$^{-2}$ с$^{-1}$. При получении этой оценки мы полагаем, что от каждого излучателя идет плоская волна, и затем суммируем интенсивности гравитационных потоков от всех излучателей. Выражение интенсивности потока энергии для плоской гравитационной волны через параметры этой волны широко известно /см., например, [8,9] /.

Близкое по величине значение потока гравитационной волны можно получить также в системе, излучающие элементы которой выполнены из коаксиального кабеля эллиптического или цилиндрического типа, заполненного электрическим или магнитным диэлектриком с большой проницаемостью ϵ, μ. Заметим, что в эллиптическом излучателе эффективное генерирование гравитационной волны следует ожидать на ТЕМ-моде, а в цилиндрическом на ТЕ-моде колебаний электромагнитного поля.

3. ИЗЛУЧАТЕЛЬ АКСИАЛЬНОГО ТИПА

Рассмотрим цилиндрический тороидальный резонатор, заполненный диэлектриком, в котором возбуждена стоячая электромагнитная волна ТЕ-моды колебаний [5]. Для этой волны компоненты поля имеют следующие значения [5]:

$$E_{x'} = -2E_0 \left[\frac{J_1(kr')}{kr'} \cos 2\phi' - J_0(kr')\cos^2\phi'\right] \cos(\alpha R_1 \phi_1)\cos\omega t,$$

$$E_{z'} = E_0 \left[\frac{2J_1(kr')}{kr'} - J_0(kr')\right] \sin 2\phi' \cos(\alpha R_1 \phi_1)\cos\omega t,$$

$$H_{x'} = E_0 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[\frac{2J_1(kr')}{kr'} - J_0(kr')\right] \sin 2\phi' \sin(\alpha R_1 \phi_1)\sin\omega t,$$

$$H_{y'} = 2E_0 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} J_1(kr')\cos\phi' \cos(\alpha R_1 \phi_1)\sin\omega t,$$

$$H_{z'} = -2E_0 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[\frac{J_1(kr')}{kr'} \cos 2\phi' - J_0(kr') \cos^2 \phi' \right] \sin(aR_1 \phi_1) \sin \omega t.$$

$$E_{z'} = 0, \qquad /9/$$

где $k = u_{11}/a$; u_{11} - корень уравнения $\left.\frac{dJ_1(kr')}{d(kr')}\right|_{r'=a} = 0$, равный $u_{11} = 1{,}841$; $E_0 = const$, $r'\phi'$ - полярные координаты в одном из осевых сечений резонатора; a - постоянная распространения, равная $(k_1^2 - k^2)$; k_1, ω - волновой вектор и частота ТЕ-волны в диэлектрике. Осевое сечение резонатора имеет вид круга с радиусом, равным a. Принимаем следующие условия: $R_1 \gg \lambda\Lambda$; $\lambda, \Lambda > 2a$; $\epsilon \gg \mu = 1$.

Вычисление гравитационных потенциалов $\psi_{a\beta}$ проводится по аналогии с предыдущим разделом. В окрестности оси симметрии резонатора они равны

$$\psi_{xx} = -F_3 [3J_0(2kr) - 11J_2(2kr) \cos 2\phi] \cos 2\omega t,$$

$$\psi_{yy} = -F_3 [3J_0(2kr) + 11J_2(2kr) \cos 2\phi] \cos 2\omega t,$$

$$\psi_{zz} = -2F_3 J_0(2kr) \cos 2\omega t,$$

$$\psi_{xy} = 11F_3 J_2(kr) \sin 2\phi \cos 2\omega t,$$

$$\psi_{00} = -8F_3 J_0(2kr) \cos 2\omega t, \qquad /10/$$

$$\psi_{xz} = \psi_{yz} = \psi_{0x} = \psi_{0y} = \psi_{0z} = 0,$$

где

$$F_3 = \frac{\pi a^2 G \epsilon E_0^2 N}{24c^4}.$$

Поправки $h_{a\beta}$ к плоской метрике имеют вид

$$h_{xx} = F_3 [5J_0(2kr) + 11J_2(2kr) \cos 2\phi] \cos 2\omega t,$$

$$h_{yy} = F_3 [5J_0(2kr) - 11J_2(2kr) \cos 2\phi] \cos 2\omega t,$$

$$h_{zz} = 6F_3 J_0(2kr) \cos 2\omega t. \qquad /11/$$

Остальные компоненты $h_{a\beta}$ равны нулю.

