объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-217

М.К.Волков

РАСПАДЫ $\eta \to 3\pi$ И $\eta \to \pi^0\gamma\gamma$ В КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ

Направлено в "Journal of Physics"

1981

В наших предыдущих работах [1,2] было указано, что ширина распада, вычисленная на основе кирального лагранжиана, более чем на три порядка отличается от приводимого до сих пор в таблицах экспериментального значения [3]. Ввиду того, что в настоящее время проводятся новые экспериментальные измерения ширины этого распада*, имеет смысл еще раз вернуться к его теоретическим оценкам с тем, чтобы получить их с большей точностью.

Рассчитывать на получение более точных, чем раньше, оценок можно по следующим причинам. Во-первых, в наших предыдущих работах не учитывалось октет-синглетное смешивание /угол смешивания ϕ считался равным нулю/. Во-вторых, там была использована схема нарушения киральной группы, предложенная в работах [4,5]. Эта схема интересна тем, что в ней массовая матрица содержит лишь один произвольный параметр, соответствующий массе странного кварка. Масса d-кварка выражается через массу s-кварка и угол Кабиббо по формуле $\mu_d = \mu_s \operatorname{tg}\theta_C$, а масса u-кварка считается равной нулю. При использовании такой схемы нарушения можно вполне удовлетворительно описать почти все основные распады псевдоскалярного октета [1]. Исключение составляют распады $\eta \to 3\pi$ и $\eta \to \pi^{\circ}\gamma\gamma$, амплитуда которых пропорциональна разности квадратов масс u и d кварков. Поэтому для более точного описания величин этих распадов не следует пренебрегать массой u-кварка.

В этой работе использована массовая матрица с тремя произвольными параметрами, соответствующими массам u, d и s-кварков. Угол смешивания также считается отличным от нуля, и оценки сделаны при двух его возможных значениях: старое значение $\phi \approx -10^{\circ}$ [6] и новое значение $\phi \approx -18^{\circ}$ [7,8].

Киральный лагранжиан, соответствующий группе $U(3)\times U(3)$, имеет вид [9]

$$\mathfrak{L} = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^+) + \frac{F}{2\sqrt{2}}\mathrm{Tr}[M(U+U^+)] + \frac{aF^2}{48}[\ln U - \ln U^+]^2, \qquad /1/$$

где для U можно использовать экспоненциальное представление

*Новые результаты по измерению ширины $\eta \to \pi^{\circ}\gamma\gamma$ уже получены в ИФВЭ в Серпухове [11]. Они не противоречат нашим предсказаниям. Аналогичный эксперимент проводится и в ОИЯИ в Дубне.

$$U = \frac{F}{\sqrt{2}} \exp\left[\frac{i}{F} \left(\sum_1^8 \lambda_i \phi_i + \sqrt{\frac{2}{3}}\, 1\, \phi_0 \right) \right]. \qquad /2/$$

Здесь $F = 95$ МэВ - константа распада пиона, λ_i - матрицы Гелл-Манна, ϕ_i - поля мезонного нонета, $M_{ij} = \mu_i^2 \delta_{ij}$ - массовая матрица с тремя произвольными параметрами, соответствующими массам u, d и s-кварков, и последний член соответствует учету глюонной аномалии. Он влияет только на массу синглетного мезона и не пригодится нам в дальнейших вычислениях.

Параметры μ_u, μ_d и μ_s можно зафиксировать по массам мезонов $m_{\pi^\circ}, m_{K^\circ}$ и m_{K^+}. При этом следует иметь в виду, что масса заряженного K-мезона, присутствующая в лагранжиане /1/, отличается от истинной физической массы на величину, равную электромагнитной поправке, поскольку электромагнитные взаимодействия не были учтены в лагранжиане /1/. Эта поправка составляет 2,9 МэВ[10]. Без нее масса K^+ мезона равна ~491 МэВ, $m_{K^\circ} = 498$ МэВ, $m_{\pi^\circ} = 135$ МэВ*. Отсюда для параметров μ_i^2 имеем

$$\mu_u^2 = 0{,}0114 \text{ ГэВ}^2 \qquad \mu_d^2 = 0{,}025 \text{ ГэВ}^2 \qquad \mu_s^2 \approx 0{,}47 \text{ ГэВ}^2$$
$$\mu_u^2/\mu_d^2 \approx 0{,}456, \qquad \mu_d^2/\mu_s^2 = 0{,}053 \approx \operatorname{tg}^2\theta_c \quad (\theta_c \approx 0{,}23). \qquad /3/$$

Отношение μ_d/μ_s близко к значению тангенса угла Кабиббо. Отношение μ_u/μ_d близко к тому значению, которое требуется для правильного описания ширины распада $\eta \to 3\pi$, как будет видно ниже. Если фиксировать параметры μ_i^2 без учета электромагнитных поправок к m_{K^+}, то получим $\mu_u^2/\mu_d^2 = 0{,}66$, что приводит к завышенным оценкам для ширины распада $\eta \to 3\pi$.

