сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-81-461

Р.М.Ибадов, М.В.Чижов

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ДЛИНА И НЕСОХРАНЕНИЕ СПИРАЛЬНОСТИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

1981

1. ВВЕДЕНИЕ

Формулировка квантовой теории поля, содержащая новый универсальный параметр - фундаментальную длину, обсуждалась ранее в различных аспектах /1/. Использование лагранжевого формализма в обычном 4-мерном пространстве-времени приводит к тому, что фундаментальная длина входит в лагранжиан только через константы связи /2/. Однако условие перенормируемости исключает из рассмотрения взаимодействия с константами связи, имеющими размерность "длина в положительной степени".

Новая лагранжева формулировка квантовой электродинамики /КЭД/ с фундаментальной длиной и соображения в пользу перенормируемости представлены в /3/. В данной работе на базе лагранжиана, полученного в /3/, будут исследованы процессы рассеяния и аннигиляции при высоких энергиях. Основным тестом, выявляющим различие между стандартной и новой формулировками КЭД, служат процессы с поляризованными частицами /4/.

2. ЛАГРАНЖИАН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ПРАВИЛА ФЕЙНМАНА

Полный лагранжиан КЭД, полученный в /3/, имеет вид *

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\{\bar{\psi}\gamma^5\psi + (\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x_n} + ieA_n\bar{\psi})\gamma^5(\frac{\partial\psi}{\partial x_n} - ieA_n\psi) +$$

$$+ (\bar{\chi} + eA_4\bar{\psi})\gamma^5(\chi - eA_4\psi) - (\bar{\chi} + eA_4\bar{\psi})[\gamma^5 + 2\sin\frac{\mu}{2} + (i\frac{\vec{\partial}}{\partial x_n} + eA_n)\Gamma^n]\psi -$$

$$- \bar{\psi}[\gamma^5 + 2\sin\frac{\mu}{2} + (-i\frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial x_n} + eA_n)\Gamma^n](\chi - eA_4\psi) -$$

$$- \frac{1}{4}F_{KL}F^{KL} - \frac{1}{2}(\frac{\partial A_4}{\partial \tau} - iA_4 + \frac{\partial A_n}{\partial x_n})^2\}. \qquad /2.1/$$

---

* Полный лагранжиан записан в евклидовом пространстве, поэтому ко- и контрвариантные векторы не различаются. Γ- матрицы Дирака также евклидовы: $\Gamma_n\Gamma_m + \Gamma_m\Gamma_n = -2\delta_{nm}$.

Рассмотрим сначала уравнения /18/. Ввиду того, что искомые функции не зависят от переменных $x^1,\dots,x^{n-2}$, уравнения /18/ принимают вид

$$\sum_{\nu=1}^{n}\left(h^{n-1\nu}\frac{\partial}{\partial u}\phi_{\nu\alpha}+h^{n\nu}\frac{\partial}{\partial v}\phi_{\nu\alpha}\right)=0,$$

а так как среди компонент $h^{n-1\nu}$ и $h^{n\nu}$ отличны от нуля только $h^{n-1n}=h^{nn-1}=2$, то уравнения /18/ принимают совсем простой вид, а именно:

$$\frac{\partial}{\partial u}\phi_{n\alpha}+\frac{\partial}{\partial v}\phi_{n-1\alpha}=0.$$

Последнее же означает, что в линейной электродинамике функция /21/ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2\vec{\phi}}{\partial u\partial v}=0. \qquad /22/$$

Переходя к нелинейной электродинамике, найдем сначала определитель g, а затем и тензор $\tilde{g}^{\alpha\beta}$.

