сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-481

В.Н.Капшай, А.Д.Линкевич, В.И.Саврин,
Н.Б.Скачков

СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ МЕЗОНОВ И КОВАРИАНТНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ КВАРКОВ

1981

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена проблеме описания глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния на основе знания релятивистских волновых функций /ВФ/ связанных состояний [1]. В качестве релятивистской ВФ мы будем использовать решения ковариантного трехмерного уравнения, полученного в рамках одновременного описания проблемы двух тел [2,3] и совпадающего по форме с ковариантным двухчастичным уравнением, имеющим место в рамках ковариантной гамильтоновой формулировки квантовой теории поля [3]. Ковариантные трехмерные уравнения более удобны, чем четырехмерное уравнение Бете-Солпитера, поскольку существуют эффективные методы нахождения их решения посредством перехода в релятивистское конфигурационное представление, введенное в [4] или непосредственно в импульсном представлении.

Эти уравнения получаются в результате проецирования уравнения Бете-Солпитера на поверхность равных времен путем приравнивания индивидуальных времен частиц [5]. Осуществление такой процедуры устраняет проблему с вероятностной интерпретацией ВФ, характерную для уравнения Бете-Солпитера, где она возникает вследствие зависимости ВФ от двух индивидуальных времен частиц. Такие ВФ весьма удобны для ковариантного обобщения партонной модели, существенно основанной на вероятностных идеях.

Общий формализм описания глубоконеупругих процессов в рамках ковариантных одновременных уравнений был предложен ранее в работе [6] и развит в работах [7], в которых использовались модельные ВФ. Здесь мы изучим структурные функции глубоконеупругого рассеяния лептонов на /псевдо/скалярном мезоне и рассмотрим мезон как связанное состояние скалярных кварка и антикварка одинаковой массы, которые взаимодействуют посредством обмена скалярным глюоном.

План нашей работы таков. Следующий раздел содержит основные формулы ковариантного трехмерного одновременного формализма описания двухчастичных систем. В третьем разделе структурные функции мезонов будут выражены через ковариантные одновременные двухчастичные ВФ. Найденное решение [8] двухчастичного уравнения для случая взаимодействия, которое воспроизводит поведение при больших Q^2, КХД амплитуды одноглюонного обмена используется в качестве примера для нахождения формы структурной функции.

2. КОВАРИАНТНЫЕ ТРЕХМЕРНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ

Ковариантная одновременная ВФ связанного состояния определяется согласно[2,5] через ВФ Бете-Солпитера следующим образом:

$$\tilde{\Psi}_{MK}(p_1,p_2) = \int d^4x_1 d^4x_2\, e^{ip_1x_1+ip_2x_2}\,\delta[\lambda_P(x_1-x_2)]\Psi_{MK}(x_1,x_2) =$$

$$= (2\pi)^4\,\delta^{(4)}(P-K)\,\tilde{\Psi}_{MK}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}), \qquad /2.1/$$

где

$$P = p_1+p_2, \quad P^2=(p_1+p_2)^2 = M^2, \quad p=(p_1-p_2)/2, \qquad /2.2/$$

$$\lambda^\mu_P = P^\mu/\sqrt{P^2} = \lambda^\mu_K, \quad \Delta^\mu_{p,m\lambda_P} = (L^{-1}_{\lambda_P}\,p)^\mu, \qquad /2.3/$$

$$\tilde{\Psi}_{MK}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}) = \int d^4x\, e^{ipx}\,\delta(\lambda_P x)\times \qquad /2.4/$$

$$\times\langle 0|T\{\phi_1(x)\phi_2(-x)\}|M,\vec{K}\rangle, \qquad x = x_1 - x_2$$

и $\vec{K}$ есть импульс двухчастичной системы с массой M и спином $J=0$. Наличие в /2.1/ под интегралом функции $\delta[\lambda_P(x_1-x_2)]$ приводит к совпадению собственных времен частиц $\tau_{1,2} = \lambda_P x_{1,2}$ с собственным временем системы $\tau = \lambda_P X$, где $X=(x_1+x_2)/2$. Двухвременная релятивистская функция Грина может быть определена по аналогии с /2.1/, /2.4/ [5]

$$(2\pi)^4\delta^{(4)}(P-Q)\tilde{G}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P};\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P};P^2) = \tilde{G}^{ret} - \tilde{G}^{adv} =$$

$$=\int d^4x_1 d^4x_2 d^4y_1 d^4y_2 \exp(ip_1x_1+ip_2x_2-ik_1y_1-ik_2y_2)\cdot\delta[\lambda_P(x_1-x_2)]\times$$

$$\times\delta[\lambda_P(y_1-y_2)]\langle 0|T\{\phi_1(x_1)\bar{\phi}_2(x_2)\bar{\phi}_1(y_1)\phi_2(y_2)\}|0\rangle. \qquad /2.5/$$

