

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

4627/2-81

14/9-81

P2-81-325

М.И.Подгорецкий

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ
ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПИОНОВ,
ОБРАЗУЮЩИХСЯ
В СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР

1981

1. В последнее время опубликовано несколько работ, посвященных изучению интерференционных корреляций пар тождественных π -мезонов в ядро-ядерных столкновениях. По сравнению с аналогичными корреляциями в процессах столкновения элементарных частиц здесь следует ожидать существенных упрощений, поскольку похоже на то, что источники мезонов в ядрах можно с большим правом считать независимыми. Кроме того, размеры излучающей области в ядрах значительно больше, интерференционные максимумы уже, благодаря чему их экспериментальное отделение от фона становится более надежным и однозначным. К тому же выбор в качестве фона распределения пар нетождественных π -мезонов становится более обоснованным. С другой стороны, ядерные источники могут обладать более сложной и разнообразной структурой; возникают также дополнительные вопросы из-за наличия вторичных взаимодействий пионов с ядерным веществом. Из сказанного следует целесообразность специального анализа особенностей интерференционных корреляций тождественных пионов в ядрах. Ниже приведены некоторые замечания по этому поводу.

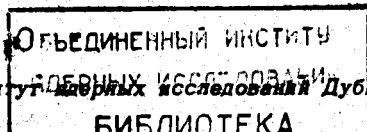
2. Пусть в разных точках ядра $r_a = (\vec{r}_a, t_a)$ и $r_b = (\vec{r}_b, t_b)$ находятся два независимых одночастичных источника; 4-импульсы генерируемых пионов обозначим p' и p'' . Соответствующие одночастичные амплитуды пусть будут $u(\vec{p})$ и $v(\vec{p})$, причем в общем случае $u \neq v$. Тогда /см., например, /1,3/ / амплитуда генерации двух одинаковых /скажем, положительных/ пионов

$$A_{++} \propto u(\vec{p}')v(\vec{p}'')e^{-i(p' r_a + p'' r_b)} + u(\vec{p}'')v(\vec{p}')e^{-i(p'' r_a + p' r_b)}, \quad /1/$$

а вероятность

$$\sigma_{++} \propto |u(\vec{p}')|^2 \cdot |v(\vec{p}'')|^2 + |u(\vec{p}'')|^2 \cdot |v(\vec{p}')|^2 + 2\text{Re}\{u(\vec{p}')v(\vec{p}'')u^*(\vec{p}'')v^*(\vec{p}')\} e^{-i(p' - p'')(r_a - r_b)} \}, \quad /2/$$

где усреднение ведется по всем возможным r_a и r_b . В этих же условиях для вероятности генерации пары $\pi^+ \pi^-$ имеем



$$\sigma_{+-} \approx |u(\vec{p}')|^2 \cdot |v(\vec{p}'')|^2 + |u(\vec{p}'')|^2 \cdot |v(\vec{p}')|^2. \quad /3/$$

Следовательно, отношение

$$\frac{\sigma_{++}}{\sigma_{+-}} = 1 + F(p', p''), \quad F = \frac{2 \operatorname{Re}\{u(\vec{p}') v(\vec{p}'') u^*(\vec{p}'') v(\vec{p}')\} e^{-i(p' - p'')(r_a - r_b)}}{|u(\vec{p}')|^2 |v(\vec{p}'')|^2 + |u(\vec{p}'')|^2 |v(\vec{p}')|^2} \quad /4/$$

Конкретный вид слагаемого $F(p', p'')$ зависит от принятой модели, в частности - от размеров ядра, но при $p' = p''$ всегда $F=1$, а для достаточно далеких друг от друга импульсов p' и p'' величина $F \rightarrow 0$. Следовательно, отношение σ_{++}/σ_{+-} для близких импульсов вдвое больше, чем для далеких, в точности так же, как и в простейшем случае, когда $u(\vec{p}) \cdot v(\vec{p}) = \text{const}$.

В целях дальнейшей детализации зададим одночастичные спектры в виде

$$u(\vec{p}) \approx e^{-\alpha \vec{p}^2/2}, \quad v(\vec{p}) \approx e^{-\beta \vec{p}^2/2} \quad /5/$$

Параметры α и β связаны с размерами одночастичных источников; в общем случае $\alpha \neq \beta$. Тогда

$$F = \frac{2 \langle \cos(p' - p'')(r_a - r_b) \rangle}{e^{(\alpha - \beta)(\vec{p}'^2 - \vec{p}''^2)} + e^{(\beta - \alpha)(\vec{p}'^2 - \vec{p}''^2)}} \quad /4'/$$

Если ввести 4-импульсы $p = \frac{p' + p''}{2}$ и $q = p'' - p'$, то $\vec{p}'^2 - \vec{p}''^2 = 2\vec{p}\vec{q}$, т.е. /4/ и /4'/ приводят к формуле

$$\frac{\sigma_{++}}{\sigma_{+-}} = 1 + \frac{2 \langle \cos(r_a - r_b) q \rangle}{e^{2(\alpha - \beta)\vec{p}\vec{q}} + e^{2(\beta - \alpha)\vec{p}\vec{q}}} \quad /6/$$

Если $\alpha = \beta$, то размеры одночастичных источников полностью выпадают и /6/ переходит в стандартную корреляционную формулу

$$\frac{\sigma_{++}}{\sigma_{+-}} = 1 + \langle \cos(r_a - r_b) q \rangle \quad /6'/$$

То же самое получается и при произвольных α и β , если отбирать события с пионами равных энергий, когда $\vec{p}\vec{q} = 0$. Следовательно, в рассматриваемой модели наличие неточечных одночастичных источников не сказывается на результатах измерения поперечных размеров области генераций.

