СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2-8069

Г.И.Копылов, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

КОРРЕЛЯЦИИ ЧАСТИЦ С МАЛЫМИ ОТНОСИТЕЛЬНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

P2-8069

Г.И.Копылов, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

КОРРЕЛЯЦИИ ЧАСТИЦ С МАЛЫМИ ОТНОСИТЕЛЬНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

S u m m a r y

Some general properties of inclusive two-particle structure functions are studied. The structure functions of $\pi^+\pi^+$, $\pi^+\pi^\circ$ etc. pairs are expressed in terms of the structure functions correponding to the total isospin of the meson pairs (eq.(2)). The limiting case $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \to 0$ (where $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ are momenta of two particles) is studied in detail. The consequences of general formulae for the statistical model of multiple production are presented in § 3 (eqs. (8), (9),)11)). The spin effects are considered in §4. The speed of vanishing the odd orbital momenta states, when $\vec{q} \to 0$, is studied in § 5. This speed is determined by the dimensions of the meson-producing region. The result obtained is valid also for the resonant production of particles with small relative momenta $\vec{q}$ (§6).

1. Первая часть настоящей работы посвящена изучению некоторых общих свойств инклюзивных структурных функций для пар тождественных и нетождественных частиц при малых относительных импульсах. Поскольку состояния с нечетными относительными орбитальными моментами антисимметричны относительно перестановки импульсов двух частиц $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$, ясно, что вклад этих состояний в двухчастичные структурные функции стремится к нулю при $\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \to 0$. Как было показано в работе /1/, отсюда, в частности, следует, что в пределе малых $\vec{q}$ можно написать ряд простых изотопических соотношений между структурными функциями, соответствующими компонентам одного и того же изомультиплета. Ниже мы продолжим обсуждение этого вопроса в рамках статистической теории.

Во второй части статьи на основании изотопических соотношений и результатов работ /2,3/ исследуется характер "вымирания" состояний с нечетными орбитальными моментами при сближении импульсов двух частиц. Из общих соображений можно ожидать, что при значениях $|\vec{q}| << \hbar/R$, где R- линейные размеры области генерации частиц, остается в основном только S- волна*. Конкретные модельные расчеты подтверждают этот вывод.

---

*Действительно, в рамках классических представлений относительный момент количества движения двух частиц $\vec{L} = [\vec{R}, \vec{p}_1 - \vec{p}_2]$, где R-расстояние между точками, из которых эти частицы вылетели.

2. Согласно [1], двухчастичные структурные функции инклюзивных процессов

$$a_M + b_{M'} \to A^{(T)}_m + A^{(T)}_{m'} + X \qquad /1/$$

выражаются через $(2T+1)$ независимых положительно определенных функций, отвечающих определенным значениям полного изотопического спина t системы AA. Здесь T - изотопический спин частиц A, m и m' - его проекции; начальные частицы a_M и $b_{M'}$ с изотопическими проекциями M и M' могут относиться к разным изотопическим мультиплетам, конечные частицы A_m и $A_{m'}$ предполагаются относящимися к одному и тому же изотопическому мультиплету.

В этих обозначениях общая формула имеет вид:

$$f_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2) = \sum_{MM'} f^{(MM')}_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2) = \sum_{t=0}^{t=2T} f_t(\vec p_1,\vec p_2)\, |C^{t,\, m+m'}_{Tm,\, Tm'}|^2 , \qquad /2/$$

где структурная функция $f^{(MM')}_{mm'}$ определяется обычным соотношением

$$f^{(MM')}_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2) = \omega_1\omega_2 \frac{d^6\sigma^{(MM')}_{mm'}}{d^3\vec p_1\, d^3\vec p_2} . \qquad /3/$$

