

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

ф

У5 73 / 2-81

7/9-81

P2-81-291

Г.Г.Бунатян, И.Н.Мишустин

ТЕПЛОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ПИОННОГО ПОЛЯ
И π -КОНДЕНСАЦИЯ В ЯДЕРНОМ ВЕЩЕСТВЕ

Направлено в ЖЭТФ

1981

I. ВВЕДЕНИЕ

1. В последние годы все более интенсивно изучается поведение ядерного вещества в экстремальных условиях: при большой плотности, температуре, при аномальном отношении Z/N и т.д. Интерес к этому кругу задач возник в связи с работами А.Б.Мигдала^{/1-3/}, указавшего на возможность фазового перехода в ядерном веществе с образованием пионного конденсата. Теоретические и экспериментальные исследования^{/4/} показали, что в обычных ядрах, то есть при нормальной плотности ρ_0 , π -конденсат, по-видимому, отсутствует. Для возникновения π -конденсатной неустойчивости необходимо существенно увеличить плотность ядерного вещества $\rho \sim 2 \div 3 \rho_0$, как это следует из различных оценок, выполненных с реалистическими значениями параметров взаимодействия частиц в ядерной среде^{/5,6/}. В лабораторных условиях такие уплотнения могут достигаться лишь при столкновениях тяжелых ядер большой энергии, не менее $E/A \approx 0,5 \div 1$ ГэВ на нуклон^{/7/}. Разумеется, не вся энергия, вносимая при этом в ядро, будет израсходована на увеличение плотности. Значительная ее часть неизбежно пойдет на возбуждение уплотненного ядерного вещества, возникающего в результате столкновения^{/7/}. Это возбужденное состояние можно изучать в статистическом приближении, характеризуя его температурой T . Расчеты показывают, что при $E/A \geq 1$ ГэВ температура оказывается достаточно высокой, вплоть до $T \sim m_\pi c^2$ -массы π -мезона. π -конденсатное поле может существовать и в сильно уплотненном веществе нейтронных звезд. Особенно интересны динамические эффекты, связанные с фазовым переходом на стадии образования нейтронной звезды после взрыва сверхновой, когда достигаются $T \sim 0,1 m_\pi c^2$ ^{/8/}. Поэтому представляется важным изучать свойства ядерного вещества большой плотности при температуре, не равной нулю, что и делалось в ряде работ^{/6,9-11/}. При этом всегда предполагалось, что появление в среде π -конденсатного поля представляет собой обычный фазовый переход второго рода.

2. В работе^{/11/} было указано на необходимость учета появления в ядерной среде при $T \neq 0$ большого числа взаимодействующих друг с другом π -мезонных возбуждений, находящихся в тепловом равновесии со средой - "черного излучения π -мезонов". Были получены соответствующие общие формулы для поляризационного опе-

ратора Π и функции Грина \mathcal{I} пиона, но в конкретных оценках не учитывалось "смягчение" пионных возбуждений в ядерной среде при большой плотности. Однако вблизи фазового перехода именно смягчение пионных возбуждений играет решающую роль. Это существенно меняет всю физическую картину и приводит, как мы увидим ниже, к ряду качественно новых эффектов. Изучение этих эффектов, обусловленных термодинамическими флуктуациями пионного поля вблизи критической точки, и составляет цель данной работы.

3. В разделе II мы обсудим свойства поляризационного оператора Π и функции Грина π -мезона и уравнения для этих величин в общем виде, а в разделе III преобразуем эти уравнения вблизи критической точки. В разделе IV рассмотрим следствия, вытекающие из этих уравнений, и представим физическую картину вблизи критической точки в отсутствие конденсатного поля. Раздел V содержит уравнения, определяющие π -конденсатный переход из требования минимума термодинамического потенциала Ω при отличном от нуля конденсатном поле.

II. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР И ФУНКЦИЯ ГРИНА π -МЕЗОНА В СРЕДЕ ПРИ $T \neq 0$

1. Прежде всего обсудим основные характеристики пионных возбуждений в среде в отсутствие $\pi\pi$ -взаимодействия. Мы рассматриваем изотопически симметричную равновесную систему, состоящую из взаимодействующих нуклонов, Δ_{33} -изобар и π -мезонов при $T \neq 0$. Вычисление поляризационного оператора $\Pi^n(\omega, \vec{k}, T)$ и функции Грина $\mathcal{I}^n(\omega, \vec{k}, T) = (\omega^2 - 1 - \vec{k}^2 - \Pi^n(\omega, \vec{k}, T))^{-1}$ π -мезона в такой среде без учета $\pi\pi$ -взаимодействия и флуктуаций пионного поля, проведенное в^{/11/}, представляется достаточно удовлетворительным, и мы в данной работе пользуемся для Π^n и \mathcal{I}^n результатами, полученными в^{/11/}. Напомним, что $\mathcal{I}(\omega, \vec{k}, T)$ в^{/11/} представляет собой аналитическое продолжение мацубаровской температурой функции Грина $\mathcal{I}(\omega_m, \vec{k}, T)$ с дискретных значений $\omega_m = 2\pi i m T$ на комплексную плоскость ω . При этом в верхней полуплоскости, $\text{Im} \omega > 0$, $\mathcal{I}(\omega)$ совпадает с $\mathcal{I}^R(\omega)$ - запаздывающей функцией Грина, а в нижней полуплоскости, $\text{Im} \omega < 0$, - с опережающей $\mathcal{I}^A(\omega)$ ^{/12/}.