Обозначим $g_\alpha=\{g_{\alpha 1},\dots,g_{\alpha n}\}$ строку матрицы $g_{\alpha\beta}$. Заменив g_{n-1} на $g_{n-1}-\sum\limits_{p=1}^{n-2}\frac{\partial\phi_p}{\partial u}g_p$ и g_n на $g_n-\sum\limits_{p=1}^{n-2}\frac{\partial\phi_p}{\partial v}g_p$, нетрудно найти, что

$$g=\left(\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial u}\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial u}\right)\left(\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial v}\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial v}\right)-\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial u}\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial v}\right)\right]^2. \qquad /23/$$

Так как $h=-\frac{1}{4}$, то $J=-4g$.

Заметим, что интеграл

$$\Sigma=\iint\sqrt{-g}\,du\,dv \qquad /24/$$

равен площади поверхности /21/ в мире Пуанкаре-Минковского.

Возьмем теперь два ряда чисел y и s. Если $y^\alpha g_{\alpha\sigma}=s_\sigma$, то согласно /5/ $\tilde{g}^{\beta\sigma}s_\sigma=y^\beta$. Таким образом, чтобы найти $\tilde{g}^{\alpha\beta}$, надо решить систему уравнений $y^\alpha g_{\alpha\sigma}=s_\sigma$. Обозначая $\vec{a}=\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial u}$, $\vec{b}=\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial v}$, запишем ее в следующем виде:

$$\begin{gathered}\vec{y}+\vec{a}y^{n-1}+\vec{b}y^n=\vec{s}\,,\\ -(\vec{a}\vec{y})+\frac{1}{2}y^n=s_{n-1}\,,\quad -(\vec{b}\vec{y})+\frac{1}{2}y^{n-1}=s_n\,.\end{gathered} \qquad /25/$$

Исключая отсюда $\vec{y}$, приходим к системе двух уравнений

$$\begin{gathered}(\vec{a}\vec{a})y^{n-1}+\left[\frac{1}{2}+(\vec{a}\vec{b})\right]y^n=s_{n-1}+(\vec{a}\vec{s}),\\ \left[\frac{1}{2}+(\vec{a}\vec{b})\right]y^{n-1}+(\vec{b}\vec{b})y^n=s_n+(\vec{b}\vec{s}).\end{gathered}$$

$$\langle T\chi(p)\bar{\psi}(q)\rangle_0 = \delta(p-q)\,[\,\gamma^5 + M\cos\mu\,\frac{\hat{p}+me^{-\gamma^5\delta}}{p^2+m^2}\,],$$

/2.5/

$$\langle T\chi(p)\bar{\chi}(q)\rangle_0 = \delta(p-q)\,(M^2+p^2)\,\frac{\hat{p}+me^{-\gamma^5\delta}}{p^2+m^2},$$

где $\operatorname{ch}\delta = \dfrac{1}{\cos\mu/2}$, $\sin\mu = m$.

Сформулируем необходимые правила соответствия для вершинных частей /см. таблицу/.

Полю $\psi(p)$ здесь поставлена в соответствие одинарная направленная линия $\xrightarrow{p}$, полю $\chi(p)$ - двойная $\xRightarrow{p}$.

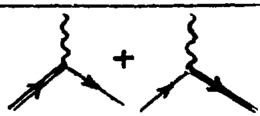
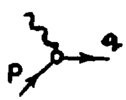
3. СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ И АСИММЕТРИИ В РАССМАТРИВАЕМОМ ВАРИАНТЕ КЭД

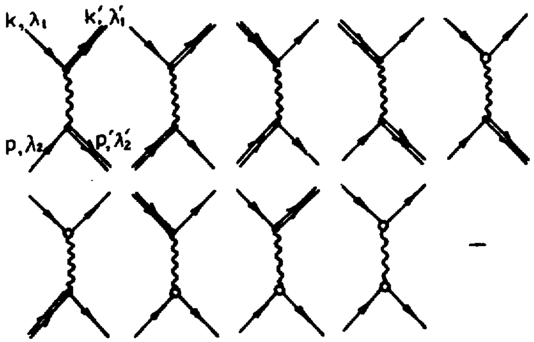
А. Сечение процесса $e^-e^- \to e^-e^-$

В данный процесс дают вклад диаграммы, изображенные на рис. 1.

