объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-81-198

С.В.Голоскоков, С.П.Кулешов, В.Г.Тепляков

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ НА МАЛЫЕ УГЛЫ

Направлено в ТМФ

1981

Актуальная проблема современной физики элементарных частиц - изучение процессов сильного взаимодействия адронов высоких энергий рассматривается в настоящее время в рамках различных подходов. Важное место среди них занимают работы, основанные на квазипотенциальном методе Логунова-Тавхелидзе [1]. Существенной при этом является гипотеза о существовании гладкого локального квазипотенциала, дающего адекватное описание процессов рассеяния частиц высоких энергий [2].

Наличие в квазипотенциальном подходе динамического уравнения для амплитуды рассеяния позволяет в ряде случаев найти ее главный асимптотический член, а также поправки к главному члену в различных областях передачи импульса [3-6].

В результате возникает разложение амплитуды рассеяния по малому параметру обратной степени импульса в системе центра масс:

$$T(s,t) = T_0(s,t) + \frac{1}{p} T_1(s,t) + \frac{1}{p^2} T_2(s,t) + \ldots \qquad /1/$$

Отметим, что в области малых передач импульса разложение /1/ для амплитуды рассеяния частиц со спином получено лишь для некоторого класса спиновой структуры квазипотенциала [5].

Однако в пределе асимптотически высоких энергий в случае гладкости взаимодействия основной вклад в амплитуду рассеяния /1/ дает только член T_0, который и используется в большинстве модельных подходов. В связи с этим его вычисление для произвольной матричной структуры квазипотенциала представляет большой интерес.

Эта задача решена в настоящей работе, где найдено выражение для главного асимптотического члена амплитуды рассеяния на малые углы частиц произвольного спина. Показано, что в случае рассеяния бесспиновых частиц и частиц со спинами 0 и 1/2 оно переходит в эйкональные представления амплитуд рассеяния этих процессов.

Используя метод, предложенный в [6], можно изучить следующие члены разложения амплитуды рассеяния по $1/p$, дающие существенный вклад при более низких энергиях, однако здесь мы не будем касаться этой проблемы.

Рассмотрим процесс рассеяния двух спиновых частиц в рамках квазипотенциального подхода. Уравнение для амплитуды рассеяния в этом случае запишем в виде [7]:

$$\hat T(s;\vec p,\vec k)=\hat V(s;\vec p,\vec k)+\int d^3\vec q\,\hat V(s;\vec p,\vec q)\frac{\hat A(s;\vec q)}{E^2(\vec q)-E^2-i0}\hat T(s;\vec q,\vec k), \qquad /2/$$

где $E(\vec q)=\sqrt{m_1^2+\vec q^{\,2}}+\sqrt{m_2^2+\vec q^{\,2}}$; $E=\sqrt{s}=E(\vec p)=E(\vec k)$ – полная энергия в системе центра масс, m_1, m_2 – массы первой и второй частиц, соответственно, $\hat A(s,\vec q)$ – некоторая матрица, форма и ранг которой зависят от спина взаимодействующих частиц.

Считая, что квазипотенциал задан представлением:

$$\hat V(s;\vec p,\vec k)=g(s)\int_0^\infty dx\,\rho\Big(s;x,\frac{\vec p+\vec k}{2}\Big)\exp(-x(\vec p-\vec k)^2), \qquad /3/$$

ищем решение уравнения /2/ итерациями:

$$\hat T(s;\vec p,\vec k)=\sum_{n=0}^{\infty}\hat T_{n+1}(s;\vec p,\vec k);\qquad \hat T_1(s;\vec p,\vec k)=\hat V(s;\vec p,\vec k);$$

$$\hat T_{n+1}(s;\vec p,\vec k)=\int\prod_{i=1}^{n}\frac{d\vec q_i}{E^2(\vec q_i)-E^2-i0}\hat V(s;\vec p,\vec q_1)\hat A(s;\vec q_1)\hat V(s;\vec q_1,\vec q_2) \qquad /4/$$

$$\hat A(s;\vec q_2)\dots\hat A(s;\vec q_n)\hat V(s;\vec q_n,\vec k).$$

После замены переменных

$$\vec q_i=\vec\Delta_i+\vec\lambda_i;\quad \vec\lambda_i=\vec e+\Big[1-2\Big(\sum_{j=1}^{i}1/x_j\Big)\Big/\sum_{j=1}^{n+1}1/x_j\Big]\vec r,$$

