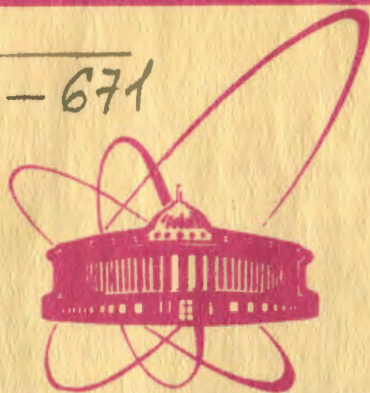


3-671



объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

2262/2-81

11/5-81

P2-81-45

И.С.Златев, Ю.П.Иванов, П.С.Исаев,
С.Г.Коваленко

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ
ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ
КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКИ

Направлено в ЯФ

1981

ВВЕДЕНИЕ

К числу важнейших проблем физики элементарных частиц относится задача обоснования положений квантовой хромодинамики /КХД/ в жестких процессах. За последние годы в изучении этой проблемы был достигнут весьма существенный прогресс. К настоящему времени накоплен богатый экспериментальный материал по лептон-нуклонным слабым и электромагнитным процессам, адрон-адронному рассеянию на большие углы, инклюзивному рождению адронов с большими поперечными импульсами, по процессам e^+e^- -аннигиляции в адроны и рождению массивных лептонных пар. Не менее успешно развивалось и теоретическое исследование указанной проблемы. В частности, на основе КХД были проведены расчеты известных физических величин с учетом высших порядков теории возмущения по кварк-глюонной константе связи α_s , предсказаны и рассчитаны новые КХД-эффекты. Все это позволило вполне заполнить весьма разностороннее сравнение предсказаний теории с экспериментальными данными и показать, что в целом наблюдается хорошее согласие КХД с экспериментом. Наряду с этим обнаружилось вполне определенное трудности. Некоторые из них обусловлены тем, что предсказания КХД относятся к величинам, непосредственно не измеряемым на опыте, или требуют для своей проверки дополнительной эмпирической информации. Одним из таких предсказаний является определяемая этой теорией эволюция кварковых и глюонных функций распределения в нуклоне по переменной Q^2 . Как известно, КХД дает две принципиально эквивалентные формулировки этого предсказания: в виде системы интегродифференциальных уравнений эволюции Алтарелли-Паризи /АП/ ^{1/1} для функций распределения или в виде системы алгебраических уравнений эволюции моментов этих функций ^{1/2}:

$$\langle f_i(Q^2) \rangle_n = \int_0^1 dx x^{n-1} f_i(Q^2, x),$$
$$\langle f_j(Q^2) \rangle_n = \sum_i R_{ij}(n, Q^2, Q_0^2) \langle f_i(Q_0^2) \rangle_n,$$

где f_i - функции распределения кварков и глюонов ($i = q, g$), $R_{ij}(n, Q^2, Q_0^2)$ - коэффициенты, рассчитанные по теории возмущения в КХД.

Уравнения для моментов гораздо проще по сравнению с уравнениями АП. Квантовохромодинамические эффекты выделены в дан-

ном случае в явном виде. Это, казалось бы, делает их весьма удобными для сравнения с экспериментом. Однако на опыте измеряются не моменты, а структурные функции /выражаемые через f_i /. Здесь мы сталкиваемся с одной из упоминавшихся трудностей. Для вычисления моментов нужно знать структурные функции во всем интервале $x \in [0, 1]$. Данные измерений охватывают, естественно, лишь ограниченную область кинематических переменных x, Q^2 . Это приводит к необходимости экстраполяции экспериментальных данных в полный интервал $x \in [0, 1]$. Полученные таким образом значения моментов могут содержать значительную систематическую неопределенность. Ввиду этого, как часто отмечалось в литературе^{/3-6/}, желательно иметь предсказание КХД-нарушения скейлинга непосредственно для функций распределения кварков и глюонов f_i . Кроме того, в целом ряде практических случаев возникает необходимость в явных аналитических выражениях для f_i , хотя бы приближенно удовлетворяющих эволюционным уравнениям КХД. Все это стимулировало развитие методов решения уравнений АП и поиски приближенных решений в явной аналитической форме^{/4-6/}. К настоящему времени в литературе имеются параметризации приближенных решений эволюционных уравнений как в главном логарифмическом приближении (LLA)^{/4,5/}, так и с учетом нелидирующих логарифмических членов^{/6/}.

В данной работе предлагается новое приближенное решение эволюционных уравнений КХД /в LLA / в явной аналитической форме, вытекающей из предложенной нами ранее кварк-глюонной модели нуклона^{/7/}. Одно из отличий данного решения состоит в том, что оно заключает в себе ясную физическую интерпретацию начальных условий эволюционных уравнений. Напомним, что начальные условия не представляют собой объекта теории возмущения и, следовательно, не могут быть рассчитаны в настоящее время в рамках КХД. Они должны быть привнесены из других доступных источников информации. Обычно это лишены физического смысла эмпирические параметризации экспериментальных данных. В модели^{/7/} они рассчитываются на основе систематической процедуры восстановления функций распределения по их предельному поведению в реджевской области $x \rightarrow 0$ ($\nu \rightarrow \infty, Q^2 - \text{fix}$). Тем самым эмпирическая информация заменяется предсказаниями естественной феноменологической схемы.