Если отбирать события с $|\vec{p}'| \neq |\vec{p}''|$, то параметры одночастичных распределений не выпадают. Скалярное произведение $\vec{p}\vec{q} = \epsilon q_0$,

где энергия $\epsilon = \frac{\epsilon' + \epsilon''}{2}$, $q_0 = \epsilon'' - \epsilon'$. Поэтому /6/ можно переписать в виде

$$\frac{\sigma_{++}}{\sigma_{+-}} = 1 + \frac{2 \langle \cos(r_a - r_b) q \rangle}{e^{2(\alpha - \beta)\epsilon q_0} + e^{2(\beta - \alpha)\epsilon q_0}} \quad /7/$$

В интересующей нас области малых q_0 получаем

$$\frac{\sigma_{++}}{\sigma_{+-}} = 1 + \frac{2 \langle \cos(r_a - r_b) q \rangle}{1 + 2(\alpha - \beta)^2 \epsilon^2 q_0^2} \quad /7'/$$

Из формулы /7'/ видно, что в рассматриваемой модели кроме стандартного временного параметра $\tau = t_a - t_b$, характеризующего длительность процесса излучения, возникает дополнительный эффективный параметр

$$\bar{\tau} = 2|\alpha - \beta| \cdot \epsilon. \quad /8/$$

Если $\tau = 0$, в формуле /7'/ остается только величина $\bar{\tau}$, в общем случае оба параметра складываются квадратично.

Формулы /6/, /6'/, /7/ и /7'/ относятся к случаю, когда примерно фиксирована энергия пионов ϵ . Возможна и другая постановка эксперимента, когда отбираются пары пионов со всеми возможными \vec{p} , но с фиксированной величиной q , причем суммирование по \vec{p} производится для вероятностей σ_{++} и σ_{+-} независимо. Тогда можно показать, что

$$\frac{\sigma_{++}}{\sigma_{+-}} = 1 + e^{-\frac{(\alpha - \beta)^2}{4\alpha\beta} q^2} \langle \cos(r_a - r_b) q \rangle. \quad /9/$$

В этом случае возникают соответствующие поправки как к продольным, так и к поперечным размерам области генерации. Если одночастичные распределения зависят только от поперечных /по отношению к оси реакции/ импульсов и имеют вид

$$u(\vec{p}) \approx e^{-\alpha \vec{p}_\perp^2/2}, \quad v(\vec{p}) \approx e^{-\beta \vec{p}_\perp^2/2}, \quad /5'/$$

то при аналогичной постановке эксперимента

$$\frac{\sigma_{++}}{\sigma_{+-}} = 1 + e^{-\frac{(\alpha - \beta)^2}{4\alpha\beta} q_\perp^2} \langle \cos(r_a - r_b) q \rangle. \quad /9'/$$

Теперь изменяются только поперечные размеры, продольные и временные характеристики не затрагиваются.

3. Источники пионов предполагались выше одночастичными. Это, конечно, не обязательно, им не запрещается быть и много-частичными, причем в ядро-ядерных столкновениях каждый из источников может генерировать свое число пионов, не такое, как другой источник. Предположим, что один точечный источник, генерирующий N пионов, расположен в точке r_a , второй источник пусть будет одночастичным и расположенным в точке r_b . Точечный источник, генерирующий N пионов, проще всего представлять себе как N одночастичных источников, расположенных вблизи точки r_a вплотную друг к другу*. Тогда амплитуда $A(p^{(I)}, p^{(II)}, \dots, p^{(N+1)})$ генерации $N+1$ мезонов содержит $N!$ слагаемых типа $\exp\{-i[(p^{(I)} + p^{(II)} + \dots + p^{(N)})r_a + p^{(N+1)}r_b]\} = \exp\{-i[(p^{(I)} + \dots + p^{(N-1)} + p^{(N+1)})r_a + p^{(N)}r_b]\} = N! \exp\{-i[(p^{(I)} + \dots + p^{(N+1)})r_a + p^{(N)}r_b]\}$ и т.д. Сокращение общего множителя $N! \exp\{-i(\sum_{k=1}^{N+1} p^{(k)})r_a\}$ изменяет только несущественную для последующего нормировку, т.е. можно записать:

$$A(p^{(I)}, p^{(II)} \dots p^{(N+1)}) \propto \sum_{\ell=1}^{N+1} \exp\{-ip^{(\ell)}(r_a - r_b)\}.$$