В ультрарелятивистском пределе $E^2 \gg m^2$ получаем дифференциальное сечение рассеяния электронов с начальными поляризациями λ_1 и λ_2 в электроны с конечными поляризациями λ_1', λ_2' :

Таблица

Вершины	Фактор в матричном элементе	Элемент диаграммы
Обычная электродинамическая вершина	$e\Gamma^n$	
Новые электродинамические вершины:		
а/	$e(p+q)_n\,\gamma^5$	
б/	$-\frac{\alpha}{\pi}\gamma^5\delta_{nm}$	



$$-(k', \lambda_1' \longleftrightarrow p', \lambda_2')$$

Рис.1

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^-\to e^-e^-}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} = \left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^-\to e^-e^-}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} + \ell^2\,\frac{\alpha^2}{32E^2}\Big\{(1-\lambda_1\lambda_2\lambda_1'\lambda_2')\,s\Big(\frac{u}{t}+\frac{t}{u}-2\Big)+$$

$$+\left[(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')-(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\right]\frac{(t-s)u}{4t}+ \qquad /3.1/$$

$$+\left[(1+\lambda_1\lambda_2')(1+\lambda_2\lambda_1')-(\lambda_1+\lambda_2')(\lambda_2+\lambda_1')\right]\frac{(u-s)t}{4u}+$$

$$+\ell^4\,\frac{\alpha^2}{(32)^2E^2}\Big\{(1-\lambda_1\lambda_1')(1-\lambda_2\lambda_2')(s-u)^2+(1-\lambda_1\lambda_2')(1-\lambda_2\lambda_1')(s-t)^2+$$

$$+\left[(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')-(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_1'+\lambda_2')\right](s-u)(s-t)\Big\},$$

где

$$\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^-\to e^-e^-}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} = \frac{\alpha^2}{32E^2}\Big\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{u^3-s^3}{ut^2}-(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{u^3+s^3}{ut^2}+$$

$$+(1+\lambda_1\lambda_2')(1+\lambda_2\lambda_1')\frac{t^3-s^3}{tu^2}-(\lambda_1+\lambda_2')(\lambda_2+\lambda_1')\frac{t^3+s^3}{tu^2}\},\qquad /3.2/$$

s, t и u - инвариантные переменные Мандельстама.

Б. Сечение процесса $e^-e^+\to e^-e^+$

Из формулы /3.1/ легко получить дифференциальное сечение процесса $e^-e^+\to e^-e^+$:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}=\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}\pm\ell^2\frac{\alpha^2}{32E^2}\{(1-\lambda_1\lambda_2\lambda_1'\lambda_2')\,u\left(\frac{s}{t}+\frac{t}{s}-2\right)+$$

$$+[(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')]\frac{(t-u)s}{4t}+$$

$$+[(1+\lambda_1\lambda_2')(1+\lambda_2\lambda_1')-(\lambda_1+\lambda_2')(\lambda_2+\lambda_1')]\frac{(s-u)t}{4s}+\qquad /3.3/$$

$$+\ell^4\frac{\alpha^2}{(32)^2E^2}\{(1-\lambda_1\lambda_1')(1-\lambda_2\lambda_2')(u-s)^2+(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')(u-t)^2+$$

$$+[(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')-(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_1'+\lambda_2')](u-s)(u-t)\},$$

где

$$\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}=\frac{\alpha^2}{32E^2}\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{s^3-u^3}{st^2}+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{s^3+u^3}{st^2}+$$

$$+(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\frac{t^3-u^3}{ts^2}-(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\frac{t^3+u^3}{ts^2}\}.\qquad /3.4/$$

Асимметричная комбинация:

$$A=\frac{\left(\sin^8\frac{\theta}{2}+\cos^8\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2}-\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}}{\left(\sin^8\frac{\theta}{2}+\cos^8\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2}+\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}}\qquad /3.5/$$