Немаловажной особенностью полученного нами приближенного решения является корректное КХД-поведение в граничных точках $x \rightarrow 0, 1$. Большинство из упоминавшихся выше параметризаций^{/4,6/} таким свойством не обладает.

С точки зрения модели^{/7/} возможность приближенной реализации в ее рамках КХД-эволюции представляет самостоятельный интерес. Такая возможность служит своеобразной апробацией основных положений модели на основе КХД теории возмущения /т.е. эволюционных уравнений/.

В §1 мы даем краткий обзор основных положений модели ^{7/} и приводим ее предсказания для кварковых и глюонных функций распределения в нуклоне.

В §2 на основе этих предсказаний найдены приближенные решения эволюционных уравнений КХД.

§1. КВАРК-ГЛЮОННАЯ МОДЕЛЬ НУКЛОНА

1. Остановимся кратко на основных положениях модели, предложенной нами в работе ^{7/}, и на полученных на ее основе результатах. Одним из отправных пунктов модели явилось предположение о возможности восстановления функций распределения валентных (f_v), морских (f_s) кварков и глюонов (f_g) по их предельному поведению в окрестности $x \sim 0$ с помощью некоторого оператора $\hat{A}^{(1)}$

$$f_v(x, Q^2) = \hat{A}^{(v)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | x),$$

$$f_s(x, Q^2) = \hat{A}^{(s)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | x), \quad x \in [0, 1], \quad /1.1/$$

$$f_g(x, Q^2) = \hat{A}^{(g)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | x).$$

Здесь $\hat{A}^{(i)}$ - экстраполирующий оператор, причем

$$f_i(x, Q^2) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \bar{f}_i(x, Q^2). \quad /1.2/$$

2. Область малых значений x характеризуется большой множественностью партонов и отсутствием кинематических корреляций между ними. Предел $x \rightarrow 0$ соответствует хорошо известному реджевскому пределу $\nu \rightarrow \infty, Q^2 = \nu x$. Все это позволяет выдвинуть ряд физически правдоподобных предположений о поведении функций распределения в этой области и тем самым попытаться установить вид предельных функций \bar{f}_i . Назовем их "затравочными".

3. Экстраполирующие операторы $\hat{A}^{(i)}$ были построены путем систематического учета допустимых кварк-глюонных конфигураций в нуклоне и кинематических факторов корреляции. Основой для такого рассмотрения послужили статистические партонные идеи Бьеркена, Паскоса ^{8/} и Кути, Вайсскофа ^{9/}. Следует подчеркнуть, что все предположения, использованные при получении $\hat{A}^{(i)}$, не противоречат качественной картине внутридронной структуры, выдвинутой за последние годы квантовой хромодинамикой. Приведем для полноты явный вид экстраполирующих операторов:

$$\hat{A}^{(v)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | x) = \bar{f}_v(x, Q^2) \hat{a}^{(1)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | x) / \hat{a}^{(2)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | 0),$$

$$\hat{A}^{(s,g)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | x) = \bar{f}_{s,g}(x, Q^2) \hat{a}^{(2)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | x) / \hat{a}^{(2)}(\bar{f}_v, \bar{f}_s, \bar{f}_g | 0),$$

/1.3/

где

$$\hat{a}^{(k)} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{i(1-x)z} \left(\int_0^{\infty} dy e^{-izy} \bar{f}_v(y, Q^2) \right)^{k+1} \times$$

$$\times \exp\left(\int_0^{\infty} dt e^{-izt} (2n_f \bar{f}_s(t, Q^2) + \bar{f}_g(t, Q^2)) \right),$$

/1.4/

n_f - число кварковых ароматов.

4. Затравочные распределения могут быть заданы на основании реджевского анализа амплитуды виртуального комптоновского рассеяния /10/. В этом случае

$$\bar{f}_v(x, Q^2) = a_v(x, Q^2) x^{-\alpha(0)},$$

$$f_{s,g}(x, Q^2) = a_{s,g}(x, Q^2) x^{-1},$$

/1.5/

$$a_i(x, Q^2) \xrightarrow{x \rightarrow 0} a_i(Q^2).$$

Здесь распределениям валентных кварков отвечает обмен несинглетной A_2 -мезонной реджевской траекторией с интерсептом $\alpha(0) = 1/2$, распределениям морских кварков и глюонов - обмен вакуумной траекторией /помероном/. Как видно из определения /1.4/, интеграл в показателе экспоненты логарифмически расходится, если в качестве $\bar{f}_{s,g}$ используются выражения /1.5/. Наличие этих расходимостей, однако, не проявляется в наблюдаемых величинах f_i . Дело в том, что в определение f_i /см. /1.1/, /1.3// входят только конечные комбинации расходящихся величин $\hat{a}^{(i)}$ в виде отношений $\hat{a}^{(n)}(\bar{f}_i | 0) / \hat{a}^{(m)}(\bar{f}_i | 0)$. Расходящиеся интегралы регуляризуются одним из стандартных способов, и из них явно выделяются расходимости. Оказывается, что структура расходимостей в $\hat{a}^{(i)}$ такова, что происходит полное их сокращение в дробных комбинациях указанного выше вида. Таким образом, в пределе снятия регуляризации эти комбинации стремятся к конечным пределам. Другими словами, экстраполирующий оператор $\hat{A}^{(i)}$, заданный согласно /1.3/-/1.4/, дает в результате действия на \bar{f}_i , выбранных в виде /1.5/, конечные и нормированные выражения для наблюдаемых распределений f_i .

