объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-81-401

И.С.Авалиани, В.А.Матвеев, Л.А.Слепченко

КВАРКОВЫЙ СЧЕТ АНОМАЛЬНЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ В ВЫСШИХ ПОРЯДКАХ КХД

Направлено в ТМФ

1981

Изучение квантовохромодинамических поправок к точечноподобным степенным асимптотикам [1] процессов взаимодействия адронов при больших передачах импульсов показало, что вид логарифмических факторов, характеризующих отклонение от скейлинга инклюзивных сечений, определяется кварковой структурой адронов [2]. При этом оказалось, что величина показателей степени при $\log Q^2$, контролирующая в главном логарифмическом приближении так называемую эволюцию функций распределения кварков [3], определяется числами кварков, составляющих участвующие в реакции адроны. Выход за рамки главного логарифмического приближения при анализе инклюзивных процессов в КХД приводит, однако, к ряду неопределенностей в установлении вида и величины асимптотически свободных поправок следующих членов разложения теории возмущений /т.в./ [4,5].

В настоящей работе изучается вопрос о влиянии высших поправок теории возмущений КХД на кварковый счет аномальных размерностей инклюзивных процессов [2], сформулированный в рамках главного логарифмического приближения. В частности, показано, что учет вкладов 2-петлевых поправок в структурные функции распределения и фрагментации партонов не нарушает универсальности правил [2].

Результаты вычислений в главном и следующем за главным по α_s порядках теории возмущений могут быть представлены соответственно выражениями

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(1)}_{AB\to C+X} = c\sigma_0 \frac{\epsilon^{S-1}}{\Gamma(S)} \{[\alpha_s(P_T^2)]^{d(S)-\frac{r}{S}-r\log\epsilon}\}^H, \quad P_T^2 \sim Q^2, \qquad /1/$$

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(2)}_{AB\to C+X} = \left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(1)}_{AB\to C+X} \cdot \epsilon^{-\alpha_s bH}\, e^{\alpha_s[aH+\frac{2\pi}{3}H_T]} \cdot [1+\frac{2\alpha_s}{3\pi}H\log^2\epsilon].$$

Здесь $\sigma_0 = (\alpha_s/P_T^2)^2$ - точечноподобное сечение; $\epsilon=(1-x_T)(1-\frac{x_T}{2})^{-1}$ - доля энергии, теряемая начальными адронами; $S = \sum\limits_{A,B,C} 2n_s$ - удвоенное число пассивных кварков /спектаторов/; H - полное число активных /жестких/ кварков; $r = \frac{16}{33-2n_f}$ / n_f - число ароматов кварков/.

Величина $d(S) = r/4\{1 - \frac{2}{S(S+1)} + 4\sum_{2}^{S}\frac{1}{k}\}$ - аномальная размерность, определяющая несинглетную часть функций распределения /фрагментации/ партонов в главном логарифмическом приближении.

Показатели a и b определяются как

$$a(\bar{S}) = c_0 + c_1\,\psi(\bar{S}) + \frac{2}{3\pi}[\psi^2(\bar{S}) - \psi'(\bar{S})],$$

$$b(\bar{S}) = c_1 + \frac{4}{3\pi}\psi(\bar{S}), \quad \bar{S} = S + Hr\xi, \quad \xi = -\log\alpha_s(P_T^2),$$

где c_0 и c_1 - константы, входящие известным образом в определение структурных функций и зависящие от выбора схемы ренормировки; $\psi(z) = \frac{d\log\Gamma(z)}{dz}$; $\psi'(z)$ - дигамма функция и ее производная.

Причиной возникновения в формуле /2/ множителя $\exp[\frac{2\pi}{3}H_T\alpha_s]$ является различие в дважды логарифмическом приближении между функциями фрагментации и распределения кварков, связанное с переходом от области пространственно-подобных в область времениподобных Q^2 [6], при этом H_T - число активных жестких кварков в подпроцессах, для которых $q^2 = -Q^2 > 0$.