Отсюда следует, что инвариантная свободная функция Грина имеет вид

$$\tilde{G}_0 = \tilde{G}^{ret}_0 - \tilde{G}^{adv}_0 = -i(2\pi)^3(2\Delta^\circ_{p,m\lambda_P})^{-2}\,\delta(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}-\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P})\times$$

$$\times\{[2\Delta^\circ_{p,m\lambda_P} - M - i\epsilon]^{-1} - [2\Delta^\circ_{p,m\lambda_P} + M + i\epsilon]^{-1}\}. \qquad /2.6/$$

Введя операторным соотношением

$$-i\tilde{V} = [\tilde{G}^{ret}]^{-1} - [\tilde{G}_0^{ret}]^{-1} \qquad /2.7/$$

"квазипотенциал" $\tilde{V}$, можно получить, следуя [2], уравнение [9]

$$2\Delta^{\circ}_{p,m\lambda_P}[2\Delta^{\circ}_{p,m\lambda_P} - M]\phi_{BM}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}) =$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}}{2\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P}} \tilde{V}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}; \vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}; P^2)\phi_{BM}(\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}) \qquad /2.8/$$

для ВФ,

$$\phi_{BM}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}) = 2\Delta^{\circ}_{p,m\lambda_P}\cdot\tilde{\Psi}_{MK}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}). \qquad /2.9/$$

Пространственная часть 4-вектора

$$\Delta^{\mu}_{p,m\lambda_P} = [L^{-1}_{\lambda_P}(\frac{p_1 - p_2}{2})]^{\mu}$$

/где $L^{-1}_{\lambda_P}$ - чисто лоренцевское преобразование в систему покоя связанного состояния, т.е. $L^{-1}_{\lambda_P}P = (M,\vec{0})$/ имеет в силу равенства $\vec{L}^{-1}_{\lambda_P}\vec{p}_1 = -\vec{L}^{-1}_{\lambda_P}\vec{p}_2$ смысл ковариантно определенного импульса первой частицы в с.ц.и. [10]:

$$\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P} = \vec{L}^{-1}_{\lambda_P}\vec{p}_1 = \vec{p}_1 - \frac{\vec{P}}{M}(p_1^{\circ} - \frac{\vec{p}_1\vec{P}}{M + P^{\circ}}),$$
$$\Delta^{\circ}_{p,m\lambda_P} = \lambda^{\mu}_P p_{\mu} = \lambda^{\mu}_P p_{1\mu}. \qquad /2.10/$$

В уравнении /2.8/ все импульсы частиц принадлежат массовому гиперболоиду $p_0^2 - \vec{p}^2 = m^2$ [4], верхняя пола которого служит моделью импульсного пространства Лобачевского. Поэтому в работе [4] было предложено вместо обычного преобразования Фурье использовать разложение по унитарным представлениям группы Лоренца, являющейся группой движения пространства Лобачевского:

$$\phi_{BM}(\vec{r}) = \frac{2m}{(2\pi)^3}\int\frac{d^3\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}}{2\Delta^{\circ}_{p,m\lambda_P}}\xi(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P},\vec{r})\phi_{BM}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}). \qquad /2.11/$$

В нерелятивистском пределе функции

$$\xi(\vec{p},\vec{r}) = (pn/m)^{-1-irm} \qquad (0 \le r < \infty \quad n_{\mu} = (1,\vec{n}), \quad \vec{r} = r\vec{n})$$

переходят в плоские волны $\xi(\vec{p},\vec{r}) \to \exp(i\vec{p}\vec{r})$ и /2.6/ превращается в трехмерное преобразование Фурье.

Ядро $\tilde{V}$ в /2.8/, называемое квазипотенциалом, может быть построено из фейнмановских матричных элементов матрицы рассеяния [2,3]. Пропагатор, отвечающий обмену безмассовой частицей после преобразования /2.11/ принимает в r-пространстве форму

$$\tilde{V}(\vec{r}) = -\frac{g^2}{r}\,\mathrm{cth}\,\pi m r\,, \qquad /2.11'/$$

модифицированную функцией $\mathrm{cth}\,\pi m r$, которая сингулярна при $r \to 0$ и стремится к единице на расстояниях, больших комптоновской длины волны: $\mathrm{cth}\,\pi m r \to 1$ при $r \gg m^{-1}$.

Уравнение /2.8/ с квазипотенциалом $\tilde{V}$, локальным в импульсном пространстве Лобачевского, после преобразования /2.11/ принимает вид [3,4,9]

$$\hat{H}_0 (M - \hat{H}_0)\,\phi_{BM}(\vec{r}) = 2m\tilde{V}(\vec{r})\,\phi_{BM}(\vec{r})\,, \qquad /2.12/$$

где $\hat{H}_0$ есть свободный гамильтониан двухчастичной системы, определенный соотношением $\hat{H}_0 \xi(\vec{\Delta}, \vec{r}) = 2\Delta^\circ \xi(\vec{\Delta}, \vec{r})$ с $\Delta^\circ = \sqrt{\vec{\Delta}^2 + m^2}$. В [4] было показано, что $\hat{H}_0$ является конечно-разностным оператором:

$$\hat{H}_0 = 2m\,\mathrm{ch}\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{2i}{r}\,\mathrm{sh}\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Delta_{\theta,\phi}}{mr^2}\,e^{-\frac{i}{m}\frac{\partial}{\partial r}}\,, \qquad /2.13/$$

переходящим в нерелятивистском пределе в оператор Шредингера.