В^{7/} сделан следующий выбор предасимптотических множителей:

$$a_{s,v}(x, Q^2) = a_{s,v}(Q^2),$$

$$a_g(x, Q^2) = a_g(Q^2) e^{-\beta x}.$$

/1.6/

Множителю $e^{-\beta x}$ придается смысл бoльцмановской экспоненты, т.е. распределение глюонов внутри нуклона интерпретируется как статистическое.

5. Применяя к /1.5/ соотношения /1.1/-/1.4/, получим предсказания модели /7/ для функций распределения

$$f_v(x, Q^2) = x^{-1/2} \frac{(1-x)}{B(1/2, \tau+1)} \frac{\Phi(a_g, \tau+1; -\beta_q(1-x))}{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_q)}$$

$$f_s(x, Q^2) = \frac{a_s}{8x} (1-x)^{\tau+1/2} \frac{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_q(1-x))}{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_q)} \quad /1.7/$$

$$f_g(x, Q^2) = \frac{a_g}{x} (1-x)^{\tau+1/2} \frac{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_g(1-x))}{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_g)} e^{-\beta_g x}$$

$$\beta_q = \beta_g = \beta, \quad /1.8/$$

где $\tau(Q^2) = a_s(Q^2) + a_g(Q^2)$, $\Phi(\alpha, \beta; z) -$

- вырожденная гипергеометрическая функция. Здесь сознательно введена индексация β_q и β_g , цель этого станет ясна ниже. В дальнейшем нам понадобятся моменты $\langle f_i \rangle_n$ функций распределения /1.7/. Приведем их явные выражения:

$$\begin{aligned} \langle f_v(Q^2) \rangle_n &= \int_0^1 dx x^{n-1} f_v(x, Q^2) = \\ &= \frac{B(\tau+1, n-1/2)}{B(\tau+1, 1/2)} \frac{\Phi(a_g; \tau+n+1/2; -\beta_q)}{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_q)}, \end{aligned}$$

$$\langle f_s(Q^2) \rangle_n = \frac{a_s}{8} B(\tau+3/2, n-1) \frac{\Phi(a_g; \tau+n+1/2; -\beta_q)}{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_q)} \quad /1.9/$$

$$\langle f_g(Q^2) \rangle_n = a_g B(\tau+3/2, n-1) \frac{\Phi(a_g-1+n, \tau+n+1/2; -\beta_g)}{\Phi(a_g, \tau+3/2; -\beta_g)}$$

§2. МОДЕЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

КАК ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ КХД

1. В выражениях /1.7/, /1.9/ зависимость от Q^2 осталась неизвестной. Никаких предписаний относительно этой зависимости

описанная модель /7/ не дает. Цель настоящего раздела - вычислить Q^2 -зависимость $a_i(Q^2)$, исходя из эволюционных уравнений КХД. Тем самым будут определены явные аналитические выражения для функций распределений в форме /1.7/, представляющие собой приближенное решение этих уравнений. Наряду с чисто практической целесообразностью получения решений реализация данной возможности имеет для нас определенный принципиальный интерес. Она может рассматриваться как апробация положений модели с точки зрения КХД-теории возмущения. Нужно отметить, что эволюционные уравнения накладывают весьма жесткие ограничения на аналитическую форму x -зависимости кварковых и глюонных распределений. И далеко не всякая наперед заданная x -зависимость позволяет удовлетворительно решить поставленную выше задачу.

2. Перейдем к решению данной задачи и найдем приближенное решение эволюционных уравнений КХД.

Рассмотрим прежде всего поведение функций распределения в предельных точках $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$. В рамках КХД имеет место утверждение /11/: если

$$f_i(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 0}{\rightarrow} a_i x^{a_i} \quad /2.1/$$

то $\frac{\partial a_i}{\partial Q^2} = 0$. Это утверждение следует непосредственно из уравнений АП. Рассматриваемые нами выражения /1.7/ для функций распределения f_i удовлетворяют условию /2.1/.

Предел $x \rightarrow 1$, т.е. пороговое поведение функций распределения, хорошо изучен в КХД /12/. При учете кварк-глюонного смешивания как для кварковых, так и для глюонных распределений имеем следующие соотношения:

$$f_i(x, Q^2) \underset{x \rightarrow 1}{\rightarrow} (1-x)^{\tau_i(s)} \quad /2.2/$$

$$\tau_i(s) = \tau_i^{(0)} + \tau_i^{(1)} s \quad /2.3/$$

$$\tau_i^{(1)} = \frac{4c_F}{b} = 16/25 \quad /2.3/$$

где $\tau_i^{(0)}$ - константы, извлекаемые из эксперимента при $Q^2 = Q_0^2$; $s = \ln \frac{\ln Q^2 / \Lambda^2}{\ln Q_0^2 / \Lambda^2}$ - эволюционная переменная; $c_F = 4/3$, $b = 11 - 2/3 n_f$, $n_f = 4$ - число кварковых ароматов. Выберем в формулах /1.7/ зависимость параметра τ от Q^2 в виде /2.3/, т.е.