В цилиндрической системе координат имеем:

$$h_{rr} = F_3 [5J_0 (2kr) + 11J_2 (2kr) \cos^2 2\phi] \cos 2\omega t,$$

$$h_{\phi\phi} = F_3 [5J_0 (2kr) - 11J_2 (2kr) \cos^2 2\phi] \cos 2\omega t, \qquad /12/$$

$$h_{zz} = 6F_3 J_0 (2kr) \cos 2\omega t.$$

Отметим, что формулы /10/-/12/ справедливы для области значений $|z| \leq (\pi R_1 k^{-1})^{1/2}$.

Оценки интенсивности $\mathcal{P}$ гравитационного потока в центре резонатора проводим так же, как в предыдущем разделе. Излучающая система пусть характеризуется следующими параметрами: $a = 1$ см, $N = 10^5$, $\epsilon = 10^3$; $E_0 = 10^5$ СГС; $\omega = 10^{12}$ рад·с$^{-1}$. Это дает $\mathcal{P}(2\omega) = 10^{-2}$ эрг см$^{-2}$ с$^{-1}$.

4. ОПТИЧЕСКАЯ ИЗЛУЧАЮЩАЯ СИСТЕМА ПЛЕНОЧНОГО ТИПА

Рассмотрим гравитационное излучение стоячими световыми волнами в элементах интегральной оптики - пленочных и волоконных резонаторах. Пусть пленочный резонатор имеет форму кольца с сечением в виде прямоугольника со сторонами $2a$ и $2b$, в котором возбуждена стоячая ТЕ-волна [10-13].

$$H_{z'} = E_0 \cos\beta \frac{x'}{a} \cos(kR_1 \phi_1) \cos\omega t,$$

$$H_{x'} = \sqrt{\epsilon}\, E_0 \cos\beta \frac{x'}{a} \sin(kR_1 \phi_1) \sin\omega t, \qquad /13/$$

$$H_{y'} = \gamma \sqrt{\epsilon}\, E_0 \sin\beta \frac{x'}{a} \cos(kR_1 \phi_1) \sin\omega t,$$

$$E_{x'} = E_{y'} = H_{z'} = 0,$$

где $\gamma = \dfrac{\beta c}{\sqrt{\epsilon}\, a\omega}$; $k = \dfrac{\omega}{c} n$; n - показатель преломления оптической пленки; β - фазовый множитель, который для больших значений $\epsilon \geq 10^2$ можно принять равным $\pi/2$; $\epsilon \gg \mu = 1$; внешняя по отношению к пленке среда имеет $\epsilon = 1$. Опуская все вычисления для $T_{\alpha\beta}$ и $\psi_{\alpha\beta}$, аналогичные предыдущим, приведем конечный результат для $h_{\alpha\beta}$ в системе координат x°, x, y, z:

$$h_{xx} = F_4 [J_0 (2kr)(1 + \gamma^2) + 2J_2 (2kr) \cos 2\phi (\gamma^2 - 1)] \cos 2\omega t,$$

$$h_{yy} = F_4 [J_0 (2kr)(1 + \gamma^2) - 2J_2 (2kr) \cos 2\phi (\gamma^2 - 1)] \cos 2\omega t,$$

$$h_{zz} = -2F_4 J_0(2kr)\cos 2\omega t,$$

$$h_{xy} = F_4 J_2(2kr)(\gamma^2-1)\sin 2\phi \cos 2\omega t,$$

$$h_{0x} = -\frac{\gamma}{2\pi} F_4 J_1(2kr)\cos\phi \sin 2\omega t,$$

$$h_{0y} = -\frac{\gamma}{2\pi} F_4 J_1(2kr)\sin\phi \sin 2\omega t,$$

$$h_{xz} = h_{yz} = h_{00} = h_{0z} = 0, \qquad /14/$$

где

$$F_4 = \frac{abG\epsilon E_0^2 N}{2c^4}.$$

Воспользуемся допустимыми преобразованиями координат /8/, чтобы обратить в нуль компоненты h_{0x} и h_{0y} тензора $h_{\alpha\beta}$. Таковыми будут малые координатные преобразования

$$x^\alpha \to x^\alpha + \xi^\alpha, \qquad /15/$$

где ξ^α имеют вид

$$\xi_0 = \xi_z = 0, \quad \xi_x = \frac{\gamma F_4}{4\pi k} J_1(2kr)\cos\phi \cos 2\omega t, \quad \xi_y = \operatorname{tg}\phi\, \xi_x$$