Релятивистское конфигурационное представление, введенное в [4] при помощи разложения по функциям $\xi(\vec{p}, \vec{r})$, может быть очень полезным для феноменологических и модельных приложений. Например, в [8] было установлено, что потенциал очень простой формы в релятивистском конфигурационном представлении

$$\tilde{V}(\vec{r}) = -\frac{g^2}{r} \qquad /2.14/$$

определяет в импульсном пространстве борновскую амплитуду /y есть быстрота: $y = \mathrm{Arch}(1 + Q^2/2m^2)$

$$\tilde{V}(Q^2) = -\frac{4\pi g^2}{m^2 y\,\mathrm{sh}\,y} \underset{Q^2 \gg m^2}{\cong} -\frac{8\pi g^2}{Q^2 \cdot \ln Q^2/m^2} \qquad /2.15/$$

с таким же поведением при больших Q^2 ($y \cong \ln Q^2/m^2$ при $Q^2 \to \infty$), как и амплитуды одноглюонного обмена КХД

$$T_{QCD}(Q^2) \cong \frac{\alpha_s(Q^2)}{Q^2} \approx \frac{1}{Q^2 \ln Q^2/\Lambda^2}\,. \qquad /2.16/$$

В /2.15/ свободный параметр - масса кварка m вместо масштабного параметра КХД Λ.

Такое соответствие с КХД не является удивительным, поскольку потенциал /2.14/ формально может быть получен из потенциала квантовой электродинамики /2.11'/ посредством умножения константы связи g^2 на фактор $\mathrm{th}\,\pi m r$, т.е. введением в $\vec{r}$-представлении "бегущей" константы связи

$$\alpha_s(r) = g^2 \mathrm{th}\,\pi m r\,, \qquad /2.17/$$

которая обращается в нуль $\alpha_s(r) \to 0$, $r \to 0$ /асимптотическая свобода/. В нерелятивистском пределе $my \to |\vec{Q}|$ и

$$\tilde{V}(Q^2) \cong \frac{4\pi g^2}{\vec{Q}^2} .$$

Решения квазипотенциального уравнения с потенциалом /2.14/ хорошо известны [4,8,12]. В [9] было показано, что для s-волны /$\ell = 0$/ решение уравнения /2.12/ для основного состояния имеет вид

$$\phi_{BM,\ \ell=0}(\vec{r}) = C_0\, e^{-rm\chi_0} , \qquad /2.18/$$

и условие квантования есть $g^2/\sin 2\chi_0 = 1$. Параметр χ_0 вводится параметризацией [12] $M = 2m\cos\chi_0$.

Образ /2.18/ в импульсном пространстве имеет вид

$$\phi_{BM,\ell=0}(\eta) = \frac{8\pi C_0}{m}\ \frac{\chi}{\operatorname{sh}\chi}\, z(\eta), \quad z(\eta) = \frac{\chi_0^2}{(\chi^2+\chi_0^2)^2} , \qquad /2.19/$$

$$\chi = \operatorname{Arch}\eta, \quad \eta = m^{-1}\cdot\Delta^{\circ}_{p,m\lambda_P} .$$

В нерелятивистском пределе $\chi/\operatorname{sh}\chi \to 1$, $m\chi \to |\vec{p}|$ и волновая функция /2.19/ принимает вид нерелятивистской кулоновской функции в импульсном представлении.

3. СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ

Глубоконеупругое инклюзивное рассеяние лептона на адроне с импульсом P и массой M описывается структурными функциями, стандартным образом входящими в разложение тензора

$$W_{\mu\nu}(P,q) = \frac{1}{8\pi}\int d^4z\, e^{iqz} \langle \vec{P}M | J_\mu(z)\, J_\nu(0) | \vec{P}M\rangle =$$
$$= \frac{1}{8\pi}\sum_X (2\pi)^4\, \delta(P+q-P_X) \langle \vec{P}M | J_\mu(0) | X\rangle \langle X | J_\nu(0) | \vec{P}M\rangle . \qquad /3.1/$$

Здесь q есть передача импульса мезону, а P_X - суммарный импульс адронов в конечном состоянии $|X\rangle$. Мы будем использовать следующие стандартные переменные: $Q^2 = -q^2$, $\nu = Pq/M$, $x = \omega^{-1} = Q^2/2m\nu$, $W^2 = (P+q)^2$. Для того, чтобы выразить мезонный ток через ВФ /2.1/, рассмотрим следующую гриноподобную функцию [6]:

$$\tilde{R}_\mu(X, \vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}; P^2) = \int d^4x_1 d^4x_2 \exp(-ip_1x_1 - ip_2x_2) \times$$
$$\times\, \delta[\lambda_P(x_1-x_2)]\cdot \langle X | T\{J_\mu(0)\, \phi_2(x_2)\, \bar{\phi}_1(x_1)\} | 0\rangle . \qquad /3.2/$$