$$\tau = \tau_0 + \frac{16}{25} s$$

В нашем случае $\tau_v^{(0)} = \tau_s^{(0)} = \tau_g^{(0)} = \tau^{(0)}$. Этим выбором будет обеспечено правильное пороговое поведение искомым приближенных ре-

шений. Нужно отметить, что многие из существующих в литературе /4,6/ приближенных решений эволюционных уравнений, в том числе и хорошо известная параметризация Бураса-Гемерса, не обладают предписываемым КХД поведением в предельных точках $x \rightarrow 0,1$.

3. Следующий шаг состоит в задании формы Q^2 -зависимости параметров a_g и β в выражениях /1.7/. По аналогии с /2.3/ мы выбираем простейшую:

$$\beta(Q^2) = \beta^{(0)} + \beta^{(1)} s, \quad /2.4/$$

$$a_g(Q^2) = a_g^{(0)} + a_g^{(1)} \cdot s.$$

Наша цель теперь состоит в определении констант $\tau^{(0)}$, $a_g^{(0)}$, $\beta^{(0)}$, $a_g^{(1)}$, $\beta^{(1)}$. Три константы - $\tau^{(0)}$, $a_g^{(0)}$, $\beta^{(0)}$ - могут быть определены путем обработки экспериментальных данных. Для этого нами использовались данные по $\sigma_{\text{ep}}^{-13/}$ и $\mu\text{p}^{14/}$ - рассеянию при фиксированном значении $Q^2 = Q_0^2 = 9/\text{ГэВ}^2$ /рис.1/. Найденные значения параметров приведены в таблице. Подставляя значения $\beta^{(0)}$, $a_g^{(0)}$ и $\tau^{(0)}$ в выражения /1.7/, получаем функции распределения $f_i(x, Q_0^2)$, которые теперь рассматриваются как начальные условия для эволюционных уравнений.

Таблица

Парам. i	$\tau^{(i)}$	$a_g^{(i)}$	$\beta_q^{(i)}$	$\beta_g^{(i)}$
0	1,97	0,992	-2,32	-2,32
1	0,64	0,619	-0,995	5,95

4. Два оставшихся параметра, $\beta^{(1)}$ и $a_g^{(1)}$, находим, приближенно решая эти уравнения. В терминах моментов функций распределения эволюционные уравнения имеют вид /2/

$$\langle q_v(s) \rangle_n = \langle q_v(0) \rangle_n e^{-a_n s^{(n)} \cdot s},$$

$$\langle \Sigma(s) \rangle_n = [\alpha_n \langle \Sigma(0) \rangle_n + \beta_n \langle G(0) \rangle_n] e^{-a_n^{(n)} \cdot s} + /2.5/$$

$$+ [(1-\alpha_n) \langle \Sigma(0) \rangle_n - \beta_n \langle G(0) \rangle_n] e^{-a_n^{(n)} s}$$

$$\langle G(s) \rangle_n = [(1-\alpha_n) \langle G(0) \rangle_n + \frac{\alpha_n(1-\alpha_n)}{\beta_n} \langle \Sigma(0) \rangle_n] e^{-\alpha_-(n)s} + \\ + [\alpha_n \langle G(0) \rangle_n - \frac{\alpha_n(1-\alpha_n)}{\beta_n} \langle \Sigma(0) \rangle_n] e^{-\alpha_+(n)s},$$

где

$$\Sigma(x, s) = \sum_i (\bar{q}_i(x, s) + q_i(x, s)) = 3q_v(x, s) + 8q_s(x, s) \quad /2.6/$$

представляет собой синглетную комбинацию /анти/кварковых $(\bar{q}_i) q_i$ распределений. Формулы для коэффициентов a_{NS} , a_{\pm} , d_n , β_n приведены в приложении.

Будем рассматривать выражения /1.7/, зависящие от искомым параметров $\beta^{(1)}$, $a_g^{(1)}$, как систему пробных функций /анзац/ для уравнений /2.5/. Значения этих параметров найдем из условий минимума следующего квадратичного функционала:

$$\chi^2[f] = \sum_{i=1}^3 \sum_{n=2}^{\infty} \int_0^1 ds \cdot g_n(s) (\langle f_i^{KXD}(s) \rangle_n - \\ - \langle f_i(s | \beta^{(1)}, a_g^{(1)}) \rangle_n)^2 \quad /2.7/$$

Здесь $i = v, s, g$; $\langle f_i \rangle_n$ соответствует выражениям /1.9/ с параметрами, выбранными в виде /2.4/; $\langle f^{KXD} \rangle_n$ вычисляются согласно уравнениям /2.5/, начальные условия для которых определяются равенством $\langle f_i^{KXD}(0) \rangle_n = \langle f_i(0) \rangle_n$ и найденными выше из сравнения с экспериментом значениями параметров $r^{(0)}$, $\beta^{(0)}$, $a^{(0)}$ /см. таблицу/; $g_n(s)$ - весовая функция, контролирующая распределение точности аппроксимации f_i^{KXD} функциями f_i в интервале усреднения. В конкретных вычислениях мы пользовались функцией $g_n(s) = \theta(20-n)$, обрывающей ряд в /2.7/ на 20-м моменте. Вклад остаточного члена мал, так как пороговое поведение $(x \rightarrow 1)$ функций f_i , заданное нами выше исходя из КХД ($r^{(1)} = \frac{16}{25}$), обеспечивает согласующуюся с уравнениями /2.5/ эволюцию высших моментов.