Параметр a фиксируется по сумме масс m_η^2 и $m_{\eta'}^2$. Из лагранжиана /1/ получаем

$$a \approx 0{,}73 \text{ ГэВ}^2, \qquad \phi \approx -18^\circ. \qquad /4/$$

В дальнейших расчетах будет использовано и другое значение угла смешивания $\phi \approx -10^\circ$.

Для вычисления ширин распадов $\eta \to 3\pi$ необходима следующая часть лагранжиана /1/:

*На этом этапе массы m_{π° и $m_{\pi^\pm}$ считаются равными, поскольку их разность имеет полностью электромагнитное происхождение[10].

$$\tilde{\mathfrak{L}} = \frac{1}{6F^2}\left[(\vec\pi \partial_\mu \vec\pi)^2 - \vec\pi^2 (\partial_\mu \vec\pi)^2 \right] + \frac{m_\pi^2}{24F^2}\left[(\vec\pi^2 + \eta^2)^2 - \frac{8}{9}\eta^4 \right] +$$
$$+ \frac{\mu^2}{\sqrt{3}} \pi^\circ \eta \left[1 - \frac{1}{6F^2}\left(\vec\pi^2 + \frac{\eta^2}{3} \right) \right], \qquad /5/$$

где $\eta = \eta_8 + \sqrt{2}\,\eta_0$ и $\mu^2 = (\mu_d^2 - \mu_u^2)/2$.

Из этого лагранжиана в древесном приближении для ширины распада $\eta \to 3\pi^\circ$ получаем

$$\Gamma^{(\phi=-18^\circ)}_{(\eta\to 3\pi^\circ)} = 0{,}28 \text{ кэВ}, \qquad \Gamma^{(\phi=-10^\circ)}_{(\eta\to 3\pi^\circ)} = 0{,}22 \text{ кэВ}, \qquad /6/$$

что вполне согласуется с экспериментальными данными

$$\Gamma^{\text{эксп.}}_{(\eta\to 3\pi^\circ)} = 0{,}25 \pm 0{,}04 \text{ кэВ}. \qquad /7/$$

Для ширины распада $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^\circ$ в том же приближении получаем

$$\Gamma^{(\phi=-18^\circ)}_{(\eta\to\pi^+\pi^-\pi^\circ)} = 0{,}17 \text{ кэВ}, \qquad \Gamma^{(\phi=-10^\circ)}_{(\eta\to\pi^+\pi^-\pi^\circ)} = 0{,}14 \text{ кэВ}, \qquad /8/$$

в то время как эксперимент дает

$$\Gamma_{(\eta\to\pi^+\pi^-\pi^\circ)} = 0{,}20 \pm 0{,}03 \text{ кэВ}. \qquad /9/$$

Перейдем теперь к вычислению ширины распада $\eta \to \pi^\circ\gamma\gamma$. Поскольку расчет этого процесса подробно описан в работе[2], здесь мы остановимся лишь на тех изменениях, которые надо внести в полученные там формулы для вывода более точных оценок.

Прежде всего напомним, что ширину распада $\eta \to \pi^\circ\gamma\gamma$ следует вычислять на основе процесса $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^\circ$, где заряженные пионы образуют петлю, испуская при этом два фотона в одной или двух разных точках. Суммируя вклады таких диаграмм, получаем следующее выражение для амплитуды

$$T_{(\eta\to\pi^\circ\gamma\gamma)} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{e^2\mu^2}{3F^2}\,\frac{\epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu}{(\Delta^2 - 1)}(\cos\phi - \sqrt{2}\sin\phi)\left[6\Delta\frac{\omega}{m_\pi} - 3\Delta^2 + 1 + \right.$$
$$\left. + \sin^2\phi - \sqrt{2}\sin 2\phi + \epsilon \right] \mathfrak{I}_{\mu\nu}(q_1, q_2). \qquad /10/$$