Спектральное представление для $\tilde{R}_\mu$, аналогичное использовавшемуся в [5,9] для пятиточечной функции Грина при получении выражения для тока между двумя связанными состояниями, может быть применено здесь для нахождения около полюса связанного состояния с $\sqrt{P^2} \approx M$ следующего выражения:

$$\tilde{R}_\mu(X;\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P};P^2) = i(2\pi)^3 \frac{<X|J_\mu(0)|\vec{P}M>\Psi_{MK}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P})}{2M(\sqrt{P^2}-M+i\epsilon)}. \qquad /3.3/$$

Следуя работе [6], введем обобщенную вершинную функцию $\tilde{\Gamma}_\mu$

$$\tilde{R}_\mu = \tilde{\Gamma}_\mu \cdot \tilde{G}^{ret} , \qquad /3.4/$$

которая описывает взаимодействие фотона с конституэнтами мезона. В /3.4/ $\tilde{G}^{ret}$ есть запаздывающая часть двухчастичной ковариантной двухвременной функции Грина [6,9]. Сравнивая выражения /3.3/ и /3.4/ около полюса связанного состояния, получаем

$$<X|J_\mu(0)|\vec{P}M> = \int \frac{d^3\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}}{2\Delta^\circ_{p,m\lambda_P}} \tilde{\Gamma}_\mu(X,\Delta_{p,m\lambda_P};P^2) \times$$
$$\times \tilde{\Psi}_{MK}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}). \qquad /3.5/$$

Далее мы ограничимся рассмотрением случая, когда в качестве промежуточного состояния берется кварк-антикварковое состояние $|X> = |\vec{k}_1, \vec{k}_2>$:

$$W_{\mu\nu}(P,q) = \frac{1}{8\pi}\int d^4k_1\theta(k_1^\circ)\delta(k_1^2-m^2)\cdot d^4k_2\theta(k_2^\circ)\delta(k_2^2-m^2) \times$$
$$\times (2\pi)^4\delta^{(4)}(P+q-k_1-k_2)\cdot<\vec{P}M|J_\mu(0)|\vec{k}_1,\vec{k}_2><\vec{k}_1,\vec{k}_2|J_\nu(0)|\vec{P}M> . \qquad /3.6/$$

Вершинная функция $\tilde{\Gamma}_\mu$ может быть найдена по теории возмущения. В низшем порядке, когда взаимодействием между кварками в начальном состоянии можно пренебречь, что отвечает импульсному приближению кварк-партонной модели и КХД, мы имеем

$$\tilde{\Gamma}_{\mu 0} = \tilde{R}_{\mu 0}\cdot[\tilde{G}_0^{ret}]^{-1} . \qquad /3.7/$$

Взяв для $\tilde{R}_{\mu 0}$ выражение /3.3/ с $|X> = |\vec{k}_1,\vec{k}_2>$ и заменой $\Psi_{MK}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P})$ на волновую функцию относительного движения двух свободных кварков, а $|PM>$ на $|\vec{p}_1,\vec{p}_2>$, мы получаем с помощью /2.6/ для $[\tilde{G}_0^{ret}]^{-1}$:

$$\tilde{\Gamma}_{\mu 0}(k_1,k_2;\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P};P^2) = 2\Delta^\circ_{p,m\lambda_P} \times$$
$$\times <\vec{k}_1,\vec{k}_2|J_\mu(0)|\vec{\Delta}_{p_1,m\lambda_P};\vec{\Delta}_{p_2,m\lambda_P}>, \qquad /3.8/$$

где

$$<\vec{k}_1,\vec{k}_2\,|\,J_\mu(0)\,|\,\vec{p}_1,\vec{p}_2> = Q_1<\vec{k}_1\,|\,J_\mu(0)\,|\,\vec{p}_1>\cdot 2p_2^\circ\,\delta(\vec{k}_2-\vec{p}_2) + Q_2<\vec{k}_2\,|\,J_\mu(0)\,|\,\vec{p}_2>\cdot 2p_1^\circ\,\delta(\vec{k}_1-\vec{p}_1)\,. \qquad /3.9/$$

После подстановки /3.9/ и /3.8/ в /3.5/ мы получаем для матричного элемента тока выражение

$$<\vec{k}_1,\vec{k}_2\,|\,J_\mu(0)\,|\,\vec{P}M> = \int \frac{d^3\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}}{2\Delta^\circ_{p,m\lambda_P}}\,\tilde{\Gamma}_{\mu 0}(k_1,k_2;\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P};P^2)\times \qquad /3.10/$$

$$\times\tilde{\Psi}_{MK}(\vec{\Delta}_{p,m\lambda_P}) =$$

$$= \phi_{BM}(\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P})\cdot\{<\vec{k}_1\,|J_\mu(0)\,|\vec{\Delta}_{p_1,m\lambda_P}> + <\vec{k}_2\,|\,J_\mu(0)\,|\vec{\Delta}_{p_2,m\lambda_P}>\},$$