где $\vec e=\frac{\vec p+\vec k}{2}$, $\vec r=\frac{\vec p-\vec k}{2}$,

преобразуем /4/ к виду [7]

$$\hat T_{n+1}(s;\vec p,\vec k)=\int dx_1\dots dx_{n+1}\exp\Big\{t\Big/\sum_{j=1}^{n+1}\frac{1}{x_j}\Big\}\hat J_n(x_1,\dots,x_n).$$

Здесь

$$\hat J_n(x_1,\dots,x_{n+1})=(g(s))^{n+1}\int\prod_{j=1}^{n}\frac{d\vec\Delta_j}{E^2(\vec\lambda_j+\vec\Delta_j)-E^2-i0}\exp(-C_{ij}\vec\Delta_i\vec\Delta_j)$$

$$\times\hat\rho\Big(s;x_1,\frac{\vec p+\vec\lambda_1+\vec\Delta_1}{2}\Big)\hat A(s;\vec\Delta_1+\vec\lambda_1)\hat\rho\Big(s;x_2,\frac{\vec\lambda_1+\vec\lambda_2+\vec\Delta_1+\vec\Delta_2}{2}\Big)\dots\hat A(s;\vec\Delta_n+\vec\lambda_n)\times$$

$$\times\hat\rho\Big(s;x_{n+1},\frac{\vec\lambda_n+\vec\Delta_n+\vec k}{2}\Big); \qquad /5/$$

$$c_{ij}\vec\Delta_i\vec\Delta_j=\sum_{i=1}^{n+1}x_i(\vec\Delta_i-\vec\Delta_{i-1})^2;\qquad \vec\Delta_0=\vec\Delta_{n+1}=0.$$

Отметим, что представление /5/, справедливое как при малых, так и при больших передачах импульса, ранее было использовано для изучения процессов рассеяния на большие углы [6,7]. Исследуем с его помощью область малых углов рассеяния. При этом в случае гладкости локального квазипотенциала основной вклад в асимптотику интеграла /5/ дает область $x_i\sim\mathrm{const}$. Следовательно, все сдвиги $\vec\lambda_i$ в /5/ оказываются порядка большого импульса $\vec\lambda_i\sim\vec e$, и мы можем заменить динамические факторы $\hat A(\vec\lambda_i+\vec\Delta_i)$ и т.д. их разложениями в окрестности точки $\vec\lambda_i+\vec\Delta_i\simeq\vec e$. В результате для главного асимптотического члена амплитуды рассеяния на малые углы имеем:

$$\hat T_{n+1}(s,t)=\frac{(g(s))^{n+1}}{(8p)^n}\int dx_1\dots dx_{n+1}\exp\Big\{t\Big/\sum_{j=1}^{n+1}\frac{1}{x_j}\Big\}\hat\rho(s;x_1,\vec e)\times \qquad /6/$$

$$\times\hat A(s,\vec e)\hat\rho(s,x_2,\vec e)\hat A(s,\vec e)\dots\hat A(s,\vec e)\hat\rho(s;x_{n+1},\vec e)\tilde J(x_1,\dots,x_{n+1}),$$

где

$$\tilde J(x_1,\dots,x_{n+1})=\int\frac{d^3\vec\Delta_1\dots d^3\vec\Delta_n}{\prod_{i=1}^{n}(\Delta_{zi}-i0)}\exp(-C_{ij}\vec\Delta_i\vec\Delta_j).$$

С помощью представления

$$e^{-x\Delta^2}=\frac{1}{2\sqrt{\pi x}}\int_{-\infty}^{\infty}dz\,e^{i\Delta z}e^{-z^2/4x}$$