Условия минимума функционала χ^2 приводят к системе двух уравнений относительно неизвестных параметров $\beta^{(1)}$ и $a^{(1)}$. Система имеет сложную форму и решалась численно на ЭВМ. Найденные таким образом значения параметров приведены в таблице.

Мы получили достаточно высокую точность воспроизведения КХД-эволюции по Q^2 для всех 20 моментов функций распределения валентных и морских кварков. Монотонно возрастают с увеличением Q^2 , погрешность составляет 1-2% при $Q^2 \sim 1-2 \times 10^3 \text{ ГэВ}^2$. Точность воспроизведения эволюции низших глюонных моментов оказалась

хуже, и отклонения от предсказываемого КХД поведения достигли 15-20% при $Q^2 \sim 1-2 \times 10^3 \text{ ГэВ}^2$.

6. Каковы причины этих расхождений, столь контрастирующих с высокой точностью аппроксимации соответствующих кварковых моментов? Свести их, как нам кажется, можно к следующим двум.

Во-первых, выбор затравочных распределений /1.5/-/1.6/ мог быть не вполне адекватным природе медленной ($x \sim 0$) кварк-глюонной компоненты нуклона. Напомним, что в нашем подходе затравочные распределения полностью определяют окончательные выражения для функций распределения кварков и глюонов в нуклоне. В рассматриваемом случае это формулы /1.7/.

Во-вторых, предположения о нуклонной структуре, заложенные при конструировании экстраполирующих операторов $\hat{A}^{(i)}$, возможно, лишь весьма приближенно отражают реальную физическую ситуацию. Они могут не воспроизводить тех специфических черт Q^2 -эволюции внутринуклонных распределений, которые присущи КХД. Мы не будем касаться первой возможной причины, а проанализируем вторую.

Ее вероятным следствием является слабое нарушение некоторых соотношений, предсказываемых моделью /7/. Мы предположим, что это нарушение минимально. Пусть $\beta(s) = \beta_q(s) \neq \beta_g(s)$ при $s > 0$, но $\beta(0) = \beta_q(0) = \beta_g(0)$. Т.е. в отличие от формул /2.4/ будем иметь

$$\beta_q(s) = \beta^{(0)} + \beta_q^{(1)} s; \quad \beta_g(s) = \beta^{(0)} + \beta_g^{(1)} \cdot s. \quad /2.8/$$

Таким путем мы вводим один дополнительный параметр - $\beta_g^{(1)}$. Этого оказалось достаточно, чтобы решительным образом улучшить точность аппроксимации КХД-эволюции глюонных моментов. С учетом нового параметра $\beta_g^{(1)}$ минимизируем функционал χ^2 , решая численно соответствующие уравнения для условия минимума.

Анализ показал, что в данном случае функции /1.7/ одинаково хорошо аппроксимируют КХД-эволюцию как кварковых, так и глюонных моментов. Характерные отклонения здесь составляют 1-2% при $Q^2 \sim 1-2 \times 10^3 \text{ ГэВ}^2$, как это имело место в случае $\beta_q = \beta_g$ только для кварковых моментов. Значения найденных параметров мы приводим в таблице. Этими параметрами определяется искомое приближенное решение.

7. Представляется полезным сравнить найденное нами приближенное решение с численным решением уравнений АП /1/. Это позволит наиболее полно проконтролировать точность аппроксимации Q^2 -эволюции, предсказываемой КХД непосредственно для функций распределения при различных значениях переменной x . Такое сравнение существенно дополняет проделанный выше анализ

моментов функций распределения. Численные решения были получены нами с помощью ЭВМ. Путем итерации уравнений АП определялись значения кварковых и глюонных функций распределения в дискретном наборе точек (x_i, Q_i^2) . В качестве начальных условий при $Q^2 = Q_0^2 = 9 \text{ ГэВ}^2$ ($s=0$) были приняты выражения /1.7/ с параметрами $\tau^{(0)}$, $a_g^{(0)}$, $\beta^{(0)}$, приведенными в таблице. Сравнение численного решения уравнений АП с найденными нами приближенными решениями /1.7/, /2.4/, /2.8/ /параметры $\tau^{(0)}$, $a_g^{(i)}$, $\beta^{(0)}$, $\beta_{q,g}^{(i)}$ см. в таблице/ показывает, что их относительные отклонения монотонно растут с увеличением Q^2 и при $Q^2 \sim 1-2 \times 10^3 \text{ ГэВ}^2$ составляют 3-4% в интервале $0.1 \leq x \leq 0.9$. Погрешности возрастают с ростом Q^2 и выходом за область указанных значений x .