которое дает для $W_{\mu\nu}$ формулы

$$W_{\mu\nu}(P,q) = (2\pi)^3\int\frac{d^3\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}}{2\Delta^\circ_{k,m\lambda_P}}\,\delta[(P+q-k)^2-m^2]\cdot\theta[\lambda_P(P+q-k)]\times$$

$$\times\{(Q_1^2+Q_2^2)|\phi_{BM}(\Delta^\circ_{k,m\lambda_P})|^2 A_{\mu\nu} + 2Q_1Q_2\,\phi_{BM}(\Delta^\circ_{k,m\lambda_P})\phi_{BM}(\Delta^\circ_{k_2,m\lambda_P})\,B_{\mu\nu}\}, \qquad /3.11/$$

где

$$\vec{\Delta}_{k_2,m\lambda_P} = \vec{q}\,' - \vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}\,, \qquad q'_\mu = (L^{-1}_{\lambda_P}q)_\mu\,.$$

Первый член в /3.11/ отвечает сумме квадратов одночастичных токов, в то время как второй член в /3.11/ является результатом их интерференции. Последний член не существует в партонной модели, в которой рассматривается только некогерентное взаимодействие фотона с кварками.

Токи скалярных кварков и их произведения $A_{\mu\nu}$ и $B_{\mu\nu}$ определены следующим образом:

$$<\vec{\Delta}_{k_i,m\lambda_P}|\,J_\mu(0)\,|\vec{\Delta}_{p_i,m\lambda_P}> = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}(\Delta_{k_i,m\lambda_P}+\Delta_{p_i,m\lambda_P})_\mu, \qquad /3.12/$$

$$A_{\mu\nu} = <\vec{\Delta}_{k_2,m\lambda}\,|J_\mu(0)\,|-\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}>\cdot<-\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}|J_\nu(0)|\vec{\Delta}_{k_2,m\lambda}> =$$

$$= (2\pi)^{-3}\,(\Delta_{k_2,m\lambda_P}+\tilde{\Delta}_{k,m\lambda_P})_\mu\cdot(\Delta_{k_2,m\lambda_P}+\tilde{\Delta}_{k,m\lambda_P})_\nu\,, \qquad /3.13/$$

$$B_{\mu\nu} \equiv \langle \vec{\Delta}_{k,m\lambda_P} | J_\mu(0) | -\vec{\Delta}_{k_2,m\lambda_P} \rangle \cdot \langle -\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P} | J_\nu(0) | \vec{\Delta}_{k_2,m\lambda_P} \rangle =$$

$$= (2\pi)^{-3} \; (\Delta_{k,m\lambda_P} + \tilde{\Delta}_{k\;,m\lambda_P})_\mu \cdot (\tilde{\Delta}_{k,m\lambda_P} + \Delta_{k_2,m\lambda_P})_\nu \,, \qquad /3.14/$$

где использовано обозначение

$$\tilde{\Delta}^\mu_{k,m\lambda_P} = (\Delta^\circ_{k,m\lambda_P}\,, -\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}), \quad \tilde{\Delta}^\mu_{k_2,m\lambda_P} = (\Delta^\circ_{k_2,m\lambda_P}, -\vec{\Delta}_{k_2,m\lambda_P}).$$

Отметим, что интегрирование в /3.10/, /3.11/ производится с элементом объема пространства Лобачевского $d\Omega_k = d^3\vec{\Delta}_k / 2\Delta^\circ_k$ и импульсы $k_1 = k$ и $k_2 = P+q-k$ принадлежат верхней поле того же гиперболоида, что и векторы $\vec{k}$ и $\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}$.

В партонной модели импульсы кварков также принадлежат массовому гиперболоиду, что является следствием выбора специальной системы отсчета, в которой модуль импульса адрона $|\vec{P}| \to \infty$ и в силу этого кварки могут рассматриваться как реальные частицы.

В /13/ было показано, что в ковариантной формулировке партонной модели условие принадлежности кварковых импульсов массовой поверхности возникает естественным образом, если для токов $J_\mu(x)$ в /3.1/ использовать коммутационные соотношения, отвечающие свободным полям.

Выбор системы отсчета, где $|P| \to \infty$, делает естественным используемое в партонной модели проецирование импульса кварка $\vec{k}$ на направление вектора импульса адрона $\vec{P}$ *.