можно вычислить интегралы /6/. В результате приходим к следующему выражению:

$$\hat T_{n+1}(s,t)=\frac{(g(s))^{n+1}}{2\pi^2}\Big(\frac{i}{8\pi}\Big)^n\int_{-\infty}^{\infty}dz_1\dots dz_{n+1}\,\theta(z_1-z_2)\theta(z_2-z_3)\dots\theta(z_n-z_{n+1})\times$$

$$\times\int dx_1\dots dx_{n+1}\prod_{i=1}^{n+1}\Big(\frac{\pi}{x_i}\Big)^{3/2}\exp\Big(-\sum_{i=1}^{n+1}\frac{z_i^2}{4x_i}\Big)\frac{\exp\{t/\sum_{j=1}^{n+1}1/x_j\}}{\sum_{j=1}^{n+1}1/x_j}\times$$

$$\times\hat\rho(s,x_1,\vec e)\hat A(s,\vec e)\dots\hat A(s,\vec e)\hat\rho(s,x_{n+1},\vec e).$$

Используя представление

$$\frac{\exp\{t/\sum_{j=1}^{n+1}1/x_j\}}{\sum_{j=1}^{n+1}1/x_j}=1/4\pi\int d^2\vec\rho\,e^{i\vec\Delta\vec\rho}\exp\Big\{-\vec\rho^{\,2}\sum_{j=1}^{n+1}1/4x_j\Big\},\qquad t=-\vec\Delta^2$$

получаем главный асимптотический член амплитуды рассеяния в виде:

$$\hat{T}_{n+1}(s,t)=\frac{1}{(2\pi)^3}\left(\frac{i}{8p}\right)^n \int d^2\vec{\rho}\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}} \int_{-\infty}^{\infty} dz_1 \ldots dz_{n+1}\, \theta(z_1-z_2)\theta(z_2-z_3)\times$$

$$\times \ldots \theta(z_n-z_{n+1})\hat{V}(\vec{\rho},z_1,\vec{e})\hat{A}(s,\vec{e})\hat{V}(\vec{\rho},z_2\vec{e})\hat{A}(s,\vec{e})\ldots\hat{A}(s,\vec{e})\hat{V}(\vec{\rho},z_{n+1},\vec{e}), \qquad /7/$$

где $\hat{V}(\vec{\rho},z_i,\vec{e})$ – фурье-образ квазипотенциала

$$\hat{V}(\vec{\rho},z,\vec{e})=g(s)\int_0^{\infty} dx\left(\frac{\pi}{x}\right)^{3/2} \hat{\rho}(s,x,\vec{e})\exp\{-\frac{1}{4x}(\vec{\rho}^{\,2}+z^2)\}.$$

Выражение /7/ является обобщением эйконального представления для амплитуды рассеяния частиц произвольного спина.

При вычислении амплитуды рассеяния конкретного процесса, естественно, необходимо задаться явным видом уравнения /2/, т.е. определить матрицу $\hat{A}(s,\vec{e})$ и квазипотенциал $\hat{V}(s,\vec{e})$.

Рассмотрим простейший пример квазипотенциального уравнения Логунова-Тавхелидзе/1/, описывающего взаимодействие бесспиновых частиц равной массы. При этом

$$A(\vec{e})=\frac{4}{\sqrt{\vec{e}^{\,2}+m^2}}\simeq\frac{4}{|\vec{p}|},$$

а квазипотенциал является скалярной функцией своих аргументов, и из /7/ имеем:

$$T_{n+1}(s,t)=\frac{s}{(2\pi)^3}\frac{1}{2i}\int d^2\vec{\rho}\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}}\frac{1}{(n+1)!}[2i\chi(\vec{\rho})]^{n+1}$$

$$2i\chi(\vec{\rho})=\frac{2i}{s}\int_{-\infty}^{\infty} dz V(\vec{\rho},z,\vec{e}).$$

Суммируя по n, получаем для главного члена амплитуды рассеяния стандартное эйкональное представление/3,8/:

$$T(s,t)=\frac{s}{(2\pi)^3}\frac{1}{2i}\int d^2\rho\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}}\,[e^{2i\chi(\vec{\rho})}-1].$$