В случае π-мезонов / $T=1$, $t=0,1,2$ / равенства /2/ принимают вид:

$$f_{++}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{--}(\vec p_1,\vec p_2) = f_2(\vec p_1,\vec p_2) ,$$

$$f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{0+}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{-0}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{0-}(\vec p_1,\vec p_2) = \frac{1}{2} f_1(\vec p_1,\vec p_2) + \frac{1}{2} f_2(\vec p_1,\vec p_2) ,$$

$$f_{+-}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{-+}(\vec p_1,\vec p_2) = \frac{1}{3} f_0(\vec p_1,\vec p_2) + \frac{1}{2} f_1(\vec p_1,\vec p_2) + \frac{1}{6} f_2(\vec p_1,\vec p_2) ,$$

$$f_{00}(\vec p_1,\vec p_2) = \frac{1}{3} f_0(\vec p_1,\vec p_2) + \frac{2}{3} f_2(\vec p_1,\vec p_2) . \qquad /2'/$$

Для пар K-мезонов / $T=1/2$, $t=0,1$/ имеем

$$f_{++}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{00}(\vec p_1,\vec p_2) = f_1(\vec p_1,\vec p_2) \qquad /2''/$$

$$f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{0+}(\vec p_1,\vec p_2) = \frac{1}{2} f_0(\vec p_1,\vec p_2) + \frac{1}{2} f_1(\vec p_1,\vec p_2) .$$

Если A - бесспиновые частицы, то ввиду симметрии полной волновой функции двух частиц выполняется равенство

$$(-1)^L = (-1)^{2T+t} , \qquad /4/$$

где L - относительный орбитальный момент системы AA, t - ее полный изотопический спин. При значениях $t = 2T-k$, где k - нечетное число, орбитальные моменты принимают нечетные значения. Как уже говорилось, в пределе $\vec p_1 \to \vec p_2$ ($\vec q \to 0$) вклад нечетных орбитальных моментов исчезает; следовательно, при указанных значениях полного изотопического спина

$$\lim_{\vec q\to 0} f_t(\vec p_1,\vec p_2) = 0 . \qquad /5/$$

В частном случае π-мезонов при $\vec p_1 \to \vec p_2$ функция $f_1(\vec p_1,\vec p_2) \to 0$, и остаются две независимые функции $f_0(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_2(\vec p_1,\vec p_2)$, отвечающие изотопическим спинам 0 и 2. Это приводит, как показано в [1], к соотношениям:

$$\lim_{\vec q\to 0} f_{++}(\vec p_1,\vec p_2) = 2 \lim_{\vec q\to 0} f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2) , \qquad /6/$$

$$\lim_{\vec q\to 0} f_{00}(\vec p_1,\vec p_2) = \lim_{\vec q\to 0} [f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2) + f_{+-}(\vec p_1,\vec p_2)] . \qquad /6'/$$

Для K-мезонов при $\vec q \to 0$ функция $f_0(\vec p_1,\vec p_2) \to 0$, и остается лишь одна функция $f_1(\vec p_1,\vec p_2)$. Это дает равенства /при $\vec q \to 0$ /:

$$f_{K^+K^+}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{K^\circ K^\circ}(\vec p_1,\vec p_2) = 2f_{K^+K^\circ}(\vec p_1,\vec p_2)\,. \qquad /7/$$

Подчеркнем, что равенства /6/ и /7/ относятся к структурным функциям, усредненным по проекциям изотопического спина начальных частиц при фиксированной энергии, т.е. речь фактически идет о суммировании сечений разных реакций. В случае процессов типа $dd \to \pi\pi X$, $dd \to KKX$ и т.п., когда изотопический спин начального состояния равен нулю, /6/ и /7/ связывают двухчастичные структурные функции уже для одной и той же инклюзивной реакции.