Вероятность

$$\sigma(p^{(I)}, p^{(II)} \dots p^{(N+1)}) \propto \sum_k \sum_{\ell} \exp\{-i(p^{(k)} - p^{(\ell)})(r_a - r_b)\} = (N+1) + 2 \sum_{k \neq \ell} \sum \langle \cos(p^{(k)} - p^{(\ell)})(r_a - r_b) \rangle.$$

Если импульсы всех пионов сильно различаются, то после усреднения по положениям точек r_a и r_b все косинусы высредняются, т.е. $\sigma \propto (N+1)$; при сближении каких-то двух импульсов /например, $-p^{(I)}$ и $p^{(II)}$ /соответствующий косинус уже отличен от нуля, остальные по-прежнему равны нулю. Следовательно, $\sigma \propto (N+1) + 2 \langle \cos(p^{(I)} - p^{(II)})(r_a - r_b) \rangle$. Поэтому, если ограничиться наиболее важным случаем двухчастичных корреляций, то

$$\sigma/\sigma_{\Phi} = 1 + \lambda \langle \cos(p^{(I)} - p^{(II)})(r_a - r_b) \rangle, \quad \lambda = 2/N + 1. \quad /10/$$

Фоновое распределение σ_{Φ} можно, как обычно, получить перебором пионов из разных взаимодействий. Появление множителя $\lambda < 1$ понижает величину интерференционного максимума, но никак не влияет на результаты измерения пространственно-временных параметров области взаимодействия.

* Такой подход не является обязательным, но он наглядней более строгого подхода, в котором все N частицы описываются единой волновой функцией, и приводит к тем же результатам.

Формулу /10/ можно получить также несколько иначе. Обозначим через σ_0 вероятность процесса в области плато, т.е. при условии, что импульсы всех пионов сильно различаются. Как изменится вероятность, если сближать импульсы каких-то двух пионов? Ответ на этот вопрос зависит от того, какая именно пара выбрана. Если сближаются импульсы пионов, испущенных много-частичным источником, то вероятность остается прежней, поскольку такие пионы вылетают фактически из одной точки. Если один из рассматриваемых пионов испущен одночастичным источником, то вероятность изменится за счет появления интерференционного члена и станет равной $\sigma_0 \{1 + \langle \cos q(r_a - r_b) \rangle\}$. Число пар пионов первого типа равно $\frac{N(N-1)}{2}$, второго типа - N . Следовательно,

$$\sigma \propto \sigma_0 \left\{ \frac{N(N-1)}{2} + N(1 + \langle \cos q(r_a - r_b) \rangle) \right\} = \frac{N\sigma_0}{2} \{ (N+1) + 2 \langle \cos q(r_a - r_b) \rangle \}.$$

После деления на фоновое распределение снова приходим к формуле /10/.

Аналогичным образом легко решается задача с двумя много-частичными источниками, из которых один испускает N пионов, другой - M . Если сближаются импульсы двух пионов из одного и того же источника, то интерференционный член не появляется, если же пионы с близкими импульсами образовались в разных источниках, то такой дополнительный член появится. Число комбинаций первого типа равно $\frac{N(N-1)}{2} + \frac{M(M-1)}{2}$, а во втором случае оно равно NM . Следовательно, вероятность

$$\sigma \propto \frac{N(N-1)}{2} + \frac{M(M-1)}{2} + NM(1 + \langle \cos q(r_a - r_b) \rangle),$$

откуда следует окончательная формула

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\Phi}} = 1 + \lambda \langle \cos q(r_a - r_b) \rangle, \quad \lambda = \frac{2NM}{(N+M)(N+M-1)} < 1. \quad /11/$$

Если $M=1$, то формула /11/ переходит в /10/; если $N=M=1$, то /11/ переходит в стандартную формулу с $\lambda = 1$.

4. При прохождении пионов через ядерное вещество следует учитывать отличие показателя преломления n от единицы, приводящее к изменению фазовой скорости пионов. Если в вакууме амплитуда регистрации пиона, образовавшегося в точке r с импульсом p , записывалась в виде $e^{-ipr} = e^{-i(p\vec{r} - \epsilon t)}$, то внут-

ри ядра следует писать $e^{-i(n\vec{r}_1 - \epsilon t)}$. Величина n определяется известным соотношением

$$n^2 - 1 = 4\pi Nf/k^2, \quad /12/$$

в котором k - волновое число, N - плотность нуклонов, f - амплитуда πN -рассеяния вперед. Выше области резонансного рассеяния амплитуда f растет с энергией пиона примерно пропорционально волновому числу. Однако правая часть /12/, содержащая множитель $1/k^2$, падает пропорционально $1/k$, из-за чего при достаточно высокой энергии показатель преломления мало отличается от единицы. Тогда формула /12/ переходит в