8. В качестве практического приложения полученного нами приближенного решения мы рассчитали структурные функции F_2 и xF_3 для глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния. Для сравнения на рис. 1-2 мы приводим результаты наших расчетов и данные SLAC(ep)^{13/}, FNAL(μp)^{14/}, CDHS(νp)^{15/}-экспериментов. Из рисунков видно хорошее согласие теоретических кривых с указанными экспериментальными данными. Расчеты выполнены при $\Lambda = 0,5 \text{ ГэВ}$ /см. формулы /2.3//.

9. Обсудим не касающийся указанных приложений принципиальный вопрос.

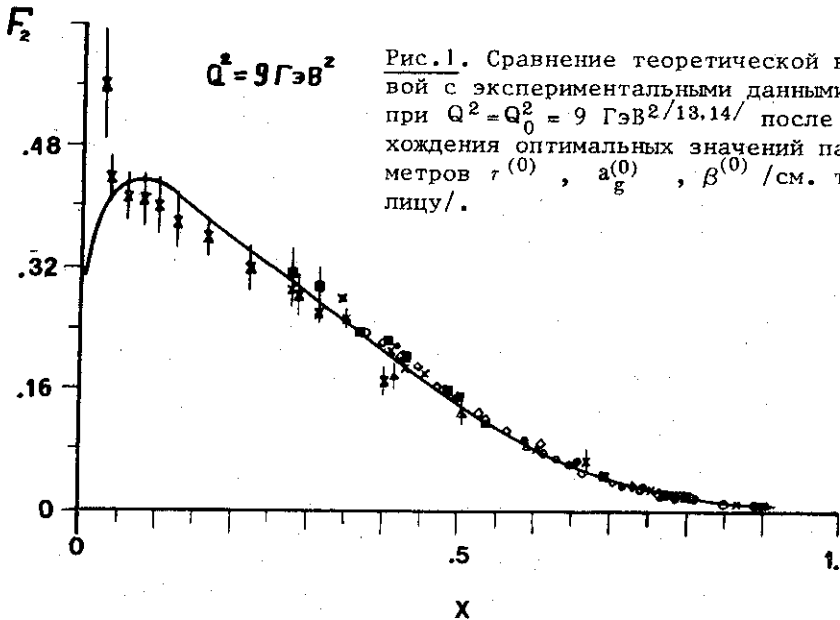


Рис. 1. Сравнение теоретической кривой с экспериментальными данными при $Q^2 = Q_0^2 = 9 \text{ ГэВ}^2$ /13.14/ после нахождения оптимальных значений параметров $\tau^{(0)}$, $a_g^{(0)}$, $\beta^{(0)}$ /см. таблицу/.

Нарушение соотношения /1.8/ приводит к нарушению условия

$$\sum_{i=v,g,s} \langle f_i(s) \rangle_2 = 1, \quad /2.9/$$

выражающего равенство суммарного продольного импульса, переносимого составляющими нуклона продольному импульсу самого нуклона. В этом случае мы получаем

$$1 - (3 \langle f_v(s) \rangle_2 + 8 \langle f_s(s) \rangle_2 + \langle f_g(s) \rangle_2) - K(s) \geq 0. \quad /2.10/$$

Количественно эффект нарушения невелик ($K \leq 0,1$) и имеет скорее принципиальное, чем практическое значение. Попробуем все же восстановить условие /2.9/. Это можно сделать, приписав недостающую фракцию продольного импульса нуклона $K(s)$ некоторой сингулярной в $x=0$ компоненте глюонного распределения

$$f_g^{\text{синг.}}(x, s) = K(s) \frac{\delta(x)}{x}. \quad /2.11/$$

Мы интерпретируем эту компоненту как глюонный бозе-конденсат в нуклоне. Здесь уместно напомнить, что в КХД выражение /2.11/ является предельной формой кварковых и глюонных распределений при $Q^2 \rightarrow \infty$. Ввиду этого возможность присутствия сингулярной глюонной компоненты указанного вида при конечных Q^2 представляется, на наш взгляд, весьма естественной. В этом случае полное глюонное распределение

$$\tilde{f}_g(x, s) = f_g(x, s) + K(s) \frac{\delta(x)}{x}, \quad /2.12/$$

$$\langle \tilde{f}_g(s) \rangle_n = \langle f_g(s) \rangle_n + K(s) \delta_{n2} \quad /2.13/$$

складывается из гладкой компоненты, описываемой выражениями /1.7/, и сингулярной $f_g^{\text{синг.}}$ /2.11/. Не меняя в силу /2.13/ результатов проведенного выше анализа уравнений для моментов и полученных отсюда практических следствий, переопределение $\tilde{f}_g \rightarrow f_g$ восстанавливает равенство /2.9/.

