ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P2 - 8052

М.В.Гершкевич, А.В.Ефремов

ПЕРЕРАССЕЯНИЕ "РЕДЖИОНОВ" В ТЕОРИИ φ^4

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 8052

М.В.Гершкевич, А.В.Ефремов

ПЕРЕРАССЕЯНИЕ "РЕДЖИОНОВ" В ТЕОРИИ φ^4

Направлено в ТМФ

Гершкевич М.В., Ефремов А.В. **P2 - 8052**

Перерассеяние "реджионов" в теории ϕ^4

В α-представлении выполняется суммирование всех логарифмов диаграммы мандельстамовского типа в теории ϕ^4. Показано, что несмотря на отсутствие быстрого убывания, амплитуды рассеяния за массовой поверхностью перерассеяния как полюсов Редже, так и неподвижных корневых ветвлений, возникающих в теории ϕ^4 наряду с полюсами Редже, описываются обычной формулой.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974

Gershkevich M.V., Efremov A.V. **P2 - 8052**

The Reggeon Rescattering in ϕ^4-Theory

In the α-representation all logarithms of the Mandelstam diagram in the ϕ^4-theory are summed up. It is showed that despite the absence of the rapid decrease of the off-shell scattering amplitude the rescatterings of the Regge poles as well as the fixed square-root branch points, appearing in the ϕ^4-theory together with the Regge poles, are described by the usual fomula.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

1. Введение

На существование движущихся разрезов в комплексной плоскости углового момента при высоких энергиях, которые играют столь существенную роль в современной феноменологии, впервые указали Амати, Фубини и Стангеллини /1/. В дальнейшем оказалось, что рассмотренная ими плоская диаграмма генерирует разрез на нефизическом листе, который аннулируется многочастичными вкладами /по крайней мере, на физическом листе /2, 3/ /. Затем эти разрезы были обнаружены в неплоских диаграммах теории ϕ^3 и явились предметом изучения многих работ /4/ /там же подробная библиография/.

Ясно, однако, что теория ϕ^3 ни в коей мере не может служить моделью для описания истинной картины взаимодействий. Поэтому были предприняты попытки исследовать явления перерассеяния реджионов, основываясь на общих свойствах амплитуды рассеяния. Наибольшего успеха в этом отношении удалось достичь в реджионной технике Грибова /5/ и квазипотенциальном подходе /6/, в которых в рамках предположения о достаточно быстром убывании амплитуды либо с ростом массы внешних частиц, либо с ростом передачи импульса /вплоть до $t \sim s$ / перерассеяние реджионов действительно приводит к движущимся ветвлениям. Однако подобные свойства отсутствуют в более реалистических теориях типа электродинамики или γ^5-теории, хорошей моделью которой является теория ϕ^4. Последнее обстоятельство вызвало сомнения /7/ в правомочности реджионной техники. Дать ответ на эти сомнения могло лишь рассмотрение диаграммы мандельстамовского типа /*рис. 1*/, по крайней мере, в теории ϕ^4. Именно этому вопросу и посвящена настоящая статья.