$$n - 1 = 2\pi Nf/k^2. \quad /12''/$$

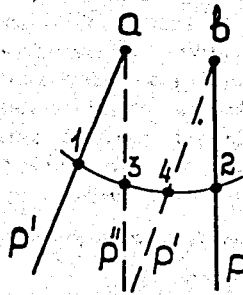


Рис. 1

Посмотрим, как влияет наличие показателя преломления на интерференционные корреляции тождественных пионов, ограничиваясь простейшим случаем одночастичных точечных источников, расположенных в точках $\vec{r}_a = (\vec{r}_a, t_a)$ и $\vec{r}_b = (\vec{r}_b, t_b)$. Ясно, что при большом различии импульсов \vec{p}' и \vec{p}'' интерференционный член исчезает, а при $\vec{p}' \rightarrow \vec{p}''$ вероятность увеличивается. Поэтому даже при больших n общий характер явлений остается прежним и речь может идти только об изменении формы интерференционного максимума. Ясно, что изменения касаются только пространственных характеристик области излучения, поскольку в показателе всех экспонент величина n входит множителем при произведениях $\vec{r}_1 \vec{r}_1$ и никак не затрагивает членов ϵt . Поэтому в настоящем разделе мы в дальнейшем временные характеристики рассматривать не будем. Кроме того, сначала мы будем считать показатель преломления действительным, пренебрегая поглощением пионов внутри ядра.

Одно из осложнений связано с преломлением, изменяющим направление движения пионов при пересечении поверхности ядра. Оно в значительной мере снимается, если исследуются центральные столкновения небольшого ядра-снаряда с большим ядром-мишенью и отбираются пионы, летящие вперед. Тогда граница ядра пересекается почти нормально и движение пионов остается практически прямым. На рис. 1 точками a и b изображены источники, находящиеся внутри ядра-мишени и генерирующие пионы с 4-импульсами \vec{p}' и \vec{p}'' ; точки 1, 2, 3 и 4 расположены на границе ядра-мишени. Одной из двухчастичных амплитуд соответствуют сплошные прямые, второй - пунктирные. Одночастичную амплитуду испускания пиона с 4-импульсом \vec{p}' из точки a при $n \neq 1$ следует

записать в виде *

$$e^{-in\vec{r}_a \vec{p}'} \cdot e^{in\vec{r}_1 \vec{p}'} \cdot e^{-i\vec{r}_1 \vec{p}'} = e^{-in\vec{r}_a \vec{p}'} \cdot e^{-i(1-n)\vec{r}_1 \vec{p}'}$$

Поэтому "сплошная" двухчастичная амплитуда равна

$$(e^{-in\vec{r}_a \vec{p}'} \cdot e^{-i(1-n)\vec{r}_1 \vec{p}'}) \times (e^{-in\vec{r}_2 \vec{p}''} \cdot e^{-i(1-n)\vec{r}_3 \vec{p}''})$$

Аналогично "пунктирная" двухчастичная амплитуда имеет вид

$$(e^{-in\vec{r}_a \vec{p}''} \cdot e^{-i(1-n)\vec{r}_3 \vec{p}''}) \times (e^{-in\vec{r}_b \vec{p}'} \cdot e^{-i(1-n)\vec{r}_4 \vec{p}'})$$

Полная двухчастичная амплитуда равна сумме этих двух выражений. Поэтому для вероятности процесса получаем

$$\sigma \sim 1 + \langle \cos \alpha \rangle, \quad \alpha = n(\vec{p}' - \vec{p}'') \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b) + (1-n) \{ (\vec{r}_1 - \vec{r}_4) \cdot \vec{p}' + (\vec{r}_2 - \vec{r}_3) \cdot \vec{p}'' \}$$

После перегруппировки слагаемых член, стоящий в формуле /13/ в фигурных скобках, можно переписать в виде

$$(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) \cdot \vec{p}' + (\vec{r}_2 - \vec{r}_4) \cdot \vec{p}'' + (\vec{r}_3 - \vec{r}_4) \cdot (\vec{p}' - \vec{p}''). \quad /14/$$

Поскольку $(\vec{r}_1 - \vec{r}_3)$ и $(\vec{r}_2 - \vec{r}_4)$ перпендикулярны к \vec{p}' и \vec{p}'' в выражении /14/ остается только последнее слагаемое. Поэтому в формуле /13/ фаза

$$\alpha = \{ n(\vec{r}_a - \vec{r}_b) + (1-n)(\vec{r}_3 - \vec{r}_4) \} \cdot (\vec{p}' - \vec{p}''). \quad /13'/$$

При измерении продольных размеров области генерации член $(1-n)(\vec{r}_3 - \vec{r}_4) \cdot (\vec{p}' - \vec{p}'')$ пропадает, поскольку вектор $(\vec{r}_3 - \vec{r}_4)$ лежит в плоскости границы ядра. Остается только член $n(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \cdot (\vec{p}' - \vec{p}'')$, приводящий к кажущемуся изменению продольных размеров в n раз. Поперечные составляющие векторов $(\vec{r}_a - \vec{r}_b)$ и $(\vec{r}_3 - \vec{r}_4)$ практически совпадают. Поэтому при измерении поперечных размеров фазу /13'/ можно заменить на

$$\alpha = (\vec{r}_3 - \vec{r}_4) \cdot (\vec{p}'_1 - \vec{p}''_1) = (\vec{r}_a - \vec{r}_b) \cdot (\vec{p}'_1 - \vec{p}''_1). \quad /13''/$$

Следовательно, в рассматриваемых условиях наличие показателя преломления почти не отражается на измерении поперечных размеров области генерации.