3. Приведенные выше результаты не связаны с модельными представлениями. Рассмотрим теперь статистическую модель, в рамках которой можно говорить о совокупности большого числа независимых одночастичных источников, излучающих π-мезоны с вероятностью, не зависящей от их заряда и слабо зависящей от энергии и направления вылета. Тогда двухчастичные структурные функции $f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_{+-}(\vec p_1,\vec p_2)$ равны друг другу, и их, в первом приближении, можно считать слабо зависящими от разности $\vec q = \vec p_1 - \vec p_2$. Что касается структурных функций $f_{++}(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_{00}(\vec p_1,\vec p_2)$, , то при достаточно большом различии в рассматриваемых импульсах они также совпадают с $f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_{+-}(\vec p_1,\vec p_2)$, т.е.

$$f_{++}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{00}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{+-}(\vec p_1,\vec p_2)\,. \qquad /8/$$

Однако для очень близких импульсов, когда $\vec q \to 0$, справедливы безмодельные равенства /6/ и /6'/, из которых следует, что

$$f_{++}(\vec p_1,\vec p_2) = f_{00}(\vec p_1,\vec p_2) = 2f_{+0}(\vec p_1,\vec p_2) = 2f_{+-}(\vec p_1,\vec p_2)\,. \qquad /8'/$$

Удвоение величины двухчастичной структурной функции тождественных частиц при $\vec p_1 \to \vec p_2$, по сравнению с ее значением для конфигураций с сильно различающимися импульсами, связано с интерференционными явлениями,

подробно рассмотренными в работах /2-4/. Там же показано, что область малых $\vec q$, в пределах которой имеет место заметное увеличение структурных функций $f_{++}(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_{00}(\vec p_1,\vec p_2)$, определяется линейными размерами излучающей системы /см. также ниже п.п. 5 и 6/. Из сопоставления /2'/ с равенствами /8/ и /8'/ вытекает, что при больших значениях $|\vec q|$ входящие в /2/ функции $f_0(\vec p_1,\vec p_2)$, $f_1(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_2(\vec p_1,\vec p_2)$ равны друг другу и слабо зависят от разности $\vec q$, а при $\vec q \to 0$ структурные функции $f_0(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_2(\vec p_1,\vec p_2)$ удваиваются, в то время как $f_1(\vec p_1,\vec p_2) \to 0$. Для пар K-мезонов аналогичным образом убеждаемся, что в рамках статистической модели при больших $|\vec q|$ функции $f_1(\vec p_1,\vec p_2)$ и $f_0(\vec p_1,\vec p_2)$, равны друг другу, а при $\vec q \to 0$ структурная функция $f_0(\vec p_1,\vec p_2)$, отвечающая нечетным орбитальным моментам, исчезает, в то время как функция $f_1(\vec p_1,\vec p_2)$ удваивается.

Если от π- и K-мезонов перейти теперь к произвольным бесспиновым частицам, относящимся к зарядовому мультиплету с изотопическим спином T, то картина остается примерно такой же. Для сильно различающихся импульсов все функции $f_t(\vec p_1,\vec p_2)$ совпадают, т.е. выражаются одной и той же функцией $f(\vec p_1,\vec p_2)$, слабо зависящей от $\vec q$. Тогда из соотношения /2/ сразу следует, что при любых изотопических проекциях m и m' структурная функция

$$f_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2) = f(\vec p_1,\vec p_2)\,, \qquad /9/$$

поскольку всегда справедливо нормировочное соотношение

$$\sum_{t=0}^{2T} |C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}|^2 = 1\,.$$

Однако, согласно /5/, функции $f_t(\vec p_1,\vec p_2)$, соответствующие таким значениям t, для которых сумма $t+2T$ является нечетным числом, при $\vec q \to 0$ обращаются в нуль.