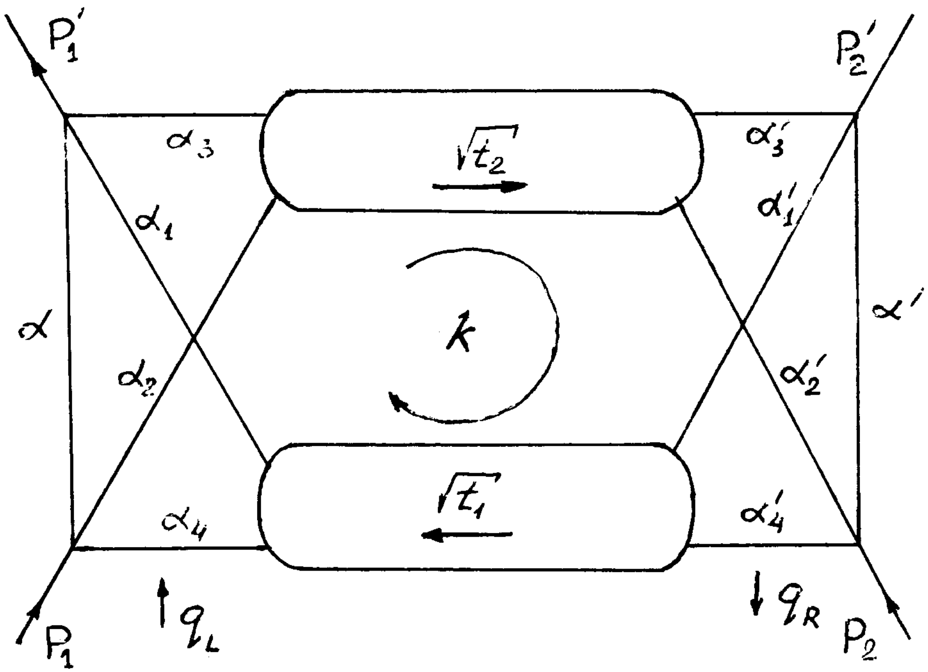

Рис. 1

Регуляризованный вклад произвольной диаграммы на *рис. 1* в α-представлении представим в виде

$$T(S,t) = H\int_0^\infty \Pi R(\xi_\sigma) \frac{\alpha_\sigma^{\xi_\sigma} d\alpha_\sigma}{D^2(\alpha)} \exp[\,A(\alpha)\,S + J(\alpha,t;m)\,], \quad /1/$$

где для устранения расходимостей использован метод аналитической регуляризации Спира [8] /оператор $R(\xi_\sigma)$/.

Об асимптотическом поведении диаграммы удобно говорить на языке ведущей особенности в комплексной плоскости меллиновского параметра, введенного вместо большой переменной $S = \frac{s-u}{2}$ / s, t, u - обычные мандельстамовские переменные/, совпадающей с ведущими особенностями комплексного углового момента .

Из-за существования двух разрезов в комплексной S -плоскости аккуратный переход к этому параметру требует выделения положительной и отрицательной сигнатур, т.е.

$$T^\pm(S,t) = -\frac{1}{4i}\int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} dj\, \frac{(-S)^j \pm S^j}{\sin \pi j}\, \frac{\Phi^\pm(j;t)}{\Gamma(j+1)}, \quad /2/$$

где

$$\Phi^\pm(j;t) = H'\int_0^\infty \Pi R(\xi_\sigma) \frac{\alpha_\sigma^{\xi_\sigma} d\alpha_\sigma}{D^2(\alpha)} |A(\alpha)|^j [\,\theta(A) \pm \theta(-A)\,] e^{J(\alpha,t;m)}, \quad /3/$$

а H' - степень $h/16\pi^2$, равная порядку диаграммы.

Особенности функции $\Phi^\pm(j;t)$ в комплексной j -плоскости могут происходить как из-за обращения функции $A(\alpha)$ в нуль на краю области интеграции по переменным α /так называемые краевые особенности, возникающие из-за "асимптотического режима" некоторых подграфов/, так и в середине области интеграции /неплоские особенности, возникающие за счет сокращения в $A(\alpha)$ слагаемых с разными знаками/.

Для описания асимптотического режима подграфов V удобно воспользоваться стандартной процедурой, т.е. каждому из V сопоставить параметр λ_V, так что

$$\alpha_\sigma = \lambda_V\, \alpha_\sigma \;; \qquad \sum_{\sigma\in V} \alpha_\sigma = \lambda_V \,. \quad /4/$$

При этом, если объединение V содержит C_V независимых циклов и L_V линий, то:

$$\prod_{\sigma\in V} \frac{d\alpha_\sigma\, \alpha_\sigma^{\xi_\sigma}}{D^2(\alpha)} = \lambda_V^{\xi_V - \omega_V - 1}\, d\lambda_V \prod_{\sigma\in V} \frac{d\alpha_\sigma\, \alpha_\sigma^{\xi_\sigma}}{D^2(\alpha)}\, \delta(1 - \sum_{\sigma\in V} \alpha_\sigma),$$

где

$$\omega_V = 2C_V - L_V \;; \qquad \sum_{\sigma\in V} \xi_\sigma = \xi_V \,. \quad /5/$$

Интеграции по λ_V в окрестности $\lambda_V \approx 0$ порождают краевые особенности - полюса $(j - \omega_V + \xi_V)^{-1}$.