В качестве другого примера рассмотрим высокоэнергетическое мезон-нуклонное рассеяние на малые углы. Квазипотенциальное уравнение для амплитуды рассеяния в этом случае имеет вид /2/, причем/9/

$$\hat{A}(E,\vec{e})=\{\gamma_0 E-(1+\sqrt{\mu^2+\vec{e}^{\,2}}/\sqrt{M^2+\vec{e}^{\,2}})(\vec{\gamma}\vec{e}-M)\}/\sqrt{\mu^2+\vec{e}^{\,2}} \underset{e\to\infty}{\simeq} 2\hat{n}(\vec{e}),$$

где

$$\hat{n}(\vec{e})=\gamma_0-\vec{\gamma}\vec{e}/|\vec{e}|.$$

Квазипотенциал $\hat{V}$ выберем в наиболее общем виде. Исходя из представления амплитуды мезон-нуклонного рассеяния в стандартной форме

$$\hat{T}=A+B\hat{Q}, \qquad \hat{Q}=\frac{\hat{q}_1+\hat{q}_2}{2},$$

где q_1 и q_2 – импульсы мезонов в начальном и конечном состояниях, получим, что квазипотенциал в области $s\to\infty$, t – фиксировано может быть записан в виде:

$$\hat{V}(s,\vec{r},\vec{e})=a(s,\vec{r})+b(s,\vec{r})\hat{n}(-\vec{e}). \qquad /9/$$

Используя /8/ и /9/, приходим к следующему выражению для матричной структуры интеграла /7/:

$$\hat{V}(z_1,\ldots)\hat{A}(s,e)\hat{V}(z_2\ldots)\hat{A}(s,e)\ldots\hat{A}(s,e)\hat{V}(z_{n+1}\ldots)=2^{3n-2}\times$$

$$[a(z_1\ldots)b(z_2\ldots)\ldots b(z_n\ldots)a(z_{n+1}\ldots)\hat{n}(\vec{e})+2b(z_1\ldots)\ldots b(z_n\ldots)a(z_{n+1}\ldots)\times$$

$$\times\gamma_0\hat{n}(\vec{e})+2a(z_1\ldots)b(z_2\ldots)\ldots b(z_{n+1})\gamma_0\hat{n}(-\vec{e})+4b(z_1\ldots)\ldots b(z_{n+1}\ldots)\times$$

$$\times\hat{n}(-\vec{e})].$$

Суммируя по n и учитывая приближенные равенства

$$\psi(\vec{p})\simeq\hat{n}(\vec{p})\psi_{\vec{p}}(0);\quad \bar{\psi}(\vec{k})\simeq\bar{\psi}_{\vec{k}}(0)\hat{n}(\vec{k}),$$

получим главный член амплитуды мезон-нуклонного рассеяния:

$$\hat{T}(s,t)=\frac{p}{i(2\pi)^3}\bar{\psi}_{\vec{k}}(0)\int d^2\rho\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}}\,\hat{\Gamma}_1\Big[\frac{i}{p}\int_{-\infty}^{\infty}dz\, a(\vec{\rho},z)\cdot\frac{1}{2}\Big(e^{\frac{i}{p}\int_{-\infty}^{z} b(\vec{\rho},z)dz}+e^{\frac{i}{p}\int_{z}^{\infty} b(\vec{\rho},z)dz}\Big)+$$

$$+\hat{\Gamma}_2\Big(e^{\frac{i}{p}\int_{-\infty}^{\infty} b(\vec{\rho},z)\,dz}-1\Big)\Big]\psi_{\vec{p}}(0),$$

где

$$\hat{\Gamma}_1=\hat{n}(\vec{k})\gamma_0\hat{n}(\vec{e})\hat{n}(\vec{p})=\hat{n}(\vec{k})\hat{n}(\vec{e})\gamma_0\hat{n}(\vec{p}),$$

$$\hat{\Gamma}_2=\hat{n}(\vec{k})\hat{n}(-\vec{e})\hat{n}(\vec{p}).$$

Отсюда следует, что спиральные амплитуды мезон-нуклонного рассеяния имеют вид:

$$M_{++}(s,t)=\frac{ip}{2\pi^3}\int d^2\rho\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}}\,[1-e^{\chi_0(s,\rho)}], \qquad /10/$$

$$M_{+-}(s,t)=-\frac{i\Delta}{8\pi^3}\int d^2\rho\, e^{i\vec{\Delta}\vec{\rho}}\,\tilde{\chi}_1(s,\rho)\,e^{\chi_0(s,\rho)},$$