Под критической плотностью $\rho_c(T)$ в предыдущих работах понималась такая плотность, что при $\rho = \rho_c(T)$ имеется некоторое $k = k_c(T, \rho_c)$, для которого уравнение $\mathcal{I}^{-1}(\omega, \vec{k}_c, T) = 0$ имеет решение $\omega^2(k_c) = 0$; при $\rho > \rho_c(T)$ для некоторого интервала k есть решение $\omega^2(k) < 0$.

$\rho_c(T)$ обсуждалась в ряде работ^{/6,9-11/}. Как следует из^{/6,11/}, различный выбор параметров ядерных взаимодействий приводит к существенно различным значениям $\rho_c(0) \sim 1.3\rho_0$, но зависимость $\rho_c(T)$ при этом практически не меняется /см. рис. и табл. в^{/6/} и рис. 4 в^{/11/}.

Для нашего подхода существенно, что \mathcal{F} - функция пиона в среде имеет резкий максимум вблизи критического значения плотности $\rho \sim \rho_c(T)$ при $\omega \rightarrow 0$, $k \sim k_c(T)$. Используя результаты вычислений $\Pi^n(\omega, \vec{k}, T)$ при $T \neq 0$ /6,11/, можно получить при $\omega \sim 0$, $k \sim k_c$, $\rho \sim \rho_c(T)$, $T \leq 1$, подобно случаю $T=0$ /1-3/, в изотопически симметричной среде следующую аппроксимацию для $\mathcal{F}^{-1}(\omega, \vec{k}, T, \rho)$, необходимую нам для дальнейших расчетов:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{-1}(\omega, \vec{k}, T, \rho) &= \omega^2 - 1 - k^2 - \text{Re} \Pi^n(\omega, \vec{k}, T, \rho) - i \text{Im} \Pi^n(\omega, \vec{k}, T, \rho) \approx \\ &= \omega^2 \cdot (1 - \alpha(T)) + i \omega \beta(T) \cdot \text{sign}(\text{Im} \omega) - \omega_0^2(\rho, T) - (k - k_0)^2 \gamma, \\ \omega_0^2 &= c(\rho_c(T) - \rho), \quad k_0^2 = k_c^2 + \kappa(\rho - \rho_c(T)), \quad \text{Im} \omega \rightarrow 0. \end{aligned} \quad /1/$$

Из вычислений, проведенных согласно /6,11/, можно найти значения параметров в /1/. Величины $c \approx 1,2$; $\kappa \approx 1,3$; $k_c^2 \approx 3$; $\gamma \approx 0,8$ практически не зависят от T ; при $T=0$ $\beta(k_0) \approx 0,5$, $\alpha(k_0) \approx -0,6$. С ростом T β растет, $\beta(T=1) \approx 0,8$, α по абсолютной величине уменьшается. Здесь и везде далее мы используем систему единиц $\hbar = c = m_\pi c^2 = 1$, так, $T=1$ означает $T = m_\pi c^2 \approx 140$ МэВ, $\rho_0 \approx 0,5 \approx 0,17$ Фм $^{-3}$. При $T=0$ и $\omega \leq 1$ $\text{Im} \Pi$ обращается в нуль при больших k , например, для $\rho \approx 1,5 \div 2$ при $k \approx 8$. При $T \sim 1$ $\text{Im} \Pi(\omega, \vec{k}, T)$ при таких ω, k строго в нуль не обращается, но становится исчезающе малым с ростом k /см. рис. 2, 3 в /11/. Аппроксимация /1/ справедлива в достаточно широких пределах, во всяком случае ею можно пользоваться при $T \leq 1$, $\omega \sim kv_F$, $|k - k_0| \sim 1$, $|\rho - \rho_0| \sim 1$, что понадобится нам далее.

Отметим, что выражение /1/ для \mathcal{F}^{-1} можно было бы, вообще говоря, рассматривать как полуфеноменологическое, а все параметры в нем определять из данных, полученных в тех опытах, которые в настоящее время предлагаются для выяснения близости ядер к π -конденсатной неустойчивости /13/. При данных ρ, T близость такой системы без $\pi\pi$ -взаимодействия к π -конденсатной неустойчивости характеризуется, очевидно, близостью к нулю величины $\omega_0^2(\rho, T) = \min \mathcal{F}^{-1}(\omega, \vec{k}, T, \rho)$.

2. Теперь необходимо включить взаимодействие π -мезонов. Лагранжиан $\pi\pi$ -взаимодействия в среде мы запишем в данной работе в виде

$$\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}(x) = - : \frac{\hat{\Delta}}{4} (\vec{\pi}(x))^2 (\vec{\pi}(x))^2 : = \text{---} \times \text{---} \quad /2/$$

где изотопический вектор $\hat{\pi}$ - оператор π -мезонного поля. $\hat{\Lambda}(x)$ - эффективная амплитуда $\pi\pi$ -взаимодействия в среде сложным образом зависит от кинематических переменных и свойств среды. Ее теоретический расчет в данное время не представляется возможным. В нашем подходе мы полагаем Λ постоянной, и она, по существу, является параметром теории. Как увидим далее, для справедливости нашего подхода Λ не должна быть слишком большой, $\Lambda \leq 0,5$. Расчеты с /2/ имеют целью лишь качественно выяснить, как влияет учет $\pi\pi$ -взаимодействия на свойства π -мезонного поля в среде. Обсуждение влияния среды на Λ можно найти в /2,3/. Во всех расчетах мы полагаем $\pi\pi$ -взаимодействие отталкивательным, $\Lambda > 0$, что необходимо для устойчивости системы. Случай $\Lambda < 0$ будет обсуждаться в следующей работе.