Поэтому в области очень близких импульсов для любых t можно написать

$$f_t(\vec{p}_1,\vec{p}_2)=[1+(-1)^{2T+t}]f(\vec{p}_1,\vec{p}_2). \qquad /10/$$

Тогда при $\vec{q}\to 0$ на основании соотношения /2/ для совпадающих изотопических проекций сразу можно получить

$$f_{mm}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)=2f(\vec{p}_1,\vec{p}_2),$$

если учесть, что при нечетных значениях суммы $t+2T$ коэффициенты $C^{t,2m}_{Tm,Tm}=0$. С другой стороны, для несовпадающих изотопических проекций, когда $m\neq m'$, имеем:

$$f_{mm'}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)=f(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\cdot\sum_{t=0}^{2T}C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}\times$$
$$\times[1+(-1)^{t+2T}]=f(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\{1+\sum_{t=0}^{2T}C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}(-1)^{t+2T}\}.$$

Как известно, справедливо равенство

$$C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}(-1)^{t+2T}=C^{t,m+m'}_{Tm',Tm}.$$

Поэтому оставшаяся сумма принимает вид

$$\sum_{t=0}^{t=2T}C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}C^{t,m+m'}_{Tm',Tm}$$

и обращается в нуль из-за ортогональности состояний $|Tm,Tm'\rangle$ и $|Tm',Tm\rangle$. Поэтому окончательно

$$f_{mm'}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)=f(\vec{p}_1,\vec{p}_2)$$

или

$$f_{mm'}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)=\frac{1}{2}f_{mm}(\vec{p}_1,\vec{p}_2). \qquad /11/$$

Мы видим, что в обсуждаемой модели при $\vec{q}\to 0$ двухчастичная структурная функция тождественных частиц в два раза больше структурной функции для нетождественных частиц, принадлежащих к тому же изомультиплету. Заметим, однако, что после интегрирования /11/ по некоторой малой области импульсов в окрестности любого фиксированного импульса $\vec{p}$ мы приходим к равенству числа пар тождественных и нетождественных частиц:

$$F_{mm}(\vec{p})=F_{mm'}(\vec{p}). \qquad /12/$$

Различие между /11/ и /12/ связано с тем, что для тождественных частиц результат интегрирования функции $f_{mm}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)$ по перекрывающимся интервалам импульсов $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ надо разделить пополам /1/. Для неперекрывающихся импульсных интервалов из /11/ следует, конечно, соотношение

$$F_{mm}=2F_{mm'}. \qquad /12'/$$

4. Рассмотрим теперь статистическую модель для частиц с отличным от нуля спином s. При достаточно большой разности импульсов все функции $f_t(\vec{p}_1,\vec{p}_2)$ совпадают, т.е.

$$f_{mm'}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)=f_{mm}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)=f(\vec{p}_1,\vec{p}_2).$$

Учтем теперь, что для пары частиц, - как бозонов, так и фермионов, - входящих в один и тот же изомультиплет, справедливо соотношение

$$(-1)^{t+2T+S}=(-1)^L,$$

где S - полный спиновый момент системы. Если не интересоваться спиновыми состояниями, то для двухчастичных структурных функций, соответствующих определенным значениям t, можно написать

$$f_t=\sum_{S=0}^{2s}\frac{2S+1}{(2s+1)^2}f_{St},$$

где f_{St} - структурная функция с фиксированными S и t, а множитель при ней равен статистическому весу состояния с суммарным спином S.

При малых $\vec{q}$ в силу "вымирания" состояний с нечетными орбитальными моментами

$$f_{St}=f[1+(-1)^{t+2T+S}]. \qquad /13/$$

Поэтому с учетом/13/, в случае тождественных частиц

$$f_{mm}(\vec p_1,\vec p_2)=f(\vec p_1,\vec p_2)\sum_S\sum_t\frac{2S+1}{(2s+1)^2}[1+(-1)^{t+2T+S}]\times$$
$$\times|C^{t,2m}_{Tm,Tm}|^2=2f(\vec p_1,\vec p_2)\sum_S{}'\frac{2S+1}{(2s+1)^2}. \qquad /14/$$