Проиллюстрируем сейчас на примере процесса образования в адронных соударениях кварковой струи с большим поперечным импульсом P_T способ получения соотношений /1/, /2/. Инклюзивное сечение реакции $A + B \to J(P_T) + X$ в стандартных обозначениях имеет вид

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)_{AB\to JX} = \frac{1}{\pi}\sum_{a,b}\int_{x_a^{min}}^{1} dx_a \int_{x_b^{min}}^{1} dx_b\, F_{a/A}(x_a,Q^2)F_{b/B}(x_b,Q^2)\left(\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}\right)_{ab}\hat{s}\,\delta(\hat{s}+\hat{t}+\hat{u}), \qquad /3/$$

где $(d\hat{\sigma}/d\hat{t})_{ab}$ - сечение жесткого рассеяния составляющих $a,b = q, \bar{q}, G$; $\hat{s} = (P_a+P_b)^2 \simeq x_a x_b s$; $\hat{t} = (P_a - P_c)^2 \simeq x_a t$; $\hat{u} = (P_b - P_c) \simeq x_b u$; $x_a^{min} = x_1/(1-x_2)$; $x_b^{min} = x_a x_2/(x_a - x_1)$; $x_1 = -u/s$, $x_2 = -t/s$.

В главном логарифмическом приближении функции распределения кварков в начальных адронах имеют в области $X \sim 1$ известный вид [3]:

$$x_a F_{a/A}^{(1)}(x_a,Q^2) = \frac{c_A\Gamma(A)}{\Gamma(\bar{A})}(1-x_a)^{\bar{A}-1}\cdot\exp c\xi, \qquad /4/$$

где

$$\bar{A} = A + r\xi = 2(n_A - 1) + r\xi; \quad \xi = -\log\alpha_s(Q^2);$$

n_A - полное число валентных кварков в адроне A; $c = r(\frac{3}{4} - c_E)$; $c_E = 0{,}5772$ - число Эйлера.

Подставляя эти выражения для несинглетной части $F_{a/A}$, $F_{b/B}$ /или рассматривая для простоты только один аромат кварков/, получим

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(1)}_{AB\to JX} = \sigma_0\,\frac{\exp 2c\xi}{\Gamma(\bar{A})\Gamma(\bar{B})}(x_1x_2)^2\,J(x_1,x_2;P_T^2),$$

$$J = \frac{(1-x_1-x_2)^{\bar{A}+\bar{B}-1}}{(1-x_1)^{\bar{B}}(1-x_2)^{\bar{A}}}\iint_0^1 \frac{du\,dv\cdot u^{\bar{A}-1}v^{\bar{B}-1}\,\delta\left[(1-u-v)+\frac{1-x_1-x_2}{(1-x_1)(1-x_2)}uv\right]}{\left[1-\frac{1-x_1-x_2}{1-x_2}u\right]^2\left[1-\frac{1-x_1-x_2}{1-x_1}v\right]^2} = \qquad /5/$$

$$= \frac{(1-x_1-x_2)^{\bar{A}+\bar{B}-1}}{(1-x_2)^{\bar{A}}(1-x_1)^{\bar{B}}}B(\bar{A},\bar{B})\left(\frac{1-x_2}{x_1}\right)^2 F_1\left(\bar{B},\bar{A}-2,4,\bar{A}+\bar{B};\frac{1-x_1-x_2}{(1-x_1)(1-x_2)},\frac{1-x_1-x_2}{1-x_1}\right),$$

где $B(\alpha,\beta)$ - бета-функция Эйлера и $F_1(\alpha,\beta,\beta',\gamma;x,y)$ - гипергеометрическая функция двух аргументов /см. приложение/.

В случае рассеяния на $\theta = 90°$ $x_1 = x_2 = x_T/2$.