В противоположность такому нековариантному разделению импульса кварка $\vec{k}$ на $k_\parallel$ и $\vec{k}_\perp$, мы введем инвариантную проекцию ковариантно определенного в системе покоя адрона, кваркового импульса $\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P}$ на вектор $\vec{q}' = (L^{-1}_{\lambda_P} q)$, т.е. величину $\Delta_\parallel = (\vec{\Delta}_{k,m\lambda_P} \cdot \vec{q}')/|\vec{q}'|$. Инвариантность $\Delta_\parallel$ следует из инвариантности следующих скалярных произведений 3-векторов

$$q' q' = q'_0 q'_0 - q'_\mu q'^\mu \;;\; \vec{\Delta}_{k,m\lambda_P} \cdot \vec{q}' = q'_0 \Delta^\circ_{k,m\lambda} - q'_\mu \Delta^\mu_{k,m\lambda_P} \qquad /3.15/$$

и инвариантности временных компонент $\Delta^\circ_{k,m\lambda_P}$ и q'_0

$$\Delta^\circ_{k,m\lambda_P} \equiv (L^{-1}_{\lambda_P} k)^\circ = k_\mu \lambda^\mu_P = Pk/M \,, \qquad /3.16/$$

$$q'_0 \equiv (L^{-1}_{\lambda_P} q)^\circ = q_\mu \lambda^\mu_P = Pq/M = \nu \,, \qquad /3.17/$$

---

* Аналогичный выбор используется в ряде работ, основанных на формализме Бете-Солпитера.

Инвариантность $\Delta_{\parallel}$ и $\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P}$ приводит к инвариантности и модуля вектора $|\vec{\Delta}_{\perp}| = \sqrt{\Delta_0^2 - \Delta_{\parallel}^2 - m^2} = \mathrm{inv}$. В терминах величин Δ_0 и $\Delta_{\parallel}$ скалярное произведение $(P+q)k$ в δ-функции может быть представлено в форме

$$(P+q)k = M\cdot\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P} + q'_{\mu}\Delta^{\mu}_{k,m\lambda_P} = \tag{3.18}$$
$$= M\cdot\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P} + (q'_0\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P} - |\vec{q}'|\cdot\Delta_{\parallel}).$$

Формула /3.18/ вместе с /3.16/ и /3.17/ позволяет представить аргумент δ-функции в /3.11/ через введенные выше параметры Q^2, ν и $\vec{\Delta}_{\perp}$ следующим образом:

$$(P+q-k)^2 - m^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2 + 2(P+q)k =$$
$$= M^2 + 2M\nu - Q^2 + 2(M+\nu)\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P} - \tag{3.19}$$
$$-\sqrt{\nu^2+Q^2}\cdot\sqrt{(\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P})^2 - \vec{\Delta}^2 - m^2}.$$

Как и в партонной модели [14], мы рассмотрим в нашем случае скалярных кварков одну структурную функцию:

$$F_2(Q^2,\nu) \equiv \nu W_2(Q^2,\nu) = \nu(1+\nu^2/Q^2)^{-2} P^{\mu}P^{\nu}M^{-2}W_{\mu\nu}(P,q). \tag{3.20}$$

Осуществив интегрирование по сферическим углам в /3.11/ /заметим, что это интегрирование осуществляется без перехода в систему покоя, как это часто делается [13] /, мы приходим к следующему выражению для структурной функции

$$F_2(Q^2,\nu) = \frac{\pi m\nu(M+\nu)^2}{8\sqrt{\nu^2+Q^2}\,(1+\nu^2/Q^2)^2}\int_{\eta_-}^{\eta_+} d\eta\,\{(Q_1^2+Q_2^2)\cdot\phi^2(\eta) + \tag{3.21}$$
$$+ 2Q_1Q_2\phi(\eta)\phi(\frac{M+\nu}{m} - \eta)\},$$

где $\eta = m^{-1}\Delta^{\circ}_{k,m\lambda_P}$. Пределы интегрирования в /3.21/ имеют вид

$$\eta_{\pm} = \frac{\Delta^{\circ\pm}_{k,m\lambda_P}}{m} = \frac{1}{2m}[(\nu+M) \pm \sqrt{(\nu^2+Q^2)(1-\frac{4m^2}{W^2})}]. \tag{3.22}$$

Если ВФ убывает при $\eta\to\infty$, то в бьеркеновском пределе ($Q^2, \nu\to\infty$, $Q^2/2M\nu = x$ - фикс./,

$$F_2(Q^2,\nu) \approx \frac{\pi m M^2}{2}x^2(Q_1^2+Q_2^2)\int_{\eta_-}^{\eta_+} d\eta\,\phi^2(\eta), \tag{3.23}$$

т.е. интерференционный член "вымирает", что согласуется с предположением партонной модели.