Здесь q_1, q_2, ϵ_1^μ, ϵ_2^ν - импульсы и поляризации фотонов, $\Delta = m_\eta/m_\pi$, ω - энергия пиона, ϵ - вклад от диаграмм, где η-мезон переходит сначала в $\eta'\pi^+\pi^-$, затем $\pi^+\pi^-$ - аннигилируют с испусканием двух фотонов, а η' превращается в пион *. Функция $\mathcal{J}_{\mu\nu}(q_1,q_2)$, описывающая вклад двух пионных петель, равна

$$\mathcal{J}_{\mu\nu}(q_1,q_2) = i\pi^2 \frac{(g^{\mu\nu} q_1 q_2 - q_1^{\nu} q_2^{\mu})}{q_1 q_2} \left\{ \frac{2m_\pi^2}{q_1 q_2} \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{2m_\pi^2}{q_1 q_2} - 1\right)^{-1/2} \right]^2 - 1 \right\}. \qquad /11/$$

Из /10/ для ширины распада $\eta \to \pi^\circ \gamma\gamma$ получаем

$$\Gamma_{(\eta\to\pi^\circ\gamma\gamma)} = \frac{m_\pi}{3\pi^5 \Delta} \left[\frac{\alpha\mu^2 (\cos\phi - \sqrt{2}\sin\phi)}{2F^2 \Delta(\Delta^2 - 1)} \right]^2 I, \qquad /12/$$

где $\alpha = e^2/4\pi$, а фазовый интеграл I равен

$$I = \int_0^{(\frac{\Delta-1}{2})^2} dt \left[t - (4 + \sin^2\phi - \sqrt{2}\sin 2\phi + \epsilon)/12 \right]^2 \left[\left(\frac{\Delta+1}{2}\right)^2 - t \right]^{1/2} \left[\left(\frac{\Delta-1}{2}\right)^2 - t \right]^{1/2} f(t)$$

$$f(t) = \begin{cases} \left[t^{-1} \operatorname{arctg}^2 \sqrt{t/(1-t)} - 1 \right]^2, & t \le 1 \\ (16t)^{-1} \left[(\ln^2 x + 4t - \pi^2)^2 + (2\pi \ln x)^2 \right], & t \ge 1 \\ x = (\sqrt{t} + \sqrt{t-1})/(\sqrt{t} - \sqrt{t-1}). & \end{cases}$$

Численная оценка интеграла I при $\phi = -18^\circ$ дает значение $I \approx 11$. Подставляя его в /12/, получаем

$$\Gamma^{(\phi=-18^\circ)}_{(\eta\to\pi^\circ\gamma\gamma)} = 1{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}. \qquad /13/$$

При $\phi = -10^\circ$ приходим к несколько меньшему значению для ширины этого распада

$$\Gamma^{(\phi=-10^\circ)}_{(\eta\to\pi^\circ\gamma\gamma)} = 1{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}. \qquad /13'/$$

Полученные величины существенно меньше предыдущих грубых теоретических оценок /2/ и на четыре порядка отличаются от старых экспериментальных данных /3/. Однако последние измерения, проведенные в ИФВЭ /Серпухов/ /11/, не противоречат этим предсказаниям.

* $\epsilon = 0{,}33$ соответствует значению $\phi = -18^\circ$. При $\phi = -10^\circ$ получаем $\epsilon = 0{,}47$. Члены, содержащие синусы и ϵ, малы по сравнению с величиной $3\Delta^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков М.К. ЭЧАЯ, 1979, 10, с.693.
2. Волков М.К., Эберт Д. ЯФ, 1979, 30, с.1420.
3. Particle Data Group. Rev.Mod.Phys., 1980, 52, No.2.
4. Gell-Mann M., Oakes R.J., Renner B. Phys.Rev., 1968, 175, p.2195.
5. Oakes R.J. Phys.Lett., 1969, B29, p.683.
6. Isgur N. Phys.Rev., 1975, D12, p.3770.
7. Apel W.D. et al. Phys.Lett., 1979, B83, p.131.
8. Филиппов А.Т. ЯФ, 1979, 29, с.1035.
9. Di Vecchia P. et al. CERN Preprint TH-2898, 1980.
10. Socolow R.H. Phys.Rev., 1965, 137B, p.1221.
11. Бинон Ф. и др. Препринт ИФВЭ, 81-12, ОЭФ SERP-E-140, Серпухов, 1981.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 марта 1981 года.