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(1)}_{AB\to JX} = c\left(\frac{\alpha_s}{P_T^2}\right)^2\frac{\epsilon^{A+B-1}}{\Gamma(A+B)}\{[\alpha_s(P_T^2)]^{d(A+B)-\frac{r}{A+B}-r\log\epsilon}\}^2\cdot\Phi, \qquad /6/$$

где $\Phi = x_T^2(1-x_T/2)\cdot F_1$,

$$c = c_A c_B/4\Gamma(A)\Gamma(B), \quad \epsilon = (1-x_T)(1-x_T/2)^{-1},$$

$$F_1 = F_1\left(\bar{B},\bar{A}-2,4,\bar{A}+\bar{B};\frac{\epsilon}{1-x_T/2},\epsilon\right).$$

Ввиду того, что функция $F_1(\alpha,\beta,\ldots)$ медленно меняется с изменением индексов $\alpha, \beta, \ldots$ при $x_T \sim 1$, мы приходим к частному случаю $(H=2)$ формулы /1/:

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(1)}_{AB\to JX} = \sigma_0\,\frac{\epsilon^{A+B-1}}{\Gamma(A+B)}\{[\alpha_s(P_T^2)]^{d(A+B)-\frac{r}{A+B}-r\log\epsilon}\}^2. \qquad /7/$$

Итак, суммирование радиационных поправок на тормозное излучение глюонов активными кварками, приводящее к "эволюционному" приращению $\Delta F_2(x,Q^2) \sim (1-x)^{r\xi}\frac{1}{\Gamma(r\xi)}$, вместе с учетом зависимости структурной функции от числа пассивных кварков /спектаторов/ определяет величину размерностной поправки $d^{(1)}(S) = d(S) - \frac{r}{S} - r\log\epsilon$.

Для выяснения вопроса о сохранении универсального вида выражения /1/ при переходе к высшим порядкам теории возмущений рассмотрим сейчас поправки к эволюционному развитию структурных функций распределения кварков в следующем за главным логарифмическим /двухпетлевом/ приближении.

Для простоты мы ограничились углом $\theta=90^\circ$ и пренебрегли следующими поправками к сечению жесткого рассеяния, которые не изменяют вывода об универсальном характере правила кваркового счета аномальных размерностей.

Двухпетлевые вычисления моментов структурных функций $F_2^{NS}(n,Q^2)=\int_0^1 dx\cdot x^{n-2}F_2^{NS}(x,Q^2)$ глубоконеупругого рассеяния в обозначениях [4] даются как

$$F_2(n,Q^2)=F_2(n,Q_0^2)\left[\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)}\right]^{d(n)}\left[1+\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}R_2(n)\right], \qquad /8/$$

где $d(n)=\gamma^{(0)}(n)/2\beta_0$ - аномальная ($\beta_0=11-\frac{2}{3}n$) размерность в однопетлевом приближении, а двухпетлевая поправка R_2 имеет вид*

$$\frac{1}{4\pi}R_2(n)\equiv\frac{\gamma^{(0)}(n)}{2\beta_0}-\frac{\beta_1\gamma^{(1)}(n)}{2\beta_0^2}+C_n^{(1)}, \quad \beta_1=102-\frac{38}{3}n_f= \qquad /9/$$

$$=c_0+c_1\log n+\frac{8}{3}\log^2 n, \quad c_0=-1{,}18, \quad c_1=0{,}66.$$

Заметим также, что входящее в выражения /8/ и /2/ значение бегущей константы $\alpha_s(Q^2)$ определяется в виде [7]

$$\alpha_s(Q^2)=4\pi/(\beta_0\log Q^2/\Lambda^2)\left[1-\beta_1/\beta_0^2\frac{\log\log Q^2/\Lambda^2}{\log Q^2/\Lambda^2}\right].$$

Отметим, что в отличие от главного логарифмического приближения вычисления в двухпетлевом приближении, вообще говоря, зависят от выбора определенной калибровки и ренормировочной схемы, а также нарушают условие обратимости [8]:

$$F^{(2)}(x)\neq D^{(2)}(z).$$

"Оборачивая" моменты, то есть выполняя обратное преобразование Меллина /см. также [9] /, получим

$$xF_2^{(2)}(x,Q^2)=c_A\exp c\xi\cdot\frac{\Gamma(A)(1-x)^{\tilde A-1}}{\Gamma(\tilde A)}e^{\alpha_s(Q^2)a'}\left[1+\frac{2\alpha_s}{3\pi}\log(1-x)\right], \qquad /10/$$

где $a'(\bar A)=c_0-2/(3\pi)[\psi^2(\bar A)+\psi'(\bar A)]$,

$\tilde A=\bar A-\alpha_s(Q^2)\cdot\beta(\bar A)$.