Отличительной чертой диаграммы *рис. 2* /диаграмма *рис. 1*, в которой блоки представляют собой лестницы с заштрихованными ядрами в качестве ступенек/ в теории ϕ^4 является наличие кратных полюсов в точке $j = 0$, происходящих как из-за асимптотического режима всей диаграммы, так и из-за наличия расходимостей в ядрах. Это соответствует поведению типа $\ell n\, S(\ell n\, S)^k\ (\ell n\, S)^m$. Суммирование собирает эти дополнительные логарифмы в асимптотику четырехточечного блока в пределе, когда все скалярные произведения внешних по отношению к нему импульсов велики, т.е. все $p_i\, p_j$, $p^2 \approx \Lambda^2 \gg m^2$. Как известно /9/, четырехвершинный блок в этом пределе с точностью до множителя $d(\Lambda^2)$ $(D(p^2) = d(p^2)/(p^2-m^2))$ имеет смысл заряда на малых расстояниях /"затравочного заряда"/ и тесно связан с характером ренормировки в теории и поведением функции типа Гелл-Манна-Лоу. Из-за асимптотического характера своего ряда теория возмущений, по-видимому, не может сказать, каков же характер ренормировки, поэтому здесь мы вынуждены делать предположения. Наиболее естественным нам кажется предположение о конечности ренормировки заряда, т.е. о конечном пределе инвариантного заряда при $\Lambda^2 \to \infty$. Такое предположение эквивалентно масштабному поведению грииовских функций в теории и приводит к картине высокоэнергетических процессов /10/, согласующейся с экспериментальными наблюдениями. В рамках этой гипотезы суммирование дополнительных полюсов из-за расходимостей верхнего и нижнего блоков и приводит к смещению простого полюса в точке $j = 0$ влево на величину 4ϵ, где ϵ - аномальная размерность мезонного пропагатора $(d(\Lambda^2) \approx \Lambda^{2\epsilon}$ при $\Lambda^2 \to \infty$ /, т.е. асимптотика оказывается падающей.

Другой характерной чертой диаграммы *рис. 2* являются особенности, связанные с асимптотическим режимом краевых подграфов, стягивание которых в точку соединяет концы p_I и p_I' или p_2 и p_2' /например, сжатие подграфа V_L в точку на *рис. 2* приводит к соединению концов p_I и p_I' /. Для каждой конечной диаграммы они порождают полюс некоторого порядка в точке $j = -1$./В теории ϕ^3 такого рода особенности дают полюс второго порядка