* Надо учесть генерацию пиона в точке \vec{r}_a , его прохождение внутри ядра при $n \neq 1$, поглощение в точке \vec{r}_1 на границе ядра, последующее испускание из той же точки и распространение вне ядра при $n = 1$.

Напомним, что все сказанное ранее относилось только к частному случаю центрального столкновения небольшого ядра-снаряда с большим ядром-мишенью, причем отбирались пионы, летящие вперед. Теперь мы откажемся от таких ограничений, но взамен будем считать $|n-1| \ll 1$. Последнее условие заведомо выполнено, если энергия пионов превышает 1 ГэВ. В общем случае импульсы \vec{p}' и \vec{p}'' пересекают поверхность ядра под произвольным углом, отличным от $\pi/2$, и на границе может иметь место преломление. Однако изменением направления лучей можно пренебречь, если $|n-1| \ll 1$. С другой стороны, входящие в выражение /13/ слагаемые $(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) \vec{p}'$ и $(\vec{r}_2 - \vec{r}_4) \vec{p}''$ теперь уже отличны от нуля. Чтобы оценить их величину, вспомним, что в области интерференционного максимума $\vec{p}' \approx \vec{p}'' \approx \vec{p} = \frac{\vec{p}' + \vec{p}''}{2}$, причем угол θ между \vec{p}' и \vec{p}'' составляет примерно $1/|\vec{p}| \cdot R$, где R - размеры излучающей системы. Поэтому $|\vec{r}_1 - \vec{r}_3| \approx R\theta \approx 1/|\vec{p}|$, а $|\vec{r}_1 - \vec{r}_3| \cdot |\vec{p}| \approx 1$; аналогично $|\vec{r}_2 - \vec{r}_4| \cdot |\vec{p}| \approx 1$. Третий член выражения /14/ также по порядку величины равен единице, так как $|\vec{r}_3 - \vec{r}_4| \approx R$, а в области интерференционного максимума $|\vec{p}' - \vec{p}''| \approx 1/R$. Таким образом, все выражение /14/ в целом равно по порядку величины единице, и в формуле /13/ им можно пренебречь, поскольку оно умножается на малый множитель $(1-n)$. Поэтому можно считать, что в формуле /13/ фаза

$$\alpha \approx n(\vec{p}' - \vec{p}'') \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b) = (\vec{p}' - \vec{p}'') \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b) + (n-1)(\vec{p}' - \vec{p}'') \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b) \approx (\vec{p}' - \vec{p}'') \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b).$$

Следовательно, при $|n-1| \ll 1$ наличие показателя преломления фактически не сказывается на измерении как продольных, так и поперечных размеров области генерации. Полученный результат не следует считать вполне тривиальным, поскольку даже при выполнении условия $|n-1| \ll 1$ фаза каждой из двухчастичных амплитуд /"сплошной" и "пунктирной"/ изменяется на величину порядка $(n-1)|\vec{p}|R$, которая может быть большой по сравнению с единицей. Однако эта большая дополнительная фаза в обоих случаях оказывается почти одинаковой и по этой причине не влияет на вероятность процесса.

Несколько замечаний об оценке роли поглощения пионов внутри ядра. С учетом поглощения одна из рассмотренных выше двухчастичных амплитуд умножается на величину $\gamma_{a1} \cdot \gamma_{b2}$, вторая - на $\gamma_{a3} \cdot \gamma_{b4}$, где $\gamma_{ik} = e^{-\lambda|\vec{r}_i - \vec{r}_k|/2}$, λ - коэффициент поглощения. Введем векторы $\vec{r}_{ik} = \vec{r}_i - \vec{r}_k$. Тогда $\frac{\gamma_{a1}}{\gamma_{a3}} < e^{-\lambda|\vec{r}_{13}|/2} = e^{-\lambda R\theta}$. Если поглощение не очень сильное, так что $\lambda R \leq 1$, то $e^{-\lambda R\theta} \approx 1$, поскольку $\theta < 1$; аналогично получаем $\frac{\gamma_{b2}}{\gamma_{b4}} < e^{-\lambda|\vec{r}_{24}|/2} \approx 1$. Сле-

довательно, $\gamma_{a1} \cdot \gamma_{b2} \approx \gamma_{13} \cdot \gamma_{b4}$, т.е. при $\lambda R \leq 1$ поглощение мало сказывается на параметрах интерференционного максимума. Почти то же самое будет и при сильном поглощении, когда $\lambda R > 1$, поскольку в этом случае "работает" только поверхностный слой ядра, толщина которого $\sim 1/\lambda$. Именно величина Δ играет роль продольных размеров области генерации, в то время как поперечные размеры остаются прежними.

5. Для релятивистских пионов поглощение в ядерном веществе связано с генерацией новых пионов либо с упругим рассеянием. В первом случае точка взаимодействия является просто новым источником пионов, "память" о предшествующем источнике полностью исчезает. Сложней обстоит дело с упругим рассеянием. Здесь возникает много различных вариантов, которые при современном состоянии эксперимента имеет смысл рассматривать только в качественном плане.

Начнем с одночастичного процесса, когда пион с энергией ϵ испускается точечным источником в точке \vec{r}_a в момент t_a и рассеивается на нуклоне в точке \vec{r}_1 , имея после рассеяния импульс \vec{p}_1 .