Заметим, что эволюционное приращение структурной функции кварков с точностью до $O(\alpha_s^2)$ определяется сейчас в виде

$$\frac{\partial\tilde A}{\partial\log Q^2}=\alpha_s\cdot 4r-\alpha_s^2(a+4/(3\pi)\psi(\bar A)).$$

*Здесь и ниже в схеме минимальных вычитаний $\overline{MS}$ и $n_f=4$.

что обеспечивает в конечном результате квадратичную зависимость от аномальной размерности d(S). Для вычисления сечения образования струи во втором порядке перепишем сейчас /10/ следующим образом:

$$F_{a/A}^{(2)}(x_a,Q^2)=F_{a/A}^{(1)}(x_a,Q^2)e^{\alpha_s(a-b\log(1-x))}\left(1+\frac{2\alpha_s}{3\pi}\log^2(1-x)\right). \qquad /11/$$

Подставив /11/ в /3/ и выполнив квадратуры /см. приложение/, получим ($\theta=90^\circ$)

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(2)}_{AB\to JX}=\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(1)}_{AB\to JX}\{1+2\alpha_s(P_T^2)R(\bar A,\bar B)+O(\alpha_s^2)\},$$

где

$$R(\bar A,\bar B)\equiv c_0-\frac{1}{3\pi}[\psi^2(\bar A)+\psi^2(\bar B)+\psi'(\bar A)+\psi'(\bar B)]+$$

$$+\psi(\bar A+\bar B)\left[c_1+\frac{2}{3\pi}\psi(\bar A)+\frac{2}{3\pi}\psi(\bar B)\right]- \qquad /12/$$

$$-\left[c_1+\frac{4}{3\pi}\psi(\bar A+\bar B)\right]\log\epsilon+\frac{2}{3\pi}[\log^2\epsilon+I(\bar A,\bar B)], \quad \epsilon=\frac{1-x_T}{1-x_T/2},$$

а функция $I(\bar A,\bar B)$:

$$I(\bar A,\bar B)=\frac{1/2}{B(\bar A,\bar B)F_1}\int_0^1\frac{dv\cdot v^{\bar B-1}(1-v)^{\bar A-1}}{\left[1-\frac{\epsilon v}{1-x_T/2}\right]^2[1-\epsilon v]^2}\left[\log^2 v+\log^2\frac{1-v}{1-\frac{\epsilon v}{1-x_T/2}}\right],$$

сводится к

$$2I(\bar A,\bar B)=[\psi(\bar A)-\psi(\bar A+\bar B)]^2+[\psi(\bar B)-\psi(\bar A+\bar B)]^2+ \qquad /13/$$

$$+\psi'(A)+\psi'(B)-2\psi'(A+B)+O(\alpha_s).$$

Собирая сомножители /12/, /13/ для инклюзивного сечения во втором порядке, получим выражение

$$\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(2)}_{AB\to JX}=\left(\frac{E\,d\sigma}{d^3p}\right)^{(1)}_{AB\to JX}e^{2\alpha_s(P_T^2)a(\bar A+\bar B)}e^{-2\alpha_s(P_T^2)b(\bar A+\bar B)\log\epsilon}\left[1+2\cdot\frac{2\alpha_s}{3\pi}\log^2\epsilon\right],$$

представляющее частный случай формулы /2/ для значений $H=2$ и $S=A+B$*.

*$H_T=0$, так как рассмотренное инклюзивное сечение образования струи не содержит функции фрагментации $D(z)$.

Таким образом, учет высших порядков хромодинамики /по крайней мере, для функции распределения и фрагментации кварков/ не нарушает универсального характера кваркового счета[2] и соответствует разложению в ряд по степеням аномальных размерностей $D = d(S) - c\alpha_s d^2(S) \pm \ldots$.