Здесь Σ' означает суммирование только по четным S. Это связано с тем, что, как уже отмечалось выше, коэффициенты $C^{t,2m}_{Tm,Tm}$ отличны от нуля только при четных значениях суммы $2T+t$. Следовательно,

$$f_{mm}(\vec p_1,\vec p_2)=f(\vec p_1,\vec p_2)\sum_S\frac{2S+1}{(2s+1)^2}[1+(-1)^S],$$

что эквивалентно /14/. Для частиц с целым спином

$$\sum_S{}'(2S+1)=(2s+1)(s+1),$$

а для частиц с полуцелым спином

$$\sum_S{}'(2S+1)=(2s+1)s.$$

Таким образом, для бозонов

$$f_{mm}(\vec p_1,\vec p_2)=\frac{2(s+1)}{2s+1}f(\vec p_1,\vec p_2), \qquad /15/$$

в то время как для фермионов

$$f_{mm}(\vec p_1,\vec p_2)=\frac{2s}{2s+1}f(\vec p_1,\vec p_2). \qquad /15'/$$

Обратимся теперь к структурным функциям $f_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2)$ при $m\neq m'$. В этом случае при малых $|\vec q|$ имеем

$$f_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2)=f(\vec p_1,\vec p_2)\sum_S\sum_t\frac{2S+1}{(2s+1)^2}[1+(-1)^{t+2T+S}]\times$$
$$\times|C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}|^2=f(\vec p_1,\vec p_2)\{\sum_S\frac{2S+1}{(2s+1)^2}\sum_t|C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}|^2+$$
$$+\sum_S\frac{2S+1}{(2s+1)^2}(-1)^S\sum_t C^{t,m+m'}_{Tm,Tm'}C^{t,m+m'}_{Tm',Tm}\}.$$

Поскольку $\Sigma_S\frac{2S+1}{(2s+1)^2}=1$, причем первая сумма по t также равна единице, а вторая сумма по t, как уже отмечалось выше, равна нулю, ясно, что

$$f_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2)=f(\vec p_1,\vec p_2).$$

В результате получается, что для бозонов при $\vec q\to 0$ отношение двухчастичных структурных функций тождественных и нетождественных частиц

$$\frac{f_{mm}(\vec p_1,\vec p_2)}{f_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2)}=1+\frac{1}{2s+1}>1, \qquad /16/$$

а для фермионов аналогичное отношение равно

$$\frac{f_{mm}(\vec p_1,\vec p_2)}{f_{mm'}(\vec p_1,\vec p_2)}=1-\frac{1}{2s+1}<1. \qquad /16'/$$

5. Как мы убедились выше, в некоторых случаях существует прямая связь между эффективными сечениями образования пар тождественных и нетождественных частиц, принадлежащих к одному и тому же изотопическому мультиплету. Это позволяет выяснить вопрос о характере "вымирания" нечетных относительных орбитальных моментов при $\vec q\to 0$.

Начнем со статистической модели, в рамках которой двухчастичные структурные функции пар π-мезонов связаны при $\vec q\to 0$ равенствами /11/. Поведение структурных функций для пар тождественных пионов изучалось, например, в работах /3, 5/. Там было показано, что

$$f_{++}(\vec p_1,\vec p_2)=f_{--}(\vec p_1,\vec p_2)=f_{00}(\vec p_1,\vec p_2)=C(1+\Delta(q)), \qquad /17/$$