10. Можно ли на опыте обнаружить компоненту глюонного распределения, сингулярную в точке $x=0$? С нашей точки зрения, наиболее прямым указанием на ее наличие было бы обнаружение отклонения от равенства в формуле /2.9/ для вторых моментов функций распределения. Непосредственная регистрация сингулярной в точке $x=0$ компоненты, или, в нашей интерпретации, глюонного конденсата в нуклоне, эксперименту в современной постановке недоступна. Существующие в настоящее время данные имеют большие ошибки, особенно для глюонного момента $\langle f_g \rangle_2$. Они до-

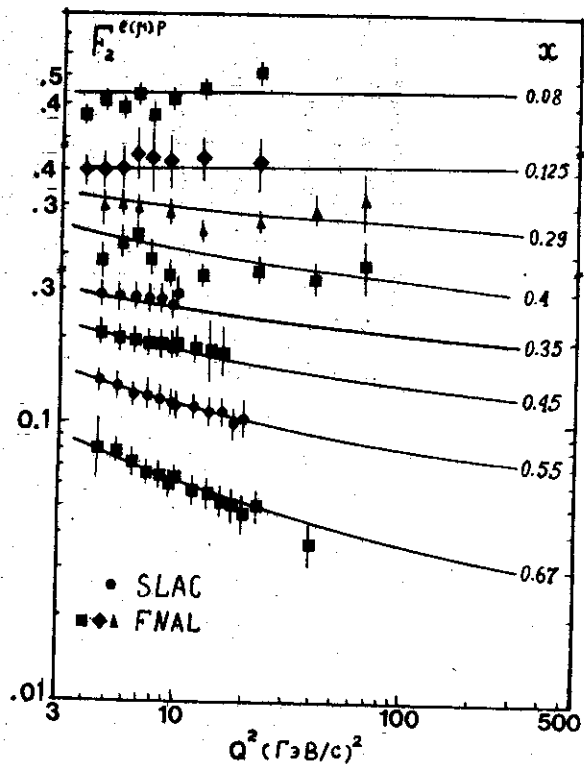


Рис.2. Структурная функция глубоконеупругого $e(\mu) p$ -рассеяния, $F_2^e(\mu)P$. Кривые - теоретические предсказания. Точки - экспериментальные данные SLAC^{/13/}, FNAL^{/14/}.

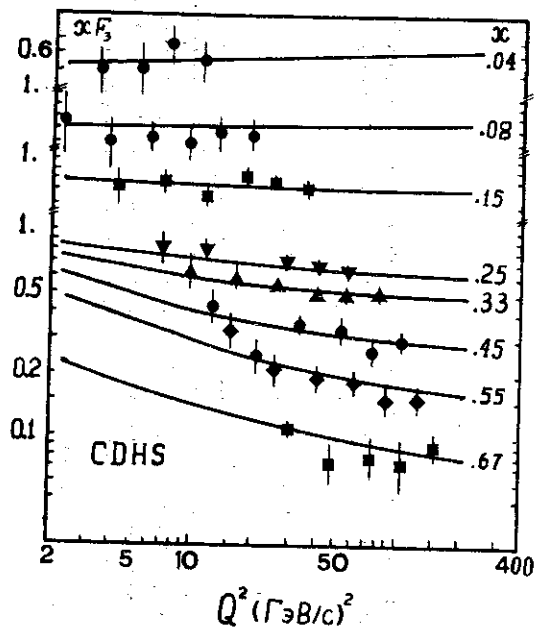


Рис.3. Структурная функция глубоконеупругого $\nu(\bar{\nu}) N$ -рассеяния на изоскалярной мишени $x F_3^{\nu(\bar{\nu})N}$. Кривые - теоретические предсказания. Точки - экспериментальные данные^{/15/}.

пускают возможность присутствия глюонного конденсата, но не выявляют его. Чтобы однозначно решить вопрос, содержат ли глюонные распределения нуклона такую, несколько необычную, сингулярную примесь, нужны новые, более точные измерения моментов $\langle f_g \rangle_2$ и $\langle f_{s,v} \rangle_2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получено новое приближенное решение эволюционных уравнений квантовой хромодинамики. Дана его явная аналитическая форма, вытекающая из кварк-глюонной модели нуклона^{/7/}. Наряду с хорошей точностью аппроксимации внутри интервала изменения переменной $x \in [0,1]$ найденное решение обладает корректным КХД поведением в предельных точках $x \rightarrow 0,1$. Последнее свойство выгодно отличает это решение от большинства параметризаций, имеющих в литературе^{/4/}. По нашему мнению, данное свойство является весьма важным не только с принципиальной, но и с практической точки зрения.

Имея явный вид кварковых и глюонных распределений, можно легко рассчитать эффекты КХД-нарушения скейлинга в большинстве инклюзивных процессов. При этом достигается весьма хорошая точность учета указанных эффектов. Повышения точности можно добиться путем усложнения вида s -зависимости параметров модели τ, a_g, β . Этому же способствовало бы и более детальное изучение вопроса об адекватном выборе затравочных распределений f_i /см. /1.1/-/1.5//.

Весьма очевидной, на наш взгляд, представляется возможность выхода за рамки главного логарифмического приближения. Конкретные результаты по этому вопросу мы предполагаем опубликовать в одной из последующих заметок.

Реализация КХД-эволюции функций распределения в рамках нашей модели^{/7/} приводит к дополнительным возможностям по сравнению с соответствующими параметризациями, не несущими физической смысловой нагрузки^{/4-6/}. В частности, начальные условия эволюционных уравнений приобретают естественную физическую интерпретацию и систематически вычисляются в данной модели. Кроме того, можно сформулировать технику расчета многочастичных функций распределения и корреляционных функций. Необходимость в такого рода величинах возросла в последнее время в связи с развитием рекомбинационной модели инклюзивного рождения быстрых мезонов в адрон-адронных столкновениях^{/16/}.