Масса нуклона велика по сравнению с массой пиона, и мы будем поэтому считать, что энергия пиона ϵ после рассеяния не изменяется*. Рассеяние можно представлять себе как поглощение сферической волны в точке \vec{r}_1 с последующим испусканием. Поэтому амплитуда процесса пропорциональна выражению

$$\frac{e^{-i|\vec{p}| \cdot |\vec{r}_a - \vec{r}_1|}}{e^{-i(\vec{p}_1 \vec{r}_1 - \epsilon t_a)}} \quad /15/$$

Произведение

$$|\vec{p}| \cdot |\vec{r}_a - \vec{r}_1| = \frac{\beta^2 \epsilon}{v} \cdot |\vec{r}_a - \vec{r}_1| = \beta^2 \epsilon r_{a1},$$

где v - скорость пиона, r_{a1} - время пролета от точки \vec{r}_a к точке \vec{r}_1 . Для релятивистских пионов $\beta^2 \approx 1$, т.е. $|\vec{p}| \cdot |\vec{r}_a - \vec{r}_1| \approx \epsilon r_{a1}$. Следовательно, рассматриваемая амплитуда пропорциональна величине

$$\frac{e^{-i(\vec{p}_1 \vec{r}_1 - \epsilon r)}}{e^{-i(\vec{p}_1 \vec{r}_1 - \epsilon r)}, \quad r = t_a + r_{a1}. \quad /15'/$$

Если имеется еще несколько последующих рассеяний в точках $\vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$, то для амплитуды получаем аналогичное выражение

$$\frac{e^{-i(\vec{p}_n \vec{r}_n - \epsilon r)}}{e^{-i(\vec{p}_n \vec{r}_n - \epsilon r)}, \quad r = t_a + r_{a1} + r_{12} + \dots + r_{n-1,n}. \quad /15''/$$

* Иными словами, рассматривается модель, в которой нуклоны закреплены внутри ядра достаточно жестко.

Здесь \vec{p}_π - импульс пиона после последнего рассеяния. Из /15'/ следует, что точка, в которой произошло последнее рассеяние, играет роль нового источника со смещением во времени моментом генерации. Следует только иметь в виду, что при рассеянии на достаточно малый угол результат получается таким же, как и при отсутствии

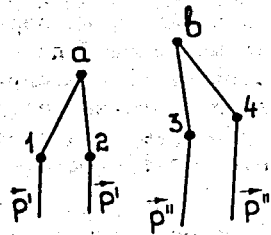


Рис. 2

рассеяния. Действительно, амплитуда /15/ равна $e^{-i(\vec{p}\vec{r}_a - \epsilon\vec{r}_a)}$, если импульс \vec{p}_1 параллелен вектору $(\vec{r}_a - \vec{r}_1)$.

Перейдем теперь к двухчастичным процессам. Пусть в точках \vec{r}_a и \vec{r}_b находятся источники пионов, причем пион, испущенный первым источником, рассеивается затем в точке \vec{r}_1 , а испущенный вторым - в точке \vec{r}_2 *. Из сказанного выше об одночастичных амплитудах следует, что интерференционные корреляции будут такими же, как если бы рассеяний не было вовсе, но роль источников \vec{r}_a и \vec{r}_b перейдет к точкам \vec{r}_1 и \vec{r}_2 и, кроме того, произойдет соответствующее изменение временных характеристик. Возможна, однако, и более сложная картина. Точки \vec{r}_a и \vec{r}_b являются источниками сферических волн, поэтому испущенные ими пионы могут рассеиваться сразу на нескольких рассеивателях. Пример такого процесса показан на рис. 2. В роли одного из рассеивателей выступают теперь две точки, \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , в роли второго рассеивателя - точки \vec{r}_3 и \vec{r}_4 . Чтобы не выписывать слишком громоздких формул, мы будем интересоваться сейчас только простейшими характеристиками, т.е. будем предполагать энергии пионов одинаковыми и опустим по этой причине временные слагаемые в показателях экспонент. Тогда, с учетом формулы /15'/, амплитуда процесса, изображенного на рис. 2,

$$A(\vec{p}', \vec{p}'') \approx (e^{-i\vec{p}'\vec{r}_1} + e^{-i\vec{p}'\vec{r}_2})(e^{-i\vec{p}''\vec{r}_3} + e^{-i\vec{p}''\vec{r}_4}) + (e^{-i\vec{p}''\vec{r}_1} + e^{-i\vec{p}''\vec{r}_2})(e^{-i\vec{p}'\vec{r}_3} + e^{-i\vec{p}'\vec{r}_4}). \quad /16/$$

* Точки \vec{r}_a и \vec{r}_1 предполагаются расположенными настолько далеко от точек \vec{r}_b и \vec{r}_2 , что можно пренебречь рассеянием пионов от \vec{r}_a в точке \vec{r}_2 и рассеянием пионов от \vec{r}_b в точке \vec{r}_1 .