Собственно энергетическая часть $\Pi_{\nu}^{\pi}(\omega, \vec{k}, T, \rho)$, обусловленная /2/, легко вычисляется для изосимметричной среды; в нашем случае

$$\Pi_{\nu}^{\pi}(T, \rho) = 4\Lambda \mathcal{L}(T, \rho) = \text{diagram} \quad /3/$$

не зависит от ω, k и от $\nu=0+$ /или 1,2,3/. Здесь, как и в /11/, замкнутая π -мезонная петля $\mathcal{L} = \langle :(\pi(\vec{x})\pi(\vec{x})) : \rangle$ - среднее от нормального произведения по равновесному состоянию всей системы при температуре T . Эта величина \mathcal{L} , разумеется, не есть число π -мезонных возбуждений в системе.

3. В дальнейшем нам предстоит рассматривать систему при наличии π -конденсатного поля $\vec{\phi}^a$. В этом случае лагранжиан взаимодействия можно выбрать, вообще говоря, различным способом. Само конденсатное поле $\vec{\phi}^a$ не является классической величиной /1,8/. Пусть воздействие среднего конденсатного поля на систему сводится к включению классического поля V^a . Это среднее классическое поле построим из $\vec{\phi}^a$, $V^a = (\vec{\phi}^a)^2$, а его взаимодействие с полем $\vec{\pi}$ представим в виде

$$\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a(x) = -\frac{\Lambda}{4} :((\vec{\pi}(x))^2 + (\vec{\phi}^a(x))^2)^2 : = \text{diagram} + \text{diagram} + \text{diagram} + \text{diagram} \quad /2a/$$

куда включено также действие поля $V^{\pi} = (\vec{\pi}(x))^2$ на поле $(\vec{\phi}^a(x))^2$ и действие $(\vec{\phi}^a(x))^2$ самого на себя. Такое рассуждение приводит, однако, к $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a$, включающему не все инварианты, которые можно построить из $\vec{\pi}, \vec{\phi}^a$; отсутствует, очевидно, член $-(\vec{\pi}\vec{\phi}^a)(\vec{\pi}\vec{\phi}^a)$. Включение его с тем же Λ привело бы к

$$\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a(x) = -\frac{\Lambda}{4} : (\hat{\pi}(x) + \vec{\phi}^a(x))^4 : \quad /25/$$

Различные инварианты, построенные из $\hat{\pi}$, $\vec{\phi}^a$, могут, разумеется, входить в $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a$ с различными Λ ; в общем виде

$$\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a = \Lambda_1 (\vec{\phi}^a)^4 + \Lambda_2 (\hat{\pi})^4 + \Lambda_3 (\vec{\phi}^a)^2 (\hat{\pi})^2 + \Lambda_4 (\vec{\phi}^a \hat{\pi})^2 \quad /26/$$

Различный выбор Λ_i приводит к качественно различным результатам: а/ для ряда наборов Λ_i в системе при определенных ρ, T возможен фазовый переход II-го рода, конденсатное поле нарастает, начиная с нуля. К такому результату приводит /2а/, то есть $\Lambda_4=0, 2\Lambda_1=2\Lambda_2=\Lambda_3$, как будет показано в следующей работе; б/ для других наборов Λ_i возможен фазовый переход I-го рода, при определенных ρ, T конденсатное поле нарастает, начиная с $\langle (\vec{\phi}^a)^2 \rangle \neq 0$, в чем мы убедимся в следующей работе.

Как легко понять, выбрать Λ_i можно и так, что ни при каких ρ, T мы в нашем подходе π -конденсатный переход не получим. Но в любом случае флуктуации пионного поля вблизи критической точки существенно влияют на свойства системы.

Лагранжиан взаимодействия /2а/ или /2б/ приводит, соответственно к добавке к поляризационному оператору:

$$\Pi^a = \Lambda \int (\vec{\phi}^a(x))^2 d\vec{r} = \text{diagram} \quad /3а/$$

или

$$\Pi_{\mu}^a = \Lambda \int (\vec{\phi}^a(x))^2 d\vec{r} + 2\Lambda \int (\phi_{\mu}^a(x))^2 d\vec{r}, \quad /3б/$$

так что

$$\mathcal{I}_{\mu}^{-1}(\omega, \vec{k}, T, \rho) = \omega^2 - 1 - k^2 - \Pi_{\mu}^n(\omega, \vec{k}, T, \rho) - \Pi^{\pi}(\rho, T) - \Pi_{\mu}^a(\rho, T).$$

Строго говоря, добавки к Π имеют не только вид /3/. Ясно, что пионные флуктуации изменяют собственно энергетическую часть нуклона, что в свою очередь приводит к дополнительному вкладу в Π^{π} вида



можно убедиться, что учет таких процессов вблизи критической точки менее важен, чем процессов /3/, /3а/, /3б/.