здесь

$$\chi_0(\rho) = \frac{i}{p} \int_{-\infty}^{\infty} dz\, b(s,\rho,z)$$

$$\tilde{\chi}_1(\rho) = \frac{i}{p} \int_{-\infty}^{\infty} dz\, a(s,\rho,z) \cdot \frac{1}{2}\left[e^{-\frac{i}{p}\int_z^{\infty} b(s,\rho,z)\,dz} + e^{-\frac{i}{p}\int_{-\infty}^{z} b(s,\rho,z)\,dz} \right].$$

Амплитуды /10/ могут быть легко переписаны в стандартной форме:

$$M_{++}(s,t) = \frac{ip}{\pi^2} \int \rho\, d\rho\, J_0(\rho\Delta)\left[1 - e^{\chi_0(s,\rho)}\right],$$

$$M_{+-}(s,t) = \frac{i}{4\pi^2} \int \rho\, d\rho\, J_1(\rho\Delta)\, \chi_1(s,\rho)\, e^{\chi_0(s,\rho)}, \qquad /11/$$

причем χ_1 связана с χ_0 и $\tilde{\chi}_1$, входящими в /10/ соотношением:

$$\chi_1 = \frac{d\tilde{\chi}_1}{d\rho} + \tilde{\chi}_1 \frac{d\chi_0}{d\rho}.$$

Она стремится к нулю при $\rho \to 0$.

Представления вида /11/ для амплитуд мезон-нуклонного рассеяния были получены рядом авторов на основе различных подходов, например, в рамках квазипотенциального метода [4,5]. Они были с успехом использованы при анализе данных по мезон-нуклонному рассеянию на малые углы /см., например, [10] /.

Отметим, что с помощью /7/ могут быть получены эйкональные представления для амплитуд рассеяния других процессов, например, нуклон-нуклонного рассеяния.

Таким образом, нами найдено обобщенное эйкональное представление для амплитуды рассеяния частиц произвольного спина. Его использование позволяет находить главный член амплитуды высокоэнергетического рассеяния на малые углы в рамках любого подхода, в котором амплитуда рассеяния удовлетворяет динамическому уравнению вида /2/.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.А.Матвееву и А.Н.Тавхелидзе за внимание к работе, а также А.В.Кудинову, В.К.Митрюшкину, О.В.Селюгину, М.А.Смондыреву за плодотворные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cimento, 1963, 29, p.380.
2. Alliluyev S.P., Gershtein S.S., Logunov A.A. Phys.Lett., 1965, 18, p.195; Логунов А.А., Хрусталев О.А. ЭЧАЯ, Атомиздат, М., 1970, т.1, с.73.

3. Гарсеванишвили В.Р., Матвеев В.А., Слепченко Л.А. ЭЧАЯ. Атомиздат, М., 1970, т.1, с.92; Гарсеванишвили В.Р. и др. ТМФ, 1971, 6, с.36; Кулешов С.П. и др. ТМФ, 1973, 14, с.325.
4. Гарсеванишвили В.Р. и др. ТМФ, 1972, 11, с.37.
5. Голоскоков С.В. и др. ТМФ, 1975, 24, с.147.
6. Голоскоков С.В., Кудинов А.В., Кулешов С.П. ТМФ, 1979, 40, с.373.
7. Голоскоков С.В. и др. ЭЧАЯ, Атомиздат, М., 1977, т.8, с.969.
8. Glauber R. Lectures in Theoretical Physics, vol.1. Interscience Publishers, N.Y., 1959.
9. Гарсеванишвили В.Р. и др. ТМФ, 1972, 12, с.384.
10. Dzhgarkava M.I. et al. Nucl.Phys., 1973, B67, p.232.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 марта 1981 года.