P2-81-387

Г.В.Ефимов, М.А.Иванов, Р.Х.Мурадов,
М.М.Соломонович

# РАСПАДЫ $P \to \ell^+ \ell^-$ В НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

*Направлено в "Письма в ЖЭТФ"*

1981

Распады сильновзаимодействующих частиц на лептоны являются ценным источником информации об электромагнитной структуре адронов, поскольку лептоны не участвуют в сильных взаимодействиях и поэтому в процессах с их участием можно выделить вклад от электромагнитного взаимодействия.

Недавние эксперименты в ЦЕРНе[1] и Серпухове[2], в которых были измерены отношения $B_\gamma(\pi^0 \to e^+e^-) = \Gamma(\pi^0 \to e^+e^-)/\Gamma(\pi^0 \to \gamma\gamma)$ и $B_\gamma(\eta \to \mu^+\mu^-) = \Gamma(\eta \to \mu^+\mu^-)/\Gamma(\eta \to \gamma\gamma)$, побуждают к их теоретическому описанию в различных моделях сильных взаимодействий.

При теоретических описаниях распадов $P \to \ell^+\ell^-$ основную роль играет формфактор распада $P \to \gamma\gamma$:

$$M(P \to \gamma\gamma) = e^2 g_{P\gamma\gamma} F(k_1^2, k_2^2)\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\,\epsilon^\mu(k_1)k_1^\nu \epsilon^\alpha(k_2)k_2^\beta ,$$

$$F(0,0) = 1.$$

Отметим, что в случае $F = \mathrm{const}$ диаграмма, описывающая распад $P \to \ell^+\ell^-$, логарифмически расходится.

В первых работах[3] и[4] формфактор с самого начала выбирался так, чтобы соответствующий интеграл сходился. При этом результат зависел от произвольного параметра обрезания. Авторами[5] и[6] процесс $P \to \ell^+\ell^-$ рассматривался на основе модели векторной доминантности /МВД/. Однако и в этом случае не удавалось обойтись без параметра обрезания. В[7] считалось, что распад $P \to \gamma\gamma$ идет через барионную петлю. Конечный результат зависел от массы промежуточного бариона.

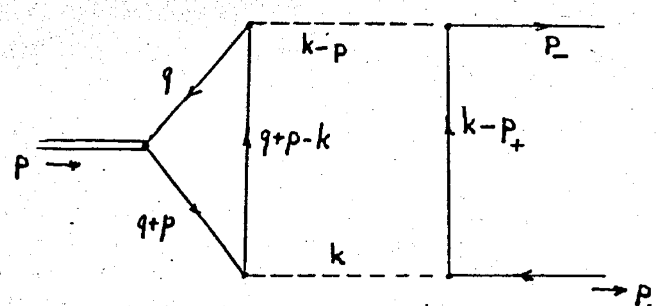
В этих работах удавалось установить нижнюю границу отношения $B_\gamma$, которая определяется абсортивной частью амплитуды /так называемый унитарный предел/, не зависящей от модели, а также исследовать влияние реальной части, которая существенно зависит от выбора модели.

В[8] распад $P \to \ell^+\ell^-$ вычислялся с помощью модели доминантности треугольных кварковых аномалий /ДТКА/. Вычисление проводилось с формфактором

$$F(k_1^2, k_2^2) = \frac{m_V^2}{m_V^2 - k_1^2} \cdot \frac{m_V^2}{m_V^2 - k_2^2} ,$$

V- векторные мезоны.

Общей чертой всех этих подходов является наличие гипотез и предположений, привлекаемых специально для описания распада $P \to \ell^+\ell^-$.




В данном исследовании распады $P \to \ell^+\ell^-$ рассматриваются в нелокальной модели кварков /НМК/, представляющей собой самосогласованную релятивистскую схему квантовополевого мешка /9/. В этой модели при наличии всего лишь двух параметров, характеризующих кварковое поле, удалось описать широкий круг распадов адронов и, в частности, получить такие тонкие характеристики, как формфакторы распадов $P \to \gamma\,\ell^+\ell^-$ /10/ и $\omega \to \pi^\circ \mu^+\mu^-$ /11/. В нелокальной модели кварков все диаграммы Фейнмана являются сходящимися, поэтому представляет интерес расчет распада $P \to \ell^+\ell^-$.