4. Как мы увидим далее, уравнение $\mathcal{I}^{-1}(\omega)=0$ ни при каких ρ, T не имеет решений $\omega^2 < 0$ при учете взаимодействующих пионных возбуждений в среде. Тогда уравнение для $\mathcal{L}(\rho, T)$ /или аналогичное для $\Pi^{\pi}(\rho, T)$ / согласно /11/ в изотопически симметричной среде имеет вид

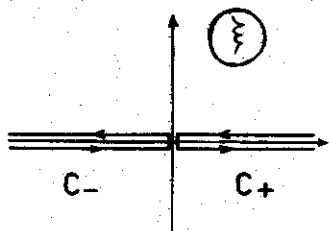


Рис. 1

$$\mathcal{N}(\rho, T) = \int \frac{d\vec{k}}{(\pi^2)^3} \left[\int \frac{d\xi}{2\pi i} \mathcal{F}(\xi, \vec{k}, T, \rho) \chi(\xi) - \right. \\ \left. /4/ \right.$$

$$\left. - \int \frac{d\xi}{e_- 2\pi i} \mathcal{F}(\xi, \vec{k}, T, \rho) \chi(\xi) \right], \\ \chi(\xi) = (e^{\xi/T} - 1)^{-1}.$$

Контур интегрирования изображен на рис. 1. Как уже указывалось, на контуре интегрирования выше действительной оси $\mathcal{F}(\xi + i0) = \mathcal{F}^R(\xi)$, а ниже действительной оси $\mathcal{F}(\xi - i0) = \mathcal{F}^A(\xi)$. Используя хорошо известные свойства $\mathcal{F}^{R,A}$ для бозе-систем: $\mathcal{F}^R(\xi + i\delta) = \mathcal{F}^{A*}(\xi - i\delta)$, $\text{Re} \mathcal{F}^R(\xi) = \text{Re} \mathcal{F}^R(-\xi)$, $\text{Im} \mathcal{F}^R(\xi) = -\text{Im} \mathcal{F}^R(-\xi)^{1/2}$ /в изосимметричной среде $\mu_\pi = 0$ /, можно преобразовать /4/ к виду

$$\mathcal{N}_\nu(\rho, T) = \pi^{-3} \int_0^\infty k^2 dk \int_0^\infty d\xi \text{Im} \Pi_\nu^n(\xi - i0) \chi(\xi) \times \\ \times \{ [\xi^2 - 1 - k^2 - \text{Re} \Pi_\nu^n(\xi, k) - \Pi_\nu^\pi - \Pi_\nu^a]^2 + (\text{Im} \Pi_\nu^n)^2 \}^{-1}. \quad /5/$$

$\Pi^n(\xi, \vec{k}, \rho, T)$ вычислялось в /11/, и, таким образом, уравнение /5/ можно точно решить численно. Приближенные решения можно получить, преобразуя уравнения вблизи критической точки и используя аппроксимацию /1/, что и делается в следующем разделе.

III. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

1. Ограничимся $T \leq 1$, тогда в интеграле /5/ существенны $\xi \leq 1$ и при $k \sim k_0$, $\rho \sim \rho_c(T)$ можно воспользоваться для Π^n выражением /1/, записывая знаменатель в /5/ в виде

$$[\tilde{\omega}^2 + \gamma(k - k_0)^2]^2 + \xi^4(1 - \alpha)^2 - 2[\tilde{\omega}^2 + \gamma(k - k_0)^2]\xi^2 + \beta^2 \xi^2, \\ \tilde{\omega}^2 = \omega_0^2(\rho, T) + \Pi^\pi(\rho, T) + \Pi^a(\rho, T). \quad /6/$$

Величина $\tilde{\omega}^2(\rho, T) = \min \mathcal{F}^{-1}(0, \vec{k}, T, \rho)$ играет здесь, очевидно, ту же роль, что ω_0^2 в отсутствие взаимодействия /2/, /2а/, /2б/. Смягчение пионной степени свободы в ядерном веществе, $\tilde{\omega}^2 \sim 0$, означает близость к π -конденсатной неустойчивости, а $\tilde{\omega}(\rho, T) \leq 0$ - ее достижение. Большие k не вносят вклада в /5/ из-за описанных выше /1/ свойств $\text{Im} \Pi^n(\xi, \vec{k}, T)$. Как мы убедимся, основной вклад в интеграл по k вносят $k \sim k_0$, если $\tilde{\omega}^2 < 1$, так как

при этом подынтегральная функция имеет резкий максимум. Тогда приближенно

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \pi^{-3} \int_{k_1}^{k_2} k^2 dk \int_0^\infty d\xi \beta^{-1} \chi(\xi) \xi \{ \tilde{\omega}^2 + \gamma \cdot (k - k_0)^2 \}^2 \beta^{-2} + \xi^2 \}^{-1} = /7/ \\ &= \frac{1}{2} \pi^{-3} \int_{k_1}^{k_2} k^2 dk \left[\ln\left(\frac{x}{2\pi}\right) - \frac{\pi}{x} - \psi\left(\frac{x}{2\pi}\right) \right], \quad x = (\tilde{\omega}^2 + \gamma \cdot (k - k_0)^2) T^{-1} \beta^{-1}, \\ & \quad k_1 < k_0 < k_2, \quad /8/ \end{aligned}$$

где ψ - функция Эйлера^{14/}. Подынтегральная функция в /8/ зависит лишь от x - отношения величины, характеризующей "смягчение" пионной степени свободы, к температуре.