и, как легко видеть, удовлетворяют уравнению $\Box\xi^\alpha = 0$. После преобразования тензора $h_{\alpha\beta}$ по формуле $h_{\alpha\beta} \to h_{\alpha\beta} - \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x^\alpha}$ в новой системе координат /15/ получим

$$h_{xx} = F_4 [J_0(2kr)(1+\gamma^2 - \frac{\gamma}{2\pi}\cos^2\phi) +$$

$$+ J_2(2kr)(2\gamma^2 \cos 2\phi + \frac{\gamma}{2\pi}\cos^2\phi - 2\cos 2\phi)]\cos 2\omega t,$$

$$h_{yy} = -2F_4 [J_0(2kr)(1+\gamma^2 - \frac{\gamma}{2\pi}\sin^2\phi) - J_2(2kr)(2\gamma^2\cos 2\phi -$$

$$- \frac{\gamma}{2\pi}\sin^2\phi - 2\cos 2\phi)]\cos 2\omega t, \qquad /16/$$

$$h_{zz} = -2F_4 J_0(2kr)\cos 2\omega t,$$

$$h_{xy} = -F_4 [\frac{\gamma}{4\pi} J_0(2kr) - J_2(2kr)(\gamma^2 + \frac{\gamma}{2\pi} - 1)]\sin 2\phi \cos 2\omega t.$$

Остальные компоненты $h_{\alpha\beta}$ равны нулю. В цилиндрической системе координат будем иметь:

$$h_{rr} = F_4 [J_0(2kr)(1+\gamma^2) + J_2(2kr)\frac{\gamma^2-1}{2}(1+3\cos^2 2\phi)]\cos 2\omega t,$$

$$h_{\phi\phi} = F_4 [J_0(2kr)(1+\gamma^2) - J_2(2kr)\frac{\gamma^2-1}{2}(1+3\cos^2 2\phi)]\cos 2\omega t,$$

$$h_{r\phi} = F_4 J_2(2kr)\frac{\gamma^2-1}{4}(2\sin 2\phi - 3\sin 4\phi)\cos 2\omega t, \qquad /17/$$

$$h_{zz} = -2F_4 J_0(2kr)\cos 2\omega t.$$

При выводе формул /14/-/17/ для излучающей системы тороидального типа учитывались условия $\lambda, \Lambda \gg 2a, 2b, |z| \leq (\pi R, k^{-1})^{1/2}$. Оценку мощности гравитационной волны выполним аналогично тому, как это делалось выше. Для параметров излучающей системы $a = 5\cdot 10^{-4}$ см, $b = 1$ см, $N = 10^8$; $\epsilon = 10^2$, $E_0 = 2\cdot 10^4$ СГС, $\omega = 10^{15}$ рад$\cdot$с$^{-1}$ мощность гравитационного потока в центре резонатора равна $\mathcal{P}(2\omega) = 1$ эрг$\cdot$см$^{-2}$ с$^{-1}$.

5. ОПТИЧЕСКАЯ ВОЛОКОННАЯ ИЗЛУЧАЮЩАЯ СИСТЕМА

Отдельный излучающий элемент из оптического волокна аналогичен цилиндрическому тороидальному резонатору, в котором может возбуждаться стоячая световая волна HE_{11} -моды колебаний. Компоненты волнового электромагнитного поля в системе координат x', y', z' имеют следующий приближенный вид /14/:

$$E_{x'} = E_0 J_1(\kappa r')\cos(kR_1\phi_1)\sin\phi'\sin\omega t,$$

$$E_{y'} = E_0 J_0(\kappa r')\sin(R_1\phi_1)\sin\omega t,$$

$$E_{z'} = -E_0 J_1(\kappa r')\sin(R_1\phi_1)\cos\phi'\sin\omega t, \qquad /18/$$

$$H_{x'} = -E_0\sqrt{\epsilon}\, J_1(\kappa r')\sin(R_1\phi_1)\cos\phi'\cos\omega t,$$

$$H_{z'} = E_0\sqrt{\epsilon}\, J_1(\kappa r')\sin(kR_1\phi_1)\sin\phi'\cos\omega t,$$

$$H_{y'} = 0,$$

где постоянная распространения $k = \frac{\omega}{c}n$; n - показатель преломления сердцевины волокна, $0 \leq \kappa \ll 1$. Отметим, что выражения

/18/ даны для поля в сердцевине волокна. При строгом решении задачи следовало бы учитывать и энергетику электромагнитных полей в оболочке волокна и окружающем волокно пространстве. Однако вклад их в тензор $T_{\alpha\beta}$ значительно меньше вклада полей/18/.