Вопросы величины высших поправок к инклюзивным сечениям жестких процессов и их зависимость от выбора схем ренормировок требуют более детального рассмотрения.

Авторы приносят глубокую благодарность А.Н.Тавхелидзе за постоянный интерес к работе и Н.В.Красникову, А.В.Радюшкину, К.Г.Четыркину за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Гипергеометрическая функция двух переменных[10]:

$$F_1(\alpha,\beta,\beta',\gamma;x,y) = \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\beta')\Gamma(\gamma-\beta-\beta')} \iint \frac{u^{\beta-1} v^{\beta'-1}\, du\, dv}{(1-u-v)^{\beta+\beta'-\gamma+1}(1-ux-vy)^{\alpha}} =$$

$$= \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\alpha)} \int_0^1 \frac{du\cdot u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1}}{(1-ux)^{\beta}\,(1-uy)^{\beta'}} = \sum_{m,n} \frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_m(\beta')_n}{(\gamma)_{m+n}\, m!\, n!} x^m y^n,$$

$$(a_n) \equiv \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)}.$$

2. $$\int_0^1 dz \log z \cdot z^{\alpha-1}(1-z)^{\beta-1} = B(\alpha,\beta)[\psi(\alpha) - \psi(\alpha+\beta)].$$

3. $$\int_0^1 dz \log^2 z \cdot z^{\alpha-1}(1-z)^{\beta-1} = B(\alpha,\beta)\{[\psi(\alpha)-\psi(\alpha+\beta)]^2 + \psi'(\alpha) - \psi'(\alpha+\beta)\},$$

где $B(\alpha,\beta)$ - бета-функция Эйлера,

$$\psi(z) = \frac{d\log\Gamma(z)}{dz}, \qquad \psi'(z) = \frac{d^2\log\Gamma(z)}{dz^2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett. Nuovo Cim., 1973, 7, p.319; Brodsky S.J., Farrar G. Phys.Rev. Lett., 1973, 31, p.1153.
2. Matveev V.A., Slepchenko L.A., Tavkhelidze A.N. Phys.Lett., 1981, B100, p.75; Слепченко Л.А. Лекции на XIV Межд. школе по физике высоких энергий. ОИЯИ, Д2-81-158, Дубна, 1980.

3. Gross D., Wilczek F. Phys.Rev., 1973, D8, p.3633; 1974, D9, p.980; Georgi H., Politzer H.D. Phys.Rev., 1974, D9, p.416; Parisi G. Phys.Lett., 1973, 43B, p.207; 1974, 50B, p.367.
4. Bardeen W.A. et al. Phys.Rev., 1978, D18, p.3998; Floratos E.G., Ross D.A., Sachrajda C.T. Nucl.Phys., 1977, B129, p.66; 1978, B139, p.545; 1979, B152, p.493; Buras A.J. Rev.Mod.Phys., 1980, 52, p.199; Buras A.J. FLAB-PUB-80/79-THY, 1980; Physica Scripta, 1981.
5. Ellis R.K. et al. Nucl.Phys., 1980, B173, p.387; Furman M.A. Phys.Lett., 1981, 98B, p.99; Celmaster W., Sivers D. ANL-HEP-PR-80-61, 1980.
6. Curci G., Furmanski W., Petronzio R. Nucl.Phys., 1980, B175, p.27.
7. Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Tkachev F.V. Phys.Lett., 1979, 85B, p.277; Dine M., Sapistein J. Phys.Rev.Lett., 1979, 43, p.668.
8. Грибов В.Н., Липатов Л.Н. ЯФ, 1972, 15, с.781,1218.
9. Ross D.A. CALTECH Preprint, 1979, 68-699; Gonzales-Arroyo A., Lopez C., Yndurian F.J. Nucl.Phys., 1979, B153, p.161; 1980, B166, p.429.
10. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. "Наука", М., 1965, т.1.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 июня 1981 года.