где $\Delta(q)$ - функция 4-импульса $q=p_1-p_2$, обращающаяся в единицу при $q=0$ и в нуль при $q\to\infty$. Конкретный вид функции $\Delta(q)$ определяется временем жизни возбужденной системы τ и ее геометрической структурой. Если, например, речь идет о равномерно светящемся шаре радиуса R, то

$$\Delta(q) = I^2(q_\perp R/\hbar)[1+(q_0 r/\hbar)^2]^{-1}, \qquad /18/$$

где q_0 - разность энергий π-мезонов, $q_\perp$ - проекция разности их импульсов $\vec{q}$ на направление, перпендикулярное вектору суммы импульсов, а $I(x) = 2J_1(x)/x$, где $J_1(x)$- первая функция Бесселя. Если пространственная плотность источников определяется функцией Гаусса

$$\exp[-\frac{1}{2}(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2})],$$

то вместо /18/ следует написать

$$\Delta(q) = \exp[-(q_x^2 a^2 + q_y^2 b^2 + q_z^2 c^2)/h^2][1+(q_0 r/\hbar)^2]^{-1}. \qquad /19/$$

Множитель C в /17/, вообще говоря, зависит от $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$/см., напр., /5/ /, но интервал импульсов, на котором его величина заметно изменяется, уже не связан с размерами излучающей области R и определяется другими факторами, в частности, - радиусом сильных взаимодействий $r \approx \hbar/m_\pi c$. Если в соответствии с духом статистической теории считать $r \ll R$, то в интересующей нас области, когда $|\vec{q}| \approx \hbar/R$, величину C можно полагать константой.

Для нетождественных π-мезонов структурные функции f_{+0} и f_{+-} при условии справедливости статистической модели в области $|\vec{q}| \approx \hbar/R$ остаются постоянными и, на основании /11/ и /17/, можно записать

$$f_{+0}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = f_{+-}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = C. \qquad /20/$$

С другой стороны, из соотношений /2'/ следует, что

$$f_1(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 2f_{+0}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) - f_{++}(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \qquad /21/$$

т.е.

$$f_1(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = C(1 - \Delta(q)). \qquad /21'/$$

При $q = 0$ функция $f_1(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 0$, при больших q, когда $|\vec{q}| \gg \hbar/R$ и $|q_0| \gg \hbar/r$, $f_1(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = f_2(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = C$.

Иными словами, "вымирание" нечетных относительных орбитальных моментов определяется не характерными размерами $\hbar/m_\pi c$ и длительностью $\hbar/m_\pi c^2$, а размерами излучающей системы и длительностью процесса излучения. Заметим, что для пар K-мезонов сходные рассуждения также приводят к соотношению /21'/, но для инклюзивной функции $f_0(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$, в то время как инклюзивная функция $f_1(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ описывается равенством /17/.

6. Полученный только что вывод о характере "вымирания" нечетных орбитальных моментов справедлив не только в рамках статистической теории; рассматриваемый как качественное утверждение, он имеет общее значение. Для иллюстрации его справедливости рассмотрим модель, очень далекую по своим свойствам от статистической, а именно - реакцию совместного образования бесспиновой частицы и резонанса, при последующем распаде которого появляется еще одна частица, принадлежащая к тому же изотопическому мультиплету, что и первая. Для определенности остановимся на процессе типа

$$K a \to K \phi^\circ a, \quad \phi^\circ \to K\bar{K}, \qquad /22/$$

который можно записать также в виде

$$K a \to a K K \bar{K}. \qquad /22'/$$

В дальнейшем мы будем интересоваться конечным состоянием, в котором один из K-мезонов, - соответствующий ему символ стоит в /22/ на первом месте, - имеет импульс $\vec{p}_1$, второй - $\vec{p}_2$, а импульс $\bar{K}$-мезона равен $\vec{p}_3$. Для простоты будем также пренебрегать небольшим различием масс заряженных и нейтральных K-мезонов.

Реакция /22′/ может идти по шести каналам, которые выписаны ниже вместе с их сечениями:

$$K^+a \to K^+K^+K^-a, \quad K^\circ a \to K^\circ K^\circ \bar{K}^\circ a; \quad \sigma^{I}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3)$$
$$K^+ a \to K^+K^\circ\bar{K}^\circ a, \quad K^\circ a \to K^\circ K^+K^- a; \quad \sigma^{II}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) \qquad /23/$$
$$K^+ a \to K^\circ K^+\bar{K}^\circ a, \quad K^\circ a \to K^+K^\circ K^- a; \quad \sigma^{III}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3).$$

Эффективные сечения изотопически сопряженных каналов совпадают, в силу чего совокупность реакций /23/ характеризуется не шестью, а только тремя эффективными сечениями σ^I, σ^{II} и σ^{III}, зависящими от импульсов $\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3$.