Интересно заметить, что положив формально /и только лишь формально!/ в $m\eta_+$ и $m\eta_-$ массу системы нулю: $M=0$ и считая, что в этом пределе

$$W^2 = (M^2 + 2M\nu - Q^2)|_{M=0} = -Q^2, \qquad /3.24/$$

мы получим величины $-E_{\mp}$ [13], через которые модифицированная скейлинговая переменная /в нашем случае $m_i^2 = m_f^2 = m^2$ и мы используем определение $\nu = Pq/M$, а не $\nu = Pq$ как в [13] /

$$\xi = \frac{1}{2M}\,\frac{Q^2 + \sqrt{Q^2(Q^2+4m^2)}}{\nu + \sqrt{\nu^2 + Q^2}} = x\,\frac{1+\sqrt{1+4m^2/Q^2}}{1+\sqrt{1+Q^2/\nu^2}} \qquad /3.25/$$

была введена в [13] посредством соотношения

$$M\xi = E_+ + \sqrt{E_+^2 - m^2}, \quad E_+ = -m\eta_- \; (M=0). \qquad /3.26/$$

Разница между нашими пределами интегрирования $m\eta_\pm$ и $-E_\mp$ обусловлена тем, что в нашем подходе, в котором кварки в конечном состоянии являются свободными как и в [13], условие принадлежности массовой поверхности "выбитого" кварка $\delta[(P+q-k)^2 - m^2]$ содержит в силу закона сохранения $P+q = k_1 + k_2$ импульс системы P. В [13] кварки рассматриваются свободными /что отражается использованием для них свободных коммутационных соотношений/ и условие принадлежности массовой поверхности выбитого кварка $\delta[(k+q)^2 - m^2]$ не учитывает закона сохранения полного импульса. В глубоконеупругой области, где отношение $Q^2/2M\nu$ фиксировано, член $2M\nu$ в /3.24/ того же порядка, что и член Q^2. Следовательно,

$$W^2 = M^2 + 2M\nu(1-x) = M^2 + Q^2(1-x)/x \qquad /3.27/$$

и в противоположность /3.24/

$$W^2 \underset{Q^2\to\infty}{\longrightarrow} Q^2\left(\frac{1-x}{x}\right) \neq -Q^2. \qquad /3.28/$$

По аналогии с /3.25/ мы можем ввести новую скейлинговую переменную

$$\xi_M = \frac{m}{M}\left[-\eta_- + \sqrt{\eta_-^2 - 1}\right] = -\frac{W^2}{2M}\cdot\frac{1+\sqrt{1-4m^2/W^2}}{\nu + M + \sqrt{\nu^2+Q^2}}, \qquad /3.29/$$

которая /по закону сохранения/ учитывает эффекты нахождения кварка в связанном состоянии.

Отметим, что в формальном пределе $M\to 0$ /т.е. полагая $W^2 \to -Q^2$ / новая переменная ξ_M переходит в ξ: $\xi_M \to \xi$. Но в кинематической области $Q^2/2M\nu = x$ - фикс. ξ_M отличается от ξ. Действительно, в соответствии с /3.25/ в бьеркеновском пределе $(Q^2,\ \nu\to\infty,\ x = Q^2/2M\nu$ - фикс./ $\xi \to x$, но $\xi_M \to -(1-x)$ при $x \neq 1$. В том же бьеркеновском пределе имеем

$$\eta_{+\,\mathrm{Bj.lim.}} = \frac{\nu}{m} + \frac{M^2(1-x^2)-m^2}{2mM(1-x)}, \quad x \neq 1, \qquad /3.30/$$

$$\eta_{-\,\mathrm{Bj.lim.}} = \frac{M^2(1-x)^2+m^2}{2mM(1-x)}, \quad x \neq 1, \qquad /3.31/$$

в то время как при $x \to 1$ и $W^2 \to W^2_{\mathrm{thresh.}}$

$$\eta_{\pm\,\mathrm{Bj.lim.}} = \frac{\nu}{2m}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4m^2}{W^2_{\mathrm{thresh.}}}}\right). \qquad /3.32/$$

Для дальнейших приложений полезны формулы

$$\eta_- = -\frac{1}{2}\left(\frac{M}{m}\xi_N + \frac{m}{M\xi_M}\right), \quad \eta_+ = \frac{\nu+M}{m} - \eta_- . \qquad /3.33/$$

Можно надеяться, что новая скейлинговая переменная ξ_M окажется полезной для изучения поведения структурных функций при малых Q^2 и более точно учитывает степенные по Q^2 поправки.

Подставим сейчас точное решение /2.19/ с КХД - подобным потенциалом /2.15/, /2.14/ в /3.23/. Легко убедиться, что в интервале $\eta_- \le \eta \le \eta_+$ и при достаточно больших Q^2

$$C_1 \cdot [\ln\nu/m]^{-3} \le z(\eta) \le C_2; \; C_1, C_2 = \mathrm{const}. \qquad /3.34/$$

С учетом /3.33/, /3.34/ из /3.23/ находим /для $x \neq 1$/

$$\mathrm{const}\,(\nu/m)^{-1} \cdot (\ln\nu/m)^{-6} \le F_2(Q^2,\nu) \le \mathrm{const}\,(\nu/m)^{-1}. \qquad /3.35/$$

Из /3.35/ следует, что структурные функции убывают с ростом Q^2 степенным образом /с точностью до логарифмических факторов/. Это поведение, однако, может быть обусловлено тем, что мы рассматриваем здесь кварки и глюоны бесспиновыми. Заметим, что использование в том же уравнении Кадышевского /2.8/ ядра квантовой электродинамики $V(q^2) \simeq a/q^2$ определяет решение вида $\phi(\Delta^\circ_{k,m\lambda_P}) \simeq 1/(\Delta^\circ_{k,m\lambda_P})^{2/15/}$. Это приводит к чисто степенному нарушению скейлинга как и в моделях, рассмотренных в [16].