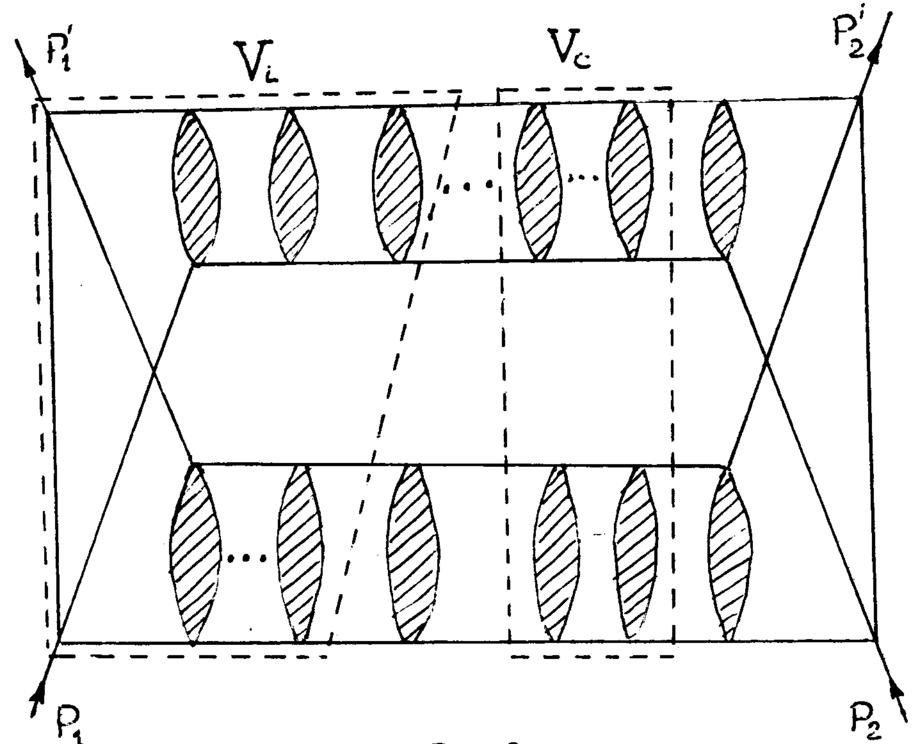

Рис. 2

в точке $j = -3$ независимо от числа "ступенек" верхней и нижней "лестниц"/. Однако порядок полюса с ростом числа ядер верхней и нижней лестниц растет, так что суммирование этих особенностей дает для функции $\Phi(j)$ в /2/ выражение

$$\Phi(j) \approx \frac{1}{j(j+1)^2}\left[\frac{j+1-4r_0^2}{(j+1-r_0^2)(j+1-2r_0^2)}\right], \quad /6/$$

где $r_0^2 = Z^2(h_0/16\,\pi^2)^2$, Z - постоянная ренормировки, а h_0 - "затравочный заряд". Ведущей особенностью в /6/ является либо полюс второго порядка в точке $j = -1 + 2r_0^2$ при $2r_0^2 > 1$, либо простой полюс в нуле.

Третий тип особенностей связан с обращением в нуль $A(\alpha)$, имеющей для диаграммы *рис. 1* вид /7/, за счет обращения в нуль функций X_L и X_R в середине области интеграции по α и обращения $A(\alpha)$ в нуль на краю области. Именно этот тип особенности приводит в теории ϕ^3 к движущемуся ветвлению в точке $j = \alpha_1(t) + \alpha_2(t) - 1$, связанному с "перерассеянием реджионов" $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$, соответствующих верхнему и нижнему блокам. Из рассмотрения следует, что эта же особенность остается и в теории ϕ^4, несмотря на неубывание амплитуды с ростом масс внешних частиц. Этот вывод является основным результатом работы.

2. *Неплоские особенности диаграммы*

Согласно Полкингхорну /3/, функция $A(\alpha)$ для диаграммы *рис. 1* представима в виде

$$A(\alpha) = \alpha\alpha'[\,\Delta(\alpha)\; X_L^{(\alpha)} X_R(\alpha) + \bar{A}(\alpha)\,], \qquad /7/$$

где $\Delta(\alpha) = D_b(\alpha)\; D_H(\alpha)/D(\alpha)$, а $D_b(\alpha)$ $(D_H(\alpha))$ и $D(\alpha)$ - определители верхнего /нижнего/ блока и всей диаграммы, соответственно.

$$X_L(\alpha) = \alpha_1\alpha_2 - \alpha_3\alpha_4 + Q_L(\alpha)\;;$$
$$/8/$$
$$X_R(\alpha) = \alpha_1'\alpha_2' - \alpha_3'\alpha_4' + Q_R(\alpha)\;,$$

$Q_{L,R}(\alpha)$ - функции переменных , обращающиеся в нуль в главном приближении /т.е. когда обращаются в нуль параметры α, соответствующие блокам верхней и нижней лестниц/, а функция $\bar{A}(\alpha)$ может быть представлена в виде

$$\bar{A}(\alpha) = a_1(\alpha)\; A_b(\alpha) + a_2(\alpha)\; A_H(\alpha) + 0(\alpha^2)\;, \qquad /9/$$