2. При $x \ll 2\pi$, то есть $\tilde{\omega}^2 \ll T^2\pi$, приближенно получим

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \pi^{-3} \int_{k_1}^{k_2} k^2 dk \beta^{-1} \left[\ln\left(\frac{x}{2\pi}\right) + C + \frac{\pi}{x} \right]. \quad /9/$$

Из /9/ видно, что, как указывалось выше, подынтегральная функция в интеграле по k имеет резкий максимум при $k \sim k_0$. Удобно для оценок выбрать k_1, k_2 симметрично относительно k_0 . Интегрирование двух первых слагаемых в /9/ дает выражения, конечные при $\tilde{\omega}^2 \rightarrow 0$, а интеграл от π/x содержит член $\sim \tilde{\omega}^{-1}$ который, очевидно, и определяет уравнения для \mathcal{L} или Π^π при $\tilde{\omega}^2 \ll T \leq 1$.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (\lambda_1 T / 4\Lambda) \tilde{\omega}^{-1}, \quad \Pi^\pi = \lambda_1 T \tilde{\omega}^{-1}, \quad \tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 + \Pi^a + T\lambda_1 \tilde{\omega}^{-1}, \quad /10/ \\ \lambda_1 &= k_0^2 4\Lambda / 2\pi \sqrt{\gamma}. \end{aligned}$$

3. Уравнение /8/ можно упростить и в другом предельном случае $x \gg 1$, сохраняя при этом условие $\tilde{\omega}^2 \ll 1$, то есть $T \ll \tilde{\omega}^2 \ll 1$. Найдем^{14/} из /8/

$$\mathcal{L} = \pi^{-3} \beta^{-1} \int_{k_1}^{k_2} k^2 dk \left[B_2 (2\pi)^2 / 4x + B_4 (2\pi)^4 / 8x^4 + \dots \right] \quad /11/$$

/числа Бернулли $B_2 = 1/6$; $B_4 = -1/30$ /. Вновь видим, что основной вклад в интеграл по k вносят $k \sim k_0$. Для $x \gg 1$ в /11/ следует сохранить лишь первый член. Для оценок вновь удобно выбрать k_1, k_2 симметрично относительно k_0 . Как нетрудно убедиться, интегрирование в /11/ дает члены, которые либо не содержат особенности при $\tilde{\omega} \rightarrow 0$, либо ведут себя как $\sim \tilde{\omega}^{-1}, \tilde{\omega}^{-2}, \tilde{\omega}^{-3}$. Очевидно, для проводимых нами оценок можно ограничиться учетом лишь наиболее "сингулярных" членов $\sim \tilde{\omega}^{-3}$. Тогда имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (\lambda_2 T^2 / 4\Lambda) \tilde{\omega}^{-3}, \quad \Pi^\pi = \lambda_2 T^2 \tilde{\omega}^{-3}, \quad \tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 + \Pi^a + \lambda_2 T^2 \tilde{\omega}^{-3}, \\ \lambda_2 &= \beta k_0^2 4\Lambda / 12\sqrt{\gamma}. \quad /12/ \end{aligned}$$

При всех дальнейших расчетах следует все время помнить, что уравнения /10/ или /12/ можно использовать лишь при выполнении

тех условий, при которых они получены. Во всех дальнейших расчетах можно отходить от $\rho = \rho_c(T)$ /то есть от $\omega_0^2 = 0$ /, увеличивая ρ лишь до тех пор, пока полная \mathcal{F} -функция пиона в ядерном веществе имеет резкий максимум при $\omega \sim 0, k \sim k_0, \tilde{\omega}^2 < 1$. При существенном превышении $\rho \gg \rho_c(T)$ /то есть $-\omega_0^2 \gg 1$ / параметры в /1/, разумеется, изменятся, но характер зависимости /1/ $\mathcal{F}^{-1}(\omega, \vec{k}, \rho, T)$ останется по существу тем же. Мы будем далее использовать уравнения /10/, /12/, полученные в этом разделе на основе /1/, для исследования качественной физической картины и при достаточно больших ρ .

Имея уравнения для Π^π /или \mathcal{L} /, можно описать в нашей модели поведение системы вблизи критической точки сперва в отсутствие конденсатного поля /раздел IV/, а затем с учетом и возможности его появления /раздел V/.

IV. ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ В ОТСУТСТВИЕ КОНДЕНСАТНОГО ПОЛЯ

1. Кривая а на рис. 2 иллюстрирует зависимость /10/ $\tilde{\omega}^2$ от ω_0^2 /то есть от ρ / при заданном T в отсутствие $\vec{\phi}^a$, то есть при $\Pi^a = 0$. Заметим, что при $\rho = \rho_c(T)$, $\omega_0^2 = 0$

$$\tilde{\omega}^2(\rho_c(T), T) = \Pi^\pi(\rho_c(T), T) = (\lambda_1 T)^{2/3}, \quad /13/$$

то есть при $\rho = \rho_c(T)$ /10/ справедливо, если $T \gg \lambda^2 / (2\pi)^3$, и тогда кривая $\tilde{\omega}^2$ ниже этой точки попадает в область, где $\tilde{\omega}^2 \ll 2\pi T$ и /10/ пригодно для вычисления $\tilde{\omega}^2, \Pi^\pi$. При увеличении T /10/ становится применимо для описания больших $\tilde{\omega}^2(\rho)$, а при уменьшении T область применимости /10/ для описания $\tilde{\omega}^2(\rho)$ сокращается, /10/ становится пригодным лишь для описания все меньших $\tilde{\omega}^2(\rho)$ вблизи самой горизонтальной оси, то есть лишь при таких ρ , при которых происходит крайнее смягчение пионной моды. Из уравнения /10/ и рис. 2 заключаем, что при $T \neq 0$ остается $\tilde{\omega}^2 > 0$ и для достаточно больших ρ , то есть $-\omega_0^2$. Следовательно, из-за наличия в системе пионных флуктуаций /с отталкивательным взаимодействием $\Lambda > 0$ / уравнение $\mathcal{F}^{-1}(\omega, \vec{k}, T, \rho)$ не имеет решений $\omega^2 \leq 0$, то есть обычно используемый критерий фазового перехода второго рода не выполняется.