Первое слагаемое формулы /16/ отвечает диаграмме, показанной на рис. 2, второе слагаемое соответствует обратной ситуации, когда импульсы \vec{p}' и \vec{p}'' перестановлены *.

Формулу /16/ можно также записать в виде

$$A(\vec{p}', \vec{p}'') \approx e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)} + e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_4)} - e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_2 + \vec{p}''\vec{r}_3)} - e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_2 + \vec{p}''\vec{r}_4)} + e^{-i(\vec{p}''\vec{r}_1 + \vec{p}'\vec{r}_3)} + e^{-i(\vec{p}''\vec{r}_1 + \vec{p}'\vec{r}_4)} - e^{-i(\vec{p}''\vec{r}_2 + \vec{p}'\vec{r}_3)} - e^{-i(\vec{p}''\vec{r}_2 + \vec{p}'\vec{r}_4)}. \quad /16'/$$

Вероятность процесса $\sigma(\vec{p}', \vec{p}'') \approx |A(\vec{p}', \vec{p}'')|^2$. Возникает громоздкое выражение, содержащее 64 слагаемых. Вместо того, чтобы выписывать все эти слагаемые, рассмотрим сначала их структуру.

Каждый из восьми диагональных членов $|e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)}|^2$, $|e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_4)}|^2$ и т.д./ равен единице, все вместе они дают восьмерку. Недиagonальные члены будут трех типов. Каждое из слагаемых верхней /или нижней/ строки в формуле /16'/ может комбинироваться со слагаемым второй строки, стоящим в том же самом вертикальном столбце, затем оно может комбинироваться с остальными тремя слагаемыми второй строки, и, наконец, оно может комбинироваться с остальными тремя слагаемыми своей строки.

В первом случае мы получаем четыре выражения типа

$$\frac{e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)} + i(\vec{p}''\vec{r}_1 + \vec{p}'\vec{r}_3)}{e + 1} - \frac{i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3) + e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)}}{e + 1} = 2 \cos(\vec{p}' - \vec{p}'') (\vec{r}_1 - \vec{r}_3).$$

В сумме после усреднения по положениям рассеивателей эти члены дают

$$2 \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'') (\vec{r}_1 - \vec{r}_3) \rangle + 2 \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'') (\vec{r}_1 - \vec{r}_4) \rangle + 2 \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'') (\vec{r}_2 - \vec{r}_3) \rangle + 2 \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'') (\vec{r}_2 - \vec{r}_4) \rangle.$$

Во втором случае получаются выражения типа

$$\frac{e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)} - i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)}{e - 1} - \frac{i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3) - e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)}}{e - 1} = 2 \cos\{(\vec{p}' - \vec{p}'') \vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3 - \vec{p}'\vec{r}_4\}.$$

* Заметим, что модули каждой из входящих в формулу /16'/ одночастичных амплитуд $|e^{-i\vec{p}'\vec{r}_1} + e^{-i\vec{p}'\vec{r}_2}|$, $|e^{-i\vec{p}''\vec{r}_1} + e^{-i\vec{p}''\vec{r}_2}|$ и т.д./ оказываются теперь быстроосциллирующими функциями импульсов, в то время как без рассеяния или при рассеянии только на одном центре такие осцилляции отсутствуют.

В реальном эксперименте всегда производится некоторое усреднение по величине импульсов \vec{p}' и \vec{p}'' . В результате такого усреднения /а также усреднения по положениям рассеивателей/ полученное выражение исчезает /см. примечание на стр. 11/. Члены третьего типа имеют структуру

$$e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)} \cdot e^{i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_4)} + e^{i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_3)} \cdot e^{-i(\vec{p}'\vec{r}_1 + \vec{p}''\vec{r}_4)} = 2\cos\{\vec{p}''(\vec{r}_3 - \vec{r}_4)\}.$$

После усреднения по импульсам и координатам рассеивателей эти члены также обращаются в нуль. В результате для вероятности процесса получаем простое выражение

$$\sigma(\vec{p}', \vec{p}'') \approx 4 + \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) \rangle + \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_4) \rangle + \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_2 - \vec{r}_3) \rangle + \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_2 - \vec{r}_4) \rangle, \quad /17/$$

в котором содержатся парные комбинации рассеивателей из разных групп и отсутствуют комбинации рассеивателей, входящих в одну и ту же группу /т.е. \vec{r}_1 комбинируется с \vec{r}_3 и \vec{r}_4 , но не с \vec{r}_2 и т.д./. Если отбирать события с разными энергиями ϵ' и ϵ'' , то аналогичным образом получим

$$\sigma(\vec{p}', \vec{p}'') \approx 4 + \langle \cos\{(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) - (\epsilon' - \epsilon'')(r_1 - r_3)\} \rangle + \langle \cos\{(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_4) - (\epsilon' - \epsilon'')(r_1 - r_4)\} \rangle + \langle \cos\{(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_2 - \vec{r}_3) - (\epsilon' - \epsilon'')(r_2 - r_3)\} \rangle + \langle \cos\{(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_2 - \vec{r}_4) - (\epsilon' - \epsilon'')(r_2 - r_4)\} \rangle, \quad /18/$$