Диаграмма распада $P \to \ell^+\ell^-$ изображена на рисунке. Соответственно инвариантная амплитуда записывается в виде

$$M(P \to \ell^+\ell^-) = \lim_{\delta \to 0} 4\pi\alpha \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 i} \varepsilon_{\mu\rho\sigma\nu}\, p^\rho k^\sigma \cdot e^2 g_{P\gamma\gamma} \times$$

$$\times F^\delta(-(p-k)^2, -k^2)\, \frac{\bar v(p_-)\gamma^\mu (m_\ell + \hat k - \hat p_+)\gamma^\nu v(p_+)}{k^2 (k-p)^2 [m_\ell^2 - (k-p_+)^2]}, \qquad /1/$$

где $\delta$ - параметр регуляризации /9/. Явный вид величины $g_{P\gamma\gamma}$ приведен в /11/.

Формфактор F, определяющий амплитуду распада $P \to \gamma\gamma$, имеет вид

$$F(k_1^2, k_2^2) = \lim_{\delta \to 0} F^\delta(k_1^2, k_2^2) =$$

$$= 2 \iiint_0^1 d^3\alpha\, \delta(1 - \sum_{i=1}^{3} \alpha_i)\, A[\alpha_1\alpha_2 k_1^2 + \alpha_2\alpha_3 k_2^2 + \alpha_1\alpha_3 p^2], \qquad /2/$$

где $A(t) = \exp(-t) \cos\xi\sqrt{t}$.

Интеграл /1/ вычисляется следующим образом.

1. Переходим к евклидовой метрике $k_0 \to i k_4$ и снимаем регуляризацию $\delta \to 0$. Получившийся интеграл в силу убывания функции $F(k_1^2, k_2^2)$ в евклидовой области сходится.



2. Для функции $A(t)$ воспользуемся обратным преобразованием Меллина /12/:

$$A(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} ds\, t^{-s} \tilde A(s), \quad \sigma > 0,$$

$$\tilde A(s) = \int_0^\infty dt\, t^{s-1} A(t).$$

3. Используя для выражения $[\alpha_1\alpha_2 (p-k)^2 + \alpha_2\alpha_3 k^2 + \alpha_1\alpha_3 p^2]^{-s}$ двойное представление Меллина

$$\frac{1}{(a+x+y)^s} = \frac{1}{2i} \int_{-\gamma_1 + i\infty}^{-\gamma_1 - i\infty} \frac{dz_1}{\sin\pi z_1} \cdot \frac{1}{2i} \int_{-\gamma_2 + i\infty}^{-\gamma_2 - i\infty} \frac{dz_2}{\sin\pi z_2} \frac{\Gamma(s + z_1 + z_2)}{\Gamma(1+z_1)\Gamma(1+z_2)\Gamma(s)} \times$$

$$\times \frac{x^{z_1} y^{z_2}}{a^{s + z_1 + z_2}},$$

$$\gamma_i > 0, \quad \mathrm{Re}\, s = \sigma > 0, \quad \mathrm{Re}(s + z_1 + z_2) = \sigma - \gamma_1 - \gamma_2 > 0,$$

выполняем интегрирование по параметрам $\alpha$.

4. С помощью фейнмановской параметризации выполняем интегрирование по k. Интегрирование по возникшим фейнмановским параметрам проводим, используя представление Меллина

$$\frac{1}{[p^2 u_1 u_2 + m_\ell^2 u_3^2]^{-z_1 - z_2}} = \frac{1}{(p^2)^{-z_1 - z_2}} \cdot \frac{1}{\Gamma(-z_1 - z_2)} \times \frac{1}{2i} \int_{-\gamma_3 + i\infty}^{-\gamma_3 - i\infty} \frac{dz_3}{\sin\pi z_3} \times$$

$$\times \left(\frac{m_\ell^2 u_3^2}{p^2 u_1 u_2}\right)^{z_3} (u_1 u_2)^{z_1 + z_2}, \qquad 0 < \gamma_3 < -\mathrm{Re}(z_1 + z_2).$$

5. В получившемся четырехкратном контурном интеграле сдвигаем контуры так, чтобы возникали ряды по параметрам $\mu_P^2 = \frac{m_P^2 L^2}{4}$ и $m_\ell^2 / m_P^2$.