Если просуммировать конечные продукты всех каналов /23/ с весами, пропорциональными соответствующим эффективным сечениям, то образуется изотопически неполяризованная смесь, к которой полностью применим подход, развитый в /1/*. Поэтому, подсчитывая число событий, в которых К-мезоны, входящие в пары K^+K^+ и K^+K°, имеют импульсы $\vec p_1$ и $\vec p_2$, можно на основании соотношения /2″/ записать

$$\sigma^{I}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) = f_1(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3)$$
$$\sigma^{II}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) + \sigma^{II}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) = \frac{1}{2} f_1(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) + \qquad /24/$$
$$+ \frac{1}{2} f_0(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3),$$

где f_1 и f_0 - эффективные сечения, соответствующие триплетному и синглетному изотопическим состояниям системы двух конечных К-мезонов. Отсюда следует, что

$$f_0(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) = 2[\sigma^{II}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) + \sigma^{III}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3)] - \qquad /24'/$$
$$- \sigma^{I}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3).$$

* В отличие от /1/, в данном случае речь идет не об инклюзивных реакциях, а о реакциях с фиксированным числом конечных частиц, обладающих вполне определенными значениями импульсов. Однако это обстоятельство не имеет значения, поскольку при выводе соотношений работы /1/ используется только изотопическая структура рассматриваемых процессов.

Реакция, в которой возникает пара K^+K^+, может, вообще говоря, осуществляться двумя путями: в одном случае при распаде ϕ°-мезона образуется частица с импульсом $\vec p_1$, во втором - с импульсом $\vec p_2$. Поэтому, полагая для сокращения записи $\hbar = c = 1$, можно в интересующей нас кинематической области, в которой $\vec p_1 \approx \vec p_2$ и оба пути интерферируют, представить эффективное сечение σ' в виде

$$\sigma^{I}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) = \left| \frac{C(\vec p_1, \vec p_2 + \vec p_3)}{m_{23}^2 - m_\phi^2 + i m_\phi \Gamma_\phi} + \frac{C(\vec p_2, \vec p_1 + \vec p_3)}{m_{13}^2 - m_\phi^2 + i m_\phi \Gamma_\phi} \right|^2. \qquad /25/$$

Здесь m_{13} и m_{23} - эффективные массы продуктов распада ϕ-мезона, m_ϕ - масса ϕ-мезона, Γ_ϕ - его ширина, а C - некоторая функция, вид которой определяется амплитудой генерации ϕ-мезона в реакции /22/.

Что касается реакций, в которых образуются пары K^+K°, то в них при распаде ϕ°-мезона может возникать только одна из этих частиц. Следовательно,

$$\sigma^{II}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) = \left| \frac{C(\vec p_1, \vec p_2 + \vec p_3)}{m_{23}^2 - m_\phi^2 + i m_\phi \Gamma_\phi} \right|^2,$$
$$\sigma^{III}(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) = \left| \frac{C(\vec p_2, \vec p_1 + \vec p_3)}{m_{13}^2 - m_\phi^2 + i m_\phi \Gamma_\phi} \right|^2. \qquad /26/$$

Подставляя /25/ и /26/ в /24′/, получим

$$f_0(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3) = \left| \frac{C(\vec p_1, \vec p_2 + \vec p_3)}{m_{23}^2 - m_\phi^2 + i m_\phi \Gamma_\phi} - \frac{C(\vec p_2, \vec p_1 + \vec p_3)}{m_{13}^2 - m_\phi^2 + i m_\phi \Gamma_\phi} \right|^2 \qquad /27/$$

Легко видеть, что при $\vec p_1 = \vec p_2$ функция $f_0(\vec p_1, \vec p_2, \vec p_3)$ обращается в нуль, как и должно быть для пары К-мезонов с нечетным относительным орбитальным моментом.