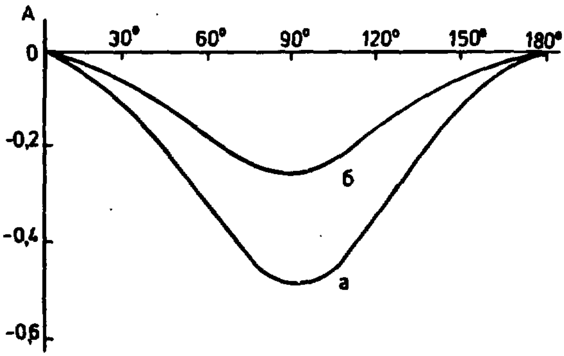


Рис.2

в обычной квантовой электродинамике отлична от нуля за счет радиационных поправок, но убывает при больших E^2 как $\frac{\alpha m^2}{E^4}\ln\frac{E^2}{m^2}$. На проектируемом в ЦЕРНе большом электрон-позитронном ускорителе на встречных пучках (LEP) при энергиях 200 ГэВ в с.ц.и. радиационные поправки будут пренебрежимо малы, а основной вклад в величину A даст новое взаимодействие, зависящее от фундаментальной длины /рис. 2 : а - $\ell = \frac{1}{300}$ /ГэВ/$^{-1}$; б - $\ell = \frac{1}{500}$/ГэВ/$^{-1}$/.

В. Сечение процесса аннигиляции $e^-e^+\to\mu^-\mu^+$

Считая по-прежнему, что $E^2 \gg m^2$, находим

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} = \left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} + \ell^2\frac{\alpha^2}{32E^2}(1-\lambda_1\lambda_2\lambda_1'\lambda_2')\frac{ut}{s} +$$

$$+\ell^4\frac{\alpha^2}{(32)^2E^2}(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')(u-t)^2 , \qquad /3.6/$$

где

$$\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} = \frac{\alpha^2}{32E^2}\left\{(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\frac{u^2+t^2}{s^2}+(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\frac{u^2-t^2}{s^2}\right\},$$

$$/3.7/$$

Если спиральности начальных частиц одинаковы $\lambda_1=\lambda_2$, то процесс аннигиляции в обычной КЭД идет за счет радиационных поправок и сечение убывает с энергией сталкивающихся частиц. Однако в нашем случае имеем

$$(\sigma_{tot})^{e^- e^+ \to \mu^- \mu^+}_{\lambda_1=\lambda_2} = \frac{\pi}{3}\alpha^2 \ell^2. \qquad /3.8/$$

Авторы выражают искреннюю признательность А.Д.Донкову, В.Г.Кадышевскому и М.Д.Матееву за полезные дискуссии и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Snyder H. Phys.Rev., 1947, 71, p. 38; 1947, 72, p. 68; Блохинцев Д.И. УФН, 1957, 61, с. 137; Гольфанд Ю.А. ЖЭТФ, 1959, 37, с. 504; 1962, 43, с. 256; 1963, 44, с. 1248; Кадышевский В.Г. ЖЭТФ, 1961, 41, с. 1885; ДАН СССР, 1962, 147, с. 588, 1336;
Tamm I.E. Proceedings of Intern.Conf. on Elementary Particles, Kyoto, 1965;
Мир-Касимов Р.М. ЖЭТФ, 1965, 49, с. 905, 1161; 1967, 52, с. 533;
Ефимов Г.В. Нелокальные взаимодействия квантовых полей. "Наука", М., 1977.
2. Кадышевский В.Г. ЭЧАЯ, 1980, II, №1, с. 5.
3. Kadyshevsky V.G., Mateev M.D. JINR, E2-81-460, Dubna, 1981.
4. Матеев М.Д., Чижов М.В. ОИЯИ, Р2-80-61, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 июля 1981 года.