Опуская промежуточные вычисления, приводим окончательный результат для гравитационной волны $h_{\alpha\beta}$ в системе координат x, y, z:

$$h_{xx} = -h_{yy} = \frac{1}{2} h_{zz} = -F_5 J_0 (2kr),$$
$$h_{xy} = 2F_5 J_2 (2kr) \sin 2\phi \cos 2\omega t, \qquad /19/$$

где
$$F_5 = \frac{\pi a^2 G \epsilon E_0^2 N}{8c^4}.$$
Остальные компоненты $h_{\alpha\beta}$ равны нулю.

В цилиндрической системе координат имеем:

$$h_{rr} = h_{\phi\phi} = -F_5 [J_0 (2kr) \cos 2\phi - J_2 (2kr) \sin^2 2\phi] \cos 2\omega t,$$

$$h_{zz} = -2F_5 J_0 (2kr) \cos 2\omega t, \qquad /20/$$

$$h_{r\phi} = F_5 [J_0 (2kr) + 2J_2 (2kr) \cos^2\phi] \sin 2\phi \cos 2\omega t .$$

Остальные компоненты $h_{\alpha\beta}$ равны нулю.

При выводе соотношений /19/-/20/ принималось, что диэлектрическая проницаемость вещества волокон значительно больше магнитной проницаемости и $\lambda, \Lambda > 2a$, $|z| \leq (\pi R_1 k^{-1})^{1/2}$.

Произведем оценку интенсивности гравитационного потока в центре рассматриваемой излучающей системы с параметрами $a = 2 \cdot 10^{-4}$ см; $N = 10^{12}$/соответствует полному поперечному сечению излучающей системы $10^3 \times 10^2$см^2/; $\epsilon = 10^2$; $E_0 = 2 \cdot 10^4$ СГС; $\omega = 10^{15}$ рад с$^{-1}$.

Энергия гравитационного волнового поля равна $\mathcal{P}(2\omega) = 2.10^{-1}$ эрг$\cdot$см$^{-2}$ с$^{-1}$ в окрестности центра излучателя.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный анализ свидетельствует о сравнительно высокой эффективности трансформации электромагнитного поля в гравитационную волну в аксиально-симметричных волноводных и резонансных системах, заполненных электрическими или магнитными диэлектриками с большой константой проницаемости. Ожидаемые потоки гравитационных волн как в СВЧ, так и в оптическом интервалах частот сравнимы по величине и лежат в технически доступном измерению диапазоне мощностей [15]. В экспериментальном отношении способы создания мощных электромагнитных волновых полей в диэлектрически заполненных резонансных системах в настоящее время хорошо освоены в радиотехнике и нелинейной интегральной оптике. Эти факторы ставят на реальную почву проблему создания искусственного излучателя гравитационных волн лабораторного масштаба.

Авторы глубоко признательны академику Н.Н.Боголюбову и профессору Н.А.Черникову за важные обсуждения рассмотренной проблемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Копвиллем У.Х., Нагибаров В.Р. ЖЭТФ, 1969, 56, с.201.
2. Писарев А.Ф. ОИЯИ, Р13-12845, Дубна, 1979.
3. Боголюбов П.Н., Писарев А.Ф., Шавохина Н.С. ОИЯИ, Р13-8195, Дубна, 1981.
4. Грищук Л.П., Сажин М.В. ЖЭТФ, 1975, 68, с. 5.
5. Ширман Я.Д. Радиоволны и объемные резонаторы. Связьиздат, М., 1959.
6. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантовых полей. "Наука", М., 1973.
7. Эйнштейн А. О гравитационных волнах. Собрание научных трудов. "Наука", М., 1966, т.2, с.438.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Физматгиз, М., 1960.
9. Денисов В.И., Логунов А.А., Мествиришвили М.А. ЭЧАЯ, 1981, т.12, №1, с.5-99.
10. Взятышев В.Ф. Диэлектрические волноводы. "Сов. радио", М., 1970.
11. Гроднев И.И., Шваруман В.О. Теория направляющих систем связи. "Связь", М., 1977.
12. Веселов Г.И., Воронина Г.Г. Изв. вузов, радиофизика, 1971, 14, №2, с.1891.
13. Мальцев В.П., Миронов В.Л., Шевченко В.В. Радиотехника и электроника, 1972, 17, №8, с.1734.
14. Маркузе Д. Оптические волноводы. "Мир", М., 1974.
15. Брагинский В.Б. и др. ЖЭТФ, 1973, 65, с.1729.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 июля 1981 года.