Поскольку ϕ-мезон является узким резонансом, можно в интересующей нас области $\vec p_1 \approx \vec p_2$ пренебречь зависимостью функции C от импульсов и считать ее константой. В этом приближении

$$f_0(\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3) \sim \left| \frac{1}{m^2_{23}-m^2_\phi+im_\phi\Gamma_\phi} - \frac{1}{m^2_{13}-m^2_\phi+im_\phi\Gamma_\phi}\right|^2. \qquad /27'/$$

Если, по аналогии с работой [2], проинтегрировать /27'/ по переменной

$$x = \frac{m^2_{13}+m^2_{23}-2m^2_\phi}{2m_\phi\Gamma_\phi}, \qquad /28/$$

распространив пределы интегрирования от $-\infty$ до $+\infty$, то структурная функция f_0 будет зависеть только от аргумента

$$y = \frac{m^2_{23}-m^2_{13}}{2m_\phi\Gamma_\phi}. \qquad /29/$$

При этом оказывается, что

$$f_0(y) \sim 1 - \frac{1}{1+y^2}. \qquad /30/$$

Эффективные массы m_{23} и m_{13} можно выразить через 4-импульсы p_1, p_2 и p_3:

$$m^2_{23} = (p_2+p_3)^2, \quad m^2_{13} = (p_1+p_3)^2.$$

Поэтому $m^2_{23} - m^2_{13} = p_\phi(p_1-p_2)$,

если для 4-импульса резонанса в области, где существенна интерференция, принимается естественное определение

$$p_\phi = \frac{1}{2}[(p_1+p_3)+(p_2+p_3)].$$

Соотношение /29/ можно теперь записать в виде

$$y = \frac{p_\phi(p_2-p_1)}{m_\phi\Gamma_\phi} = q_0\tau_\phi - \vec{q}\vec{\ell}_\phi, \qquad /29'/$$

где τ_ϕ - время жизни ϕ-мезона, $\vec{\ell}_\phi$ - его распадный пробег, q_0 - разность энергий частиц, $\vec{q}$ - разность их импульсов. Равенство /29/ справедливо в любой системе отсчета, но особенно простой вид оно принимает в системе центра инерции частиц 1 и 2, в которой $q_0 = 0$ и $y = -\vec{q}\vec{\ell}_\phi$.

В этой системе отсчета

$$f_0(y) \sim 1 - \frac{1}{1-(\vec{q}\vec{\ell}_\phi)^2}, \qquad /30'/$$

то-есть мы снова убеждаемся, что "вымирание" нечетных орбитальных моментов определяется размерами той области пространства, в которой происходит генерация частиц. В данном случае эти размеры совпадают с распадным пробегом резонанса ℓ_ϕ, и двухчастичная структурная функция f_0 резко падает при $|\vec{q}| \lesssim h/\ell_\phi$.

Структурные функции состояний с нечетными орбитальными моментами в обычных экспериментах непосредственно не измеряются. Однако "вымирание" этих состояний при $\vec{q} \to 0$ отражается на поведении наблюдаемых величин, в частности, угловых распределений относительного импульса $\vec{q}$. Этот вопрос требует особого рассмотрения.

Литература

1. *В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий. ОИЯИ Р2-7807, Дубна, 1974.*
2. *В.Г.Гришин, Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 13, 1116, 1971.*
3. *Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 19, 434, 1974.*
4. *Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 18, 656, 1973.*
5. *Г.И.Копылов. ОИЯИ, Р2-7211, Дубна, 1973.*

*Рукопись поступила в издательский отдел
4 июля 1974 года.*