где $A_{b,H}(\alpha)$ - коэффициенты при переменной S в α - представлении амплитуды рассеяния, описываемой верхним и нижним блоками /*рис. 1*/, а $a_{1,2}(\alpha)$ - функции переменных α, которые в главном приближении равны единице. Произведение $A_b(\alpha)\;A_H(\alpha)$, обозначенное в /9/ как $0(\alpha^2)$, вклада в асимптотику не дает, так как

если сделать "скейлинг" типа /4/ для подграфа V_c, представляющего собой объединение ядер верхних и нижних лестниц /*рис. 2*/, то этот член даст λ_V^2.

Для выделения неплоских особенностей, возникающих из-за знаконеопределенности функций $X_{L,R}(\alpha)$, следуя Тиктопулосу /11/, вводим новые переменные η_1 и η_2 на гиперповерхности переменных α. Тогда $|A|\;\epsilon_\pm(A)$ из выражения /3/ с помощью биномиального разложения и перехода от суммирования к интегрированию по параметру j' в комплексной j'-плоскости можно записать в виде

$$|A(\alpha)|^j\;\epsilon_\pm(A) =$$
$$= \delta(X_L)\,\delta(X_R)\left(-\frac{1}{4i}\right)\int_{\delta_1 - i\infty}^{\delta_1 + i\infty} dj'\;\frac{\Gamma(j+1)}{\Gamma(j-j'+1)\,\Gamma(j'+1)}\;\times$$
$$/10/$$
$$\times\;\frac{e^{i\pi j'} \pm 1}{\sin\pi j'}\;\Delta^{j'}(\alpha)\;|\bar{A}(\alpha)|^{j-j'}\;\epsilon_\pm(\bar{A})\;K^\pm(j')\;,$$

где

$$K^\pm(j') = \int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1} d\eta_1\,d\eta_2\,|\eta_1\eta_2|^{j'}\;\epsilon_\pm(\eta_1\eta_2) = 2\left[\frac{1}{(j'+1)^2} \pm \frac{1}{(j'+1)^2}\right]. \qquad /11/$$

Из /11/ видно, что разрезы дают вклад только в $\Phi^+(j;t)$.

В выражении /10/, смещая линию δ_1 влево до тех пор, пока интеграл по j' не будет пренебрежимо мал и учитывая лишь вклад полюса в точке $j' = -1$, имеем

$$\Phi^+(j;t) = \frac{H'}{(j+1)^2}\int_0^\infty \prod_\sigma R(\xi_\sigma)\;\frac{d\xi_\sigma\; d\alpha_\sigma}{D^2(\alpha)\;\Delta(\alpha)}\;\delta(X_L)\,\delta(X_R)\;e^{J(\alpha,t;m)}\;\times$$
$$/12/$$
$$\times\;\frac{\exp i\pi(j+1) + 1}{\Gamma(j+2)\;\sin\pi(j+1)}\;|\bar{A}(\alpha)|^{j+1}\;\epsilon_\pm(\bar{A})\;.$$

Множитель $(j+1)^{-2}$ появляется из-за интеграции по параметрам α и α' в окрестности $\alpha, \alpha' \approx 0$. Выражение $|\bar{A}(\alpha)|^{j+1}\;\epsilon_\pm(\bar{A})$ опять может быть представлено в виде свертки по параметру j'':

$$|\bar{A}(a)|^{j+1}\,\epsilon_{\pm}(\bar{A}) = -\frac{1}{2i\pi}\int\limits_{\delta_2-i\infty}^{\delta_2+i\infty} dj''\,\frac{\Gamma(j+2)\,\Gamma(-j'')}{\Gamma(j-j''+2)}\,[\,a_1 A_b(a)]^{j+1-j''}\times \qquad /13/$$