где $r_1 = t_a + r_{a1}$, $r_2 = t_a + r_{a2}$, $r_3 = t_b + r_{b3}$ и $r_4 = t_b + r_{b4}$. В рассмотренной схеме каждая из групп рассеивателей состояла из двух рассеивающих центров. В более общем случае одна группа может содержать N центров /мы будем их нумеровать индексом $k = 1, 2, \dots, N$ / , другая - M центров /нумерация - $l = 1, 2, \dots, M$ /. Тогда вместо формулы /18/ получим

$$\sigma(\vec{p}', \vec{p}'') \approx \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M [1 + \langle \cos\{(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_k - \vec{r}_l) - (\epsilon' - \epsilon'')(r_k - r_l)\} \rangle], \quad /18'/$$

$$\vec{r}_k = t_a + r_{ak}, \quad \vec{r}_l = t_b + r_{bl}$$

Рассеиватели \vec{r}_k и \vec{r}_l распределены внутри объема области генерации. Поэтому общий смысл формул /17/, /18/ и /18'/ остается таким же, как и при отсутствии рассеяния: они связаны с прост-

ранственно-временными параметрами процесса и на их основе возникает возможность экспериментального определения этих параметров. Заметим, что при $\vec{p}' = \vec{p}''$ каждый из косинусов в формуле /18'/ обращается в единицу, а при достаточно большой разности $|\vec{p}' - \vec{p}''|$ все косинусы исчезают. Поэтому высота интерференционного максимума вдвое превышает высоту плато, как и в простейшей ситуации, когда рассеяние отсутствует.

Строго говоря, следовало бы еще учитывать ослабление сферических волн при распространении от источников \vec{r}_a и \vec{r}_b к рассеивателям \vec{r}_k и \vec{r}_l , а также множители, связанные с амплитудами рассеяния, которые могут быть разными для разных рассеивателей. Тогда в формуле /18'/ перед каждым из слагаемых $1 + \langle \cos\{(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_k - \vec{r}_l) - (\epsilon' - \epsilon'')(r_k - r_l)\} \rangle$ появятся некоторые множители μ_{kl} , разные для разных членов. Общая структура формулы от этого не изменится, и высота интерференционного максимума по-прежнему будет вдвое превышать высоту плато. Сказанное относится и к тому случаю, когда пион, образованный одним из источников, вылетает из области генерации без рассеяния, в то время как пион от второго источника рассеивается на одном или нескольких рассеивателях. Координаты первого источника входят тогда в соответствующие формулы наравне с координатами рассеивателей. То же самое имеет место и тогда, когда испущенная источником сферическая волна рассеивается на каких-то рассеивателях и одновременно проходит через ядро в другом направлении без рассеяния.

Стандартное отношение 2:1 может измениться, если некоторые из рассеивателей расположены очень близко друг к другу и отбираются события с пионами одинаковой энергии. Проанализируем с этой точки зрения формулу /17/. При сближении рассеивателей из одной и той же группы /т.е. \vec{r}_1 и \vec{r}_2 или \vec{r}_3 и \vec{r}_4 / в структуре формулы /17/ не происходит изменений. Иначе обстоит дело, если сближать рассеиватели из разных групп /например, \vec{r}_1 и \vec{r}_3 /. Действительно, при $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}_3$ член $\langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) \rangle \equiv 1$ независимо от величины $(\vec{p}' - \vec{p}'')$. Следовательно, вероятность

$$\sigma(\vec{p}', \vec{p}'') \approx 5 + \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \rangle + \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_4) \rangle + \langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_2 - \vec{r}_4) \rangle,$$

т.е. отношение высоты максимума к высоте плато, становится равной 8/5. Заметим, что то же самое получится, когда в точке $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}_3$ находятся не два совпадающих рассеивателя, а только один рассеиватель, на котором рассеиваются оба пиона. Если $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}_3$ и $\vec{r}_2 \equiv \vec{r}_4$, то

$$\sigma(\vec{p}', \vec{p}'') \approx 6 + 2\langle \cos(\vec{p}' - \vec{p}'')(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \rangle,$$

т.е. обсуждаемое отношение равно 4/3. Если перейти к формуле /18'/, полагая в ней $\epsilon' = \epsilon''$, и предположить, что из N рассеива-

телей первой группы L расположены очень близко к соответствующим рассеивателям второй группы /т.е. обе группы имеют L общих рассеивателей/, то отношение высоты пика к высоте плато станет $\frac{2NM}{NM + L}$. Возникает, следовательно, еще один фактор, который можно учитывать феноменологически введением множителя λ в формулах типа /8/. Заметим, что при наличии общих рассеивателей соотношение между высотой пика и плато зависит также от величин амплитуд рассеяния и от расстояний от источников \vec{r}_a и \vec{r}_b до рассеивателей; указанная зависимость исчезает, если все амплитуды /и упомянутые расстояния/ одинаковы.

Выражаю благодарность Р.Ледницкому и В.Л.Любошицу за существенные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Grassberger P. Nucl.Phys., 1977, 120B, p.231.
2. Ледницки Р. ОИЯИ, Б2-3-11460, Дубна, 1978.
3. Ледницки Р., Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р2-12205, Дубна, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 мая 1981 года.