В заключение коснемся вопроса о введенной нами /см. §2, п.9/ компоненте глюонного распределения, сингулярной в точке $x = 0$. Нами она интерпретировалась, как глюонный бозе-конденсат в нуклоне. Нужно отметить, что ее введение является независи-

мой от модели /7/ гипотезой. На наш взгляд, это интересная теоретическая возможность, которая позволяет, в частности, привести в соответствие предположения модели о кварк-глюонной структуре нуклона с эволюционными уравнениями КХД-теории возмущения. Впрочем, сингулярная компонента вида $\delta(\bar{x})/x$ весьма естественна с точки зрения КХД-теории возмущения и является предельной формой кварковых и глюонных распределений при $Q^2 \rightarrow \infty$. Нами указано на возможность экспериментального обнаружения сингулярного поведения в точке $x=0$ глюонного распределения в нуклоне.

Авторы приносят благодарность В.Беднякову за помощь в проведении численных расчетов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем выражения для ренормгрупповых коэффициентов, входящих в эволюционные уравнения /2.5/. В первом порядке по константе кварк-глюонного взаимодействия α_s они имеют следующий вид /2/:

$$a_i(n) = \frac{\gamma_i(n)}{8\pi\alpha_s b}; \quad b = \frac{1}{16\pi^2} (11 - \frac{2}{3}n_f); \quad /1/$$

$$\gamma_{NS}(n) = \gamma_{FF}^F(n) = \frac{\alpha_s}{2\pi} C_2(R) [1 - \frac{2}{n(n+1)} + 4 \sum_{j=2}^n (1/j)]; \quad /2/$$

$$\gamma_{VV}^V(n) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \{ C_2(G) [\frac{1}{3} - \frac{4}{n(n-1)} - \frac{4}{(n+1)(n+2)} + 4 \sum_{j=2}^n (1/j)] + \frac{4}{3} T(R) \}; \quad /3/$$

$$\gamma_{VV}^F(n) = - \frac{\alpha_s}{2\pi} \cdot \frac{4(n^2+n+2)}{n(n+1)(n+2)} T(R); \quad /4/$$

$$\gamma_{FF}^V(n) = - \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{2(n^2+n+2)}{n(n^2-1)} C_2(R); \quad /5/$$

$$\gamma_{\pm}(n) = \frac{1}{2} [\gamma_{FF}^F(n) + \gamma_{VV}^V(n) \pm \sqrt{(\gamma_{VV}^V(n) - \gamma_{FF}^F(n))^2 + 4\gamma_{VV}^F(n)\gamma_{FF}^V(n)}]; \quad /6/$$

$$\alpha_n = \frac{\gamma_{FF}^F(n) - \gamma_+(n)}{\gamma_-(n) - \gamma_+(n)}, \quad \beta_n = \frac{\gamma_{VV}^V(n)}{\gamma_-(n) - \gamma_+(n)}; \quad /7/$$

$$C_2(G) = 3; \quad C_2(R) = \frac{4}{3}; \quad T(R) = \frac{1}{2}n_f; \quad /8/$$

n_f - количество кварковых ароматов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Altarelli G., Parisi G. Nucl.Phys., 1977, B126, p.298; Липатов Л.Н. ЯФ, 1974, 20, с.181.
2. Gross D.J., Wilczek F. Phys.Rev., 1974, D9, p.980; Georgi H., Politzer H.D. Phys.Rev., 1974, D9, p.416.
3. Ellis G. CERN, TH-2744, Geneva, 1979.
4. Buras A.J., Gaemers K. Nucl.Phys., 1978, v.132, p.249; Owens J.F., Reya E. Phys.Rev., 1976, D17, p.3003; Gluck M., Reya E. Nucl.Phys., 1977, B130, p.76.
5. Parisi G., Sourlas N. Nucl.Phys., 1979, B151, p.421.
6. Bialas A., Buras A.J. Phys.Rev., 1980, D21, p.1825.
7. Isaev P.S., Kovalenko S.G. Hadronic Journal, 1980, 3, p.919.
8. Bjorken J.B., Pschos E. Phys.Rev., 1969, v.185, p.1975.
9. Kuti J., Weisskopf V.F. Phys.Rev., 1971, D4, p.3418.
10. Moffat J.W. Schladming Lectures, 1972, Acta Physica Austriaca, 1972, Supp.IX, p.605.
11. Bishari M. Weizman Inst., WIS-43/79 Ph., Rehovot, 1979.
12. Gross D.J. Phys.Rev.Lett., 1974, 32, p.1071; Kato K. et al. Progr. Theor.Phys., 1980, 63, p.1295.
13. Bodek A. et al. Phys.Rev., 1979, D20, p.1471.
14. Gordon B.A. et al. Phys.Rev., 1979, D20, p.2645.
15. De Groot J.G.H. Z.Phys.C., 1979, 1, p.143.
16. Das K.P., Hwa R.C. Phys.Lett., 1977, 68B, p.459.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 января 1981 года.