Кривая б на рис. 2 иллюстрирует зависимость /12/ $\tilde{\omega}^2(\rho)$ при данном T в отсутствие $\vec{\phi}^a$. В этом случае при $\rho = \rho_c(T)$, $\omega_0^2 = 0$

$$\tilde{\omega}^2(\rho_c(T)) = \Pi^\pi(\rho_c(T)) = T^{4/5} \lambda_2^{2/5}, \quad /14/$$

то есть при $\rho = \rho_c(T)$ /12/ справедливо, если $T^{1/5} \ll \lambda_2^{2/5}$, и кривая выше этой точки попадает в область, где $T \ll \tilde{\omega}^2 \ll 1$ и /12/ применимо. С уменьшением T /12/ становится пригодным для описания зависимости $\tilde{\omega}^2(\rho)$ для все меньших $\tilde{\omega}^2$, все больших ρ . Но с увеличением ρ уменьшается $\tilde{\omega}^2$, и при любом малом T при доста-

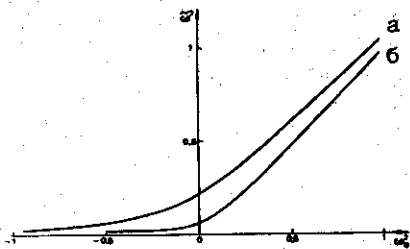


Рис. 2. Зависимость $\tilde{\omega}^2$ от ω_0^2 согласно /10/ для $T=0,5$ /кривая а / и согласно /12/ для $T=0,1$ /кривая б/, $\Lambda=0,1$.

точно больших ρ мы выходим из области применимости /12/, но попадаем зато в область, где пригодно /10/.

2. Рассматривая поведение всех величин при малых $T \rightarrow 0$, из /10/ или /12/ сразу же заключаем, что для $\rho < \rho_c(T)$ $\Pi^\pi \rightarrow 0$, $\tilde{\omega}^2 \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$. Поведение $\tilde{\omega}^2(T)$, $\Pi^\pi(T)$ для $\rho = \rho_c(T)$ дается формулами /14/, /13/.

При малых T и $\rho > \rho_c(T)$ решение уравнения /10/ с учетом того, что $\rho_c(T) = \rho_c(0) + \rho_2 T^2$, можно представить в виде

$$\Pi^\pi(\rho, T) \approx -\omega_0^2(\rho, 0) + T^2(\lambda_1^2 \omega_0^{-4}(\rho, 0) - c\rho_2), \quad \tilde{\omega}^2 = T^2 \lambda_1 \omega_0^{-4}(\rho, 0), \quad /15/$$

если

$$(T\lambda_1/c)^{2/3} \ll -\omega_0^2(\rho, 0) = c(\rho - \rho_c(0)). \quad /15a/$$

Само уравнение /10/ при малых $T \rightarrow 0$ справедливо, если

$$\lambda_1 \sqrt{T/2\pi} \ll -\omega_0^2(\rho, 0). \quad /15b/$$

Ясно, что при достаточно малых $T \rightarrow 0$ выполнение /15b/ влечет за собой и /15a/. $\omega_0^2(\rho, 0) \sim \sqrt{T}$ может превышать $\tilde{\omega}^2 \sim T^{2/3}$ и $\rho_c(T) - \rho_c(0) \sim T^2$, то есть при $T \rightarrow 0$ есть область ρ , где пригодно /10/, /15/. При малых $T \rightarrow 0$, $\rho > \rho_c(T)$ решение /12/ можно представить в виде

$$\Pi^\pi(\rho, T) \approx -\omega_0^2(\rho, 0) + T^{4/3} \cdot (\lambda_2 \omega_0^{-2}(\rho, 0))^{2/3}, \quad /16/$$

$$\tilde{\omega}^2(\rho, T) \approx T^{4/3} \cdot (\lambda_2 \omega_0^{-2}(\rho, T))^{2/3},$$

если

$$\lambda_2^{2/5} T^{4/5} \ll -\omega_0^2(\rho, 0), \quad /16a/$$

а само уравнение /12/ при малых $T \rightarrow 0$ справедливо, если

$$\lambda_2 \sqrt{T} \gg -\omega_0^2(\rho, 0). \quad /16b/$$

Ясно, что есть область ρ , где выполнены условия /16a/, /16b/, и $\tilde{\omega}^2(\rho, 0)$ при этом еще достаточно велика, но при $T \rightarrow 0$ эта область исчезает, и поведение $\tilde{\omega}^2 \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$ следует описывать формулами /15/, из которых видно, что при $\rho \geq \rho_c(T)$ величина Π^π , описывающая вклад в поляризованный оператор флуктуаций пионного поля, не обращается в нуль при $T \rightarrow 0$, но стремится к пределу $c(\rho - \rho_c(0))$. Следовательно, уравнение $\mathcal{F}^{-1}(\omega, k, \rho, T) = 0$

при $T \rightarrow 0$ может при $\rho \geq \rho_c(0)$ иметь лишь решение $\omega^2(k) = 0$ при $k = k_c$, но нет решений $\omega^2(k) < 0$, то есть наличие флуктуаций пионного поля вблизи критической точки стабилизирует систему. Тот факт, что даже при $T \rightarrow 0$ вклад флуктуаций не исчезает, не представляется удивительным, так как при стационарной постановке задачи время релаксации не играет роли.