$$\times[\,a_2\,A_H\,(a)\,]^{j''}\,.$$

Сжатие некоторого числа ядер верхней и нижней лестниц превращает диаграмму в двусвязную. Если через левый "крест" проходит импульс q_L, а через правый - q_R и через области, находящиеся между сжатыми ядрами нижней /верхней/ лестницы, - импульс $\sqrt{t_1}$($\sqrt{t_2}$), то можно выполнить переход к внутренним инвариантам Друммонда /12/. Интегрирование по 4-импульсу петли k между лестницами /*рис. 1*/ заменяется на интегрирования по квадратам вышеуказанных импульсов и якобиан такого преобразования при $S\to\infty$; $t/S, m^2/S\to 0$ и конечных t_1 и t_2 есть $I\approx\theta(r)/\sqrt{r(t_1,t_2)}$, где $r(t_1,t_2)$ - функция треугольника:

$$r(t_1,t_2) = -t^2 - t_1^2 - t_2^2 + 2(tt_1 + tt_2 + t_1 t_2)\ .$$

Однако область интегрирования по инвариантам Друммонда $k_i^2 = q^2_{L,R}$, $t_{1,2}$ есть $-\infty < k_i^2 < 0$. Поэтому необходимо рассмотреть подобласти $-k_i^2 < S$ и $-k_i^2 > S$. Для первой из них поведение блоков определяется особенностями в j -плоскости и справедливы аргументы Грибова, приводящие к движущимся ветвлениям. Вторая же подобласть является масштабно подобной; здесь все расстояния малы, а поведение определяется размерностью четырехточечной функции - нормальной или аномальной, связанной с характером ренормировки заряда. Как мы уже видели, вклад этой подобласти оказывается убывающим.

Таким образом, мы получили, что особенности диаграммы *рис. 1*, связанные с неплоскими особенностями краевых подграфов, выражаются через свертку парциальных амплитуд рассеяния верхнего и нижнего блоков $\Phi_b(j'';t_2)$ и $\Phi_H(j+1-j'';t_1)$, а также через функции "крестов" f_L и f_R, которые зависят от инвариантных комбинаций начальных / p_1 и p_2 / и конечных / p_1' и p_2' / импульсов и t_1, t_2:

$$\Phi^{+}(j;t) \approx \int^{0} \frac{dt_1\ dt_2}{\sqrt{r(t_1,t_2)}}\, f_L\, f_R \int\limits_{\delta_2-i\infty}^{\delta_2+i\infty} dj''\, C^{+}(j;j'')\times \qquad /14/$$

$$\times\,\Phi_b(j\ \ ;t_2)\ \Phi_H(j+1-j'';t_1)\ .$$

Ведущими особенностями $\Phi_{b,H}(j;t)$ в теории возмущений являются полюса некоторого порядка в точке $j=0$. Как известно /7/, суммирование всех таких полюсов приводит к следующему выражению:

$$\Phi_{b,H}\ (j;t) = C^2(t)\,[\,u(j) - B(t)\,]^{-1}\,, \qquad /15/$$

которое наряду с движущимися полюсами Редже из-за обращения в нуль занаменателя обладает и неподвижными особенностями, входящими через $u(j)$, вид которых зависит от характера ренормировки заряда. В случае конечной ренормировки ими являются корневые точки ветвления, положение которых определяется величиной затравочного заряда. Мы не знаем, какая из этих особенностей является ведущей, хотя полагаем, что рост полного сечения pp -рассеяния и продолжающееся вплоть до энергий ISR сужение конуса свидетельствует в пользу полюса $(j-\alpha_P(t))^{-1}$. Во всяком случае, перерассеяние двух ветвлений $\sqrt{j\ -\alpha_0}$, описываемое диаграммой *рис. 1*, дает, согласно /14/,

$$\Phi_1\,(j;t) \approx C_1(t)\,(j+1-2\alpha_0)^2\,\ell n(j+1-2\alpha_0)\ , \qquad /16/$$

которое получается и в главном приближении, а перерассеяние полюса и ветвления

$$\Phi_2\,(j;t) \approx C_2(t)\,\sqrt{j+1-\alpha_0-\alpha_P(t)}\ . \qquad /17/$$

Перерассеяние же двух полюсов приводит к обычной формуле.