В бьеркеновском пределе при $x \to 1$ оба предела интегрирования стремятся к бесконечности, так что фактор $(\mathrm{sh}\chi)^{-1}$ становится доминирующим в подынтегральной функции. В этом приближении мы получаем формулу, которая определяет следующее пороговое поведение структурных функций

$$F_2(Q^2,\nu) \sim (1-x), \; x \to 1,$$

согласующееся с предсказаниями правил кваркового счета [17].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы получили выражения для структурных функций глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния в приближении двухчастичного промежуточного состояния через релятивистскую ВФ адронов в рамках одновременной формулировки КТП. В этом подходе мезон рассматривается как связанное состояние кварк-антикварковой пары, и его ВФ получается как решение ковариантного трехмерного уравнения. Это решение может быть найдено с помощью разложения по функциям, реализующим унитарное представление группы движений в пространстве Лобачевского, и введения релятивистского конфигурационного представления.

Используемый подход позволяет естественным образом ввести новую скейлинговую переменную, отличающуюся от ранее рассматривавшихся.

В качестве примера рассмотрен случай, когда ядро взаимодействия берется в виде амплитуды одноглюонного обмена.

Авторы благодарны В.Г.Кадышевскому, С.П.Кулешову, А.В.Ефремову, В.А.Матвееву, В.А.Мещерякову, А.В.Радюшкину, В.В.Санадзе и А.В.Сидорову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Drell S.D., Lee T.D. Phys.Rev., 1972, D5, p. 1798. Blankenbecler R., Brodsky S.J., Gunion J.F. Phys.Rev., 1978, D18, p. 900.
2. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, p.380. Кадышевский В.Г., Тавхелидзе А.Н. "Проблемы теоретической физики" /сборник, посвященный Н.Н.Боголюбову в связи с его шестидесятилетием/. М., "Наука", с. 261. Логунов А.А. и др. ТМФ, 1971, 6, с. 157. Kvinikhidze A.N., Stoyanov D.Ts. JINR, E2-5746, Dubna, 1971.
3. Кадышевский В.Г. ЖЭТФ, 1964, 46, с. 654; 1964, 46, с.872; Nucl.Phys., 1968, B6, p. 125.
4. Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., Skachkov N.B. Nuovo Cim., 1968,55A,p.223; ЭЧАЯ, 1972, 2, с.635.
5. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. JINR, E2-3498, Dubna, 1967. Faustov R.N. Ann.Phys., 1973, 78, p.176.
6. Faustov R.N. Proc. V Intern.Symposium on Many Particle Hadrodynamics, Eisenach and Leipzig, June 4-10, 1974, p. 769.
7. Саврин В.И. ТМФ, 1976, 29, с. 347; 1979, 39, с. 48; Квинихидзе А.Н. и др. ЭЧАЯ, 1977, 8, с. 478. Krasnikov N.V., Chetyrkin K.G. Preprint INR, P-0036, Moscow, 1976. Atakishiev N.M., Mir-Kasimov R.M., Nagiev Sh.M. JINR, P2-80-635, Dubna, 1980.

8. Savrin V.I., Skachkov N.B. Lett. Nuovo Cim., 1980, 29, p. 363. CERN, TH. 2822, Geneva, 1980.
9. Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ТМФ, 1979, 41, с. 205; ЯФ, 1979, 30, с. 1079.
10. Широков Ю.М. ЖЭТФ, 1958, 35, с. 1005; Чжоу Гуан-чжао, Широков М.Н. ЖЭТФ, 1958, 34, с. 1230; Macfarlane A.J. Rev.Mod.Phys., 1962, 34, p. 41.
11. Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ЭЧАЯ, 1978, 9, с. 5.
12. Кадышевский В.Г., Мир-Касимов Р.М., Фриман М. ЯФ, 1969, 9, с. 646. Freeman M., Mateev M.D., Mir-Kasimov R.M. Nucl.Phys., 1969, B12, p. 197.
13. Barbieri R. et al. Phys. Lett., 1976, 64B, p. 171; Nucl. Phys., 1976, B117, p. 50.
14. Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с адронами. "Мир", М., 1975.
15. Ар.М. Коцинян. ОИЯИ, Р2-8682, Дубна, 1975.
16. Berger E.L., Brodsky S.J. Phys.Rev.Lett., 1979, 42, p.940; Черняк В.Л. Материалы XV Ленинградской зимней школы, Ленинград, 1980, т. 1, с. 66.
17. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett.Nuovo Cim., 1973, 7, p. 719; Brodsky S., Farrar G. Phys.Rev.Lett., 1973, 31, p. 1153.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июля 1981 года.