С учетом лишь главных членов по этим параметрам получаем

$$M(P \to \ell^+\ell^-) = \alpha^2 g_{P\gamma\gamma} \varepsilon_{\mu\rho\nu\sigma}\, p^\rho\, \bar v(p_-)\gamma^\mu \gamma_\alpha \gamma^\nu v(p_+) \times$$

$$\times \left[\frac{1}{4} g_{\sigma\alpha} I - \frac{p_+^\sigma p_+^\alpha}{p^2} N\right].$$

Здесь

$$I=(\ln\mu_P^2-\frac{7}{2}-\tilde{B}'(0))-i\pi,$$

$$N=(2\ln^2\frac{m_\ell}{m_P}+6\ln\frac{m_\ell}{m_P}+3)\ -i\pi(2\ln\frac{m_\ell}{m_P}+3),$$

где

$$\tilde{B}(s)=s(s+1)\tilde{A}(s),$$

$$\tilde{B}'(0)=1+4\int_0^\infty du\,\exp(-u^2)[u\cos\xi u+\frac{1}{2}\xi\sin\xi u]\ln u\simeq-0{,}416.$$

Вычисляя стандартным образом ширину распада, окончательно имеем

$$B_\gamma(P\to\ell^+\ell^-)=\Gamma(P\to\ell^+\ell^-)/\Gamma(P\to\gamma\gamma)=\frac{1}{2}(\frac{\alpha m_\ell}{\pi m_P})^2\{9|I|^2+\beta^4|N|^2+$$

$$+6\beta^2(\mathrm{Re}I\,\mathrm{Re}N-\mathrm{Im}I\,\mathrm{Im}N\}\ \beta,\qquad \beta=\sqrt{1-4m_\ell^2/m_P^2}.$$

Численные значения $B\ (P\to\ell^+\ell^-)$ приведены в таблице. Видно, что результаты находятся в разумном согласии с экспериментом. Для сравнения приведены данные работ /3-6,8/.

Таблица

| $\frac{\Gamma(P\to\ell^+\ell^-)}{\Gamma(P\to\gamma\gamma)}$ | Эксперимент | Унитарный предел /3-6/ | ДТКА /8/ | НМК |
|---|---|---|---|---|
| $\pi^\circ\to e^+e^-$ | $22^{+27}_{-11}\cdot10^{-8}$ /1/ | $4{,}58\cdot10^{-8}$ | $5{,}9\cdot10^{-8}$ | $5{,}38\cdot10^{-8}$ |
| $\eta\to\mu^+\mu^-$ | $/1{,}7\pm0{,}5/\cdot10^{-5}$ /2/ | $1{,}20\cdot10^{-5}$ | $1{,}24\cdot10^{-5}$ | $2{,}38\cdot10^{-5}$ |
| $\eta\to e^+e^-$ | | $4{,}32\cdot10^{-9}$ | $13{,}2\cdot10^{-9}$ | $9{,}97\cdot10^{-9}$ |
| $\eta'\to\mu^+\mu^-$ | | $4{,}06\cdot10^{-6}$ | $6{,}1\cdot10^{-6}$ | $8{,}1\cdot10^{-6}$ |
| $\eta'\to e^+e^-$ | | $1{,}06\cdot10^{-9}$ | $8{,}1\cdot10^{-9}$ | $4{,}9\cdot10^{-9}$ |

ЛИТЕРАТУРА

1. Fisher J. et al. Phys.Lett., 1978, 73B, p.364.
2. Dshelyadin et al. Phys.Lett., 1980, 97B, p.471.
3. Drell S.D. Nuovo Cimento, 1959, 11, p.693.
4. Berman S.M., Geffen D.A. Nuovo Cimento, 1960, 18, p.1192.
5. Young. B.L. Phys.Rev., 1967, 161, p.1620.



6. Quigg C., Jackson J.D. UCRL Report No.18487, 1968.
7. Pratap M., Smith J. Phys.Rev., 1972, D5, p.2020.
8. Иванов А.И., Шехтер В.М. ЯФ, 1980, 32, с.796.
9. Dubničková A.Z., Efimov G.V., Ivanov M.A. Fort. der Phys., 1979, 27, p.377.
10. Ефимов Г.В., Иванов М.А. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, с.60.
11. Динейхан М., Ефимов Г.В., Иванов М.А. Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, с.66.
12. Титчмарш Е. Теория функций. Гостехиздат, М., 1951.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 июня 1981 года.