3. Заключение

Итак, основным результатом нашей работы является подтверждение того, что особенность в точке $j = \alpha_1 + \alpha_2 - 1$ из-за "перерассеяния реджионов" характерна не только для теорий с достаточно быстрым убыванием амплитуд рассеяния с ростом внешних масс, но и для теорий, где подобное убывание отсутствует. Конкретно это показано на примере диаграммы мандельстамовского типа в теории ϕ^4. Ясно, однако, что это заключение справедливо и для юкавского взаимодействия фермионов со скалярным, псевдоскалярным и нейтральным векторным обменами. В этом смысле одно из главных предположений "реджионной техники" Грибова /5/ оказывается излишним.

Конечно, у этих теорий достаточно своеобразия, усложняющего механизм передачи квантовых чисел. В частности, во многих каналах, в том числе и в вакуумном, кроме движущихся полюсов, появляются корневые точки ветвления. Характерно, что причиной возникновения этих точек ветвления оказывается масштабное поведение амплитуд /или гриновских функций/ на малых расстояниях т.е. эта особенность, в отличие от полюсов Редже, как бы характеризует центральное взаимодействие элементарных частиц. Однако основным возражением против корневой особенности в качестве особенности Померанчука является предсказываемое ею падение полных сечений как $(\ln S)^{-3/2}$. В этом отношении положение с полюсным помероном более благоприятно. Хотя модели с подобным помероном и разрезами из-за перерассеяния померонов и дают малую величину прироста полного сечения pp- рассеяния /14/ в области ISR / $400 < S < 3000$ /ГэВ/^{2}, - пока неясно, не связано ли это с необычной электромагнитной поправкой небетовского типа /15/. Другая возможность заключается в том, что, по-видимому, померон есть нечто более сложное, чем простой полюс, - например, возникает в результате столкновения полюса с разрезом в корневой точке ветвления при $t = 0$, как в квазиполюсной модели /16/.

Литература

1. D.Amati, S.Fubini and A.Stanghelini. Nuovo Cim., 26, 896 (1962).
2. S.Mandelstam. Nuovo Cim., 30, 1127 (1963).
3. I.C.Polkinghorne. Journ. of Math.Phys., 4, 1396 (1963).
4. G.E.Hite. Acta Physica Austriaka, Suupl. VIII, 80 (1970).
   P.V.Landshoff. Acta Physica Austriaka, Suppl. VII, 154 (1970).
5. В.Н.Грибов. ЖЭТФ, 26, 414 /1968/.
6. V.R.Garsevanishvili et al. Proc. of Coral Gables Conf. 1969, p. 74.
   См. также обзор В.Р. Гарсеванишвили и др. ЭЧАЯ, 1, 92 /1970/.
7. V.M.Budnev et al. Preprint JINR E2-5509 (1970).
   A.V.Efremov et al. Preprint JINR E2-4572 (1969).
   см. также "Материалы Межд. совещания по аналит. свойствам амплитуд", Серпухов, 1969.
8. E.R.Speer. Journ. of Math.Phys., 9, 1404 (1968).
9. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в квантовую теорию поля. Гостехиздат, М., 1957.
10. В.М.Буднев и др. ТМФ, 6, 55 /1971/.
    A.V.Efremov. Preprint JINR E2-6612 (1972).
    I.F.Ginzburg. Novosibirsk 90, Preprint TP-74 (1972).
11. G.Tiktopoulos. Phys.Rev., 131, 2373 (1963).
12. I.T.Drummond. Nuovo Cim., 29, 720 (1963).
13. A.V.Efremov, R.Peschanski. Preprint JINR E2-6350 (1972).
14. К.Г.Боресков и др. ЯФ, 14, 814 /1971/.
15. Л.Д.Соловьев. ЖЭТФ, 49, 292 /1965/.
16. V.A.Tsarev. Nucl.Phys., B63, 301 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
27 июня 1974 года.