Итак, из всех полученных результатов следует, что при $\Lambda > 0$ уравнение $\mathcal{I}^{-1}(\omega, \vec{k}, \rho, T) = 0$ не может иметь решений $\omega^2(k) < 0$ ни при каких ρ, T , в том числе и при $T \rightarrow 0, \rho > \rho_c(T)$; критерий фазового перехода второго рода $\omega^2(k) < 0$, использовавшийся в прежних работах, не выполняется. Для изучения π -конденсации следует использовать свойства термодинамического потенциала системы, что и делается в следующем разделе.

V. УСЛОВИЯ π -КОНДЕНСАЦИИ

1. π -конденсацию можно рассматривать /1-3/ как появление в ядерной среде классического среднего π -мезонного поля, возникающего в результате перестройки основного состояния системы. Необходимым условием появления в среде такого поля является требование минимума термодинамического потенциала Ω при $\vec{\phi}_a \neq 0$:

$$\delta\Omega / \delta(\vec{\phi}^a) = \langle \delta\hat{H} / \delta(\vec{\phi}^a) \rangle = 0, \quad /17/$$

где среднее берется по равновесному состоянию системы, включающему конденсатное поле. Нам необходимо построить эффективный гамильтониан системы, состоящей из взаимодействующих квантового и классического π -мезонного поля в ядерной среде. При отсутствии $\pi\pi$ -взаимодействия, $\Lambda = 0$, π -мезонное поле в ядерной среде удовлетворяет уравнению $\hat{\mathcal{I}}_{\nu}^{-1}(\vec{r}, t) \cdot \phi_{\nu}(\vec{r}, t) = 0$. Взаимодействие π -мезонных полей мы описываем формулами /2/, /2a/, /2b/, /2в/. Классическое поле $\phi_{\nu}^a(\vec{r}, t) = \phi_{\nu}^a(\vec{r}) e^{i\omega t}$ /2,3/, причем $\omega = \mu_{\pi} = 0$ для изосимметричной среды. Появление π -конденсатной неустойчивости следует ожидать при $k = k_0$, поэтому в Фурье-разложении $\phi_{\nu}^a(\vec{r})$ по плоским волнам можно оставить лишь наиболее важную компоненту с $\vec{k} = \vec{k}_0$ /2,3/. Пусть при этом амплитуда a поля $\phi_{\nu}^a(\vec{r})$ определена так, что среднее по пространству $\langle (\phi_{\nu}^a(\vec{r}))^2 \rangle = a^2$. В настоящее время в литературе обсуждаются несколько наиболее простых пространственных и изотопических конфигураций конденсатного поля /2,3/. В качестве примеров могут служить следующие:

$$\phi_1^a = \phi_2^a = \phi_3^a = \sqrt{\frac{2}{3}} a \sin k_0 z \quad /18a/$$

/изотопически-симметричное решение/,

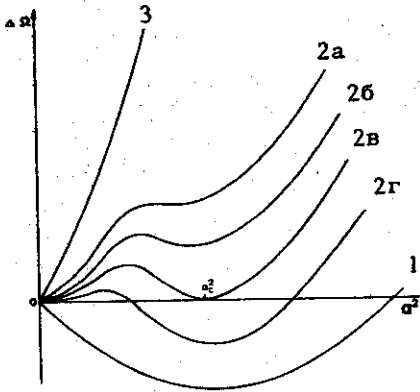


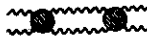
Рис. 3. Иллюстрация качественной зависимости $\Delta\Omega(a^2)$ от квадрата амплитуды конденсатного поля a^2 для различных вариантов теории: кривая 1 - переход II -го рода; кривые 2 - переход I -го рода; кривая 3 - отсутствие перехода.

$$\phi_1^a \pm i\phi_2^a = ae^{\pm i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}}$$

/185/

$$\phi_3 = 0$$

/электронейтральный конденсат заряженных мезонов/. В нашем подходе мы не учитываем в эффективном $\pi\pi$ -взаимодействии процессы, изображаемые графиками типа



и более сложные, которые привели бы к добавкам к II вида



содержащим факторы $\Lambda T/\tilde{\omega}$ по сравнению с учтенными. Поэтому такое приближение во всяком случае справедливо, если $\Lambda T < \tilde{\omega}$, что и имеет место для рассматриваемых нами далее взаимодействий.

В перечисленных выше предположениях эффективный лагранжиан можно записать в виде

$$\hat{\mathcal{L}}(\vec{x}) = \frac{1}{2} \sum_{\omega, \vec{k}} \mathcal{F}^{-1}(\omega, \vec{k}, T, \rho) (\hat{\pi}_{\vec{k}, \omega}(\vec{x}))^2 + \frac{1}{2} \mathcal{F}^{-1}(0, \vec{k}_0, T, \rho) (\hat{\phi}_{\vec{k}_0, 0}^a(\vec{x}))^2 + \mathcal{L}_{\pi\pi}^a(\vec{x}). \quad /19/$$

Эффективный гамильтониан

$$\hat{H} = \partial \hat{\mathcal{L}} / \partial \omega - \hat{\mathcal{L}}. \quad /19a/$$

2. В нашем приближении классическое поле содержит лишь одну частоту $\omega=0$ и один волновой вектор \vec{k}_0 . Условие /17/ определяет амплитуду поля a :

$$\partial\Omega/\partial a = \langle \partial\hat{H}/\partial a \rangle = 0. \quad /17a/$$

Наличие нетривиального решения /17/, /17a/, $a \neq 0$, будучи необходимым условием фазового перехода, не всегда является достаточным. Для получения достаточного условия найдем изменение термодинамического потенциала $\Delta\Omega(a)$ при включении поля $\hat{\phi}^a$:

$$\Delta\Omega(a, \rho, T) = \int_0^a (\partial\Omega/\partial a) da = \int da \langle \partial H / \partial a \rangle. \quad /20/$$

Зависимость $\Delta\Omega(a, \rho, T)$ от a может иметь качественно различный вид для различных вариантов взаимодействия $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a$, как это иллюстрируется на рис. 3. В случае /1/, когда /17а/ имеет при $T, \rho > \tilde{\rho}_c(T)$ одно решение $a_e(\rho, T) \neq 0$, именно это a_e и соответствует устойчивому равновесию. Это решение $a_e \neq 0$ появляется при $\rho = \tilde{\rho}_c(T)$ и растет, начиная с нуля, с ростом ρ . К такой картине приводит $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a$ в виде /2а/.

Однако возможна и качественно иная зависимость $\Delta\Omega(a, \rho, T)$, представленная кривыми 2а-2г на рис. 3. В этом случае при данном T /17а/ имеет для $\rho \geq \rho_1$, соответствующей кривой 2а, два решения, соответствующие двум экстремумам $\Delta\Omega(a^2)$. Если минимум кривой /2б/ $\min \Delta\Omega(a_e^2) > 0$, то, очевидно, конденсатное поле при этом еще не появится - это энергетически невыгодно. Для появления поля необходимо, чтобы $\min \Delta\Omega(a_e, \rho, T) \leq 0$ /кривые 2в, 2г/. Критическая плотность $\tilde{\rho}_c(T)$ определяется из условия $\min \Delta\Omega(a_e, \tilde{\rho}_c(T), T) = 0$ /кривая 2в/; при $\rho > \tilde{\rho}_c(T)$ $\min \Delta\Omega(a_e, \rho) < 0$. При $\rho = \tilde{\rho}_c(T)$ конденсатное поле возникает скачком, с конечной амплитудой $a_{c3} = a_e(\tilde{\rho}_c(T))$, что соответствует фазовому переходу I-го рода.

К такой картине приводит $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a$ вида /2б/.

Разумеется, возможен и такой выбор Λ_1 в $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a$ /2в/, при котором $\Delta\Omega(a)$ вовсе не имеет экстремумов ни при каких ρ, T , и конденсация не происходит.

В дальнейших работах мы вычислим для различных $\hat{\mathcal{L}}_{\pi\pi}^a$ критическую плотность $\tilde{\rho}_c(T)$, амплитуду конденсатного поля a_e , а также поведение основных термодинамических величин вблизи критической точки π -конденсации.

В заключение авторы благодарят С.Т.Беляева, Н.Е.Вейна, Д.Н.Воскресенского, Э.Е.Саперштейна, В.А.Ходеля за критические замечания и полезное обсуждение, а Н.Н.Серебрякова за помощь в оформлении статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мигдал А.Б. ЖЭТФ, 1971, 61, с. 2209; ЖЭТФ, 1972, 63, с. 1993; Мигдал А.Б., Маркин О.А., Мишустин И.Н. ЖЭТФ, 1974, 66, с. 443.
2. Мигдал А.Б., Маркин О.А., Мишустин И.Н. ЖЭТФ, 1976, 70, с. 1592.
3. Мигдал А.Б. Фермионы и бозоны в сильных полях. "Наука", М., 1978.

4. Троицкий М.А., Колдаев М.В., Чекунаев Н.И. ЖЭТФ, 1977, 73, с. 1258; Butsev V.S., Chultem D. JINR, E15-10226, Dubna, 1976; Phys.Lett., 1977, 67B, p. 33.
5. Baym G. In: International Conference on High-Energy Phys. and Nucl. Str. 7th Zürich, 1977, p. 309; Bäckman S.-O., Weise W. In: Meson in Nuclei, v.III, Oxford, 1979, p.1095.
6. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P4-11755, Дубна, 1978; ЯФ, 1979, 30, с. 258.
7. Gudima K.K., Iwe H., Toneev V.D. Phys. G. Nucl.Phys., 1979, 5, p. 229; Nagamiya S. et al. Phys.Lett., 1979, 84B, p. 147.
8. Migdal A.B., Chernoutsan A.I., Mishustin I.N. Proceedings of the International Conference on Extreme States in Nuclear Systems. Dresden, 1980, v. 2, p. 45.
9. Ruck V., Gyulassy M., Greiner W. Z.Phys., 1976, A277, p. 391; Hecking P. Nucl.Phys., 1980, A348, p. 493; Wakamatsu M., Nagashi A. Prog.Theor.Phys., 1980, 63, p. 1688; Baym G. Nucl.Phys., 1981, A352, p. 365.
10. Воскресенский Д.Н., Мишустин И.Н. Письма в ЖЭТФ, 1978, 28, с. 486.
11. Бунатян Г.Г. ОИЯИ, P2-12518, Дубна, 1979; ЯФ, 1980, 31, с. 1186; Inten. Conf. on Extreme States in Nucl.System, Dresden, 1980, abstr., p. 14.
12. Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М., 1962.
13. Fayans S.A., Saperstein E.E., Tolokonnikov S.V. Nucl.Phys., 1979, A326, p. 463; Preprint IAE-3254, Moscow, 1980.
14. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, М., 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 апреля 1981 года.