

сообщения  
Объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
Дубна

7

1210/2-81

9/III-81

P2-80-774

К.К.Гудима, С.Г.Машник, В.Д.Тонеев

КАСКАДНО-ЭКСИТОННАЯ МОДЕЛЬ  
ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ.  
ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ

1980

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Нуклон-ядерные реакции в области промежуточных энергий  $T_0 \leq 100$  МэВ продолжают привлекать широкое внимание возможностью исследовать явление предравновесной эмиссии частиц. Механизм испускания частиц на стадии установления статистического равновесия в возбужденной ядерной системе занимает некоторое промежуточное положение между прямыми реакциями и распадом через состояния компаунд-ядра и не сводится к какой-то простой их комбинации. Развитие предравновесного подхода к ядерным реакциям позволило понять важность этого механизма, его связь с промежуточной структурой ядра, дала объяснение ряду интересных физических эффектов /см. обзоры /1,2/ и цитируемую в них литературу/.

При существующем обилии моделей предравновесного распада, близких по своим физическим предпосылкам, предпочтительнее оказываются те, которые, будучи внутренне непротиворечивыми, описывают наибольшую совокупность экспериментальных данных. Большинство моделей претендует на описание лишь формы интегрального спектра вторичных частиц, преимущественно нуклонов. В отдельных случаях рассматриваются функции возбуждения, еще реже обсуждаются угловые распределения частиц. Последний факт отражает трудности, связанные со статистической формулировкой моделей предравновесного распада, использующих предположение о квазиравновесии, а также необходимостью учета прямых механизмов образования частиц.

С другой стороны, при более высоких энергиях многие характеристики реакции успешно воспроизводятся в рамках каскадной модели /3/. Однако непосредственное перенесение каскадно-испарительной модели на область энергии  $T_0 \leq 100$  МэВ обнаруживает существенные количественные расхождения с опытом для спектрально-угловых распределений вторичных нуклонов /3-5/.

В данной работе предложена модель, объединяющая существенные черты каскадной модели и экситонного варианта модели предравновесного распада. Мы начнем с обсуждения основных физических предположений этих моделей и установления связи между этими подходами, а затем изложим нашу каскадно-экситонную модель ядерных реакций. Детальному анализу разнообразных характеристик взаимодействия нуклонов с ядрами будут посвящены отдельные работы.

## 2. ПРЕДРАВНОВЕСНЫЙ РАСПАД ЯДЕР И ВНУТРИЯДЕРНЫЙ КАСКАД

Чтобы понять взаимосвязь моделей предравновесного распада ядер и внутриядерного каскада, мы проследим кратко физические предположения, которые приводят к различным уравнениям, описывающим релаксационные процессы. Будем характеризовать возбужденную ядерную систему гамильтонианом  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ , где  $\hat{H}_0$  относится к не взаимодействующим ядерным составляющим. Выберем представление, в котором невозмущенная энергия диагональна  $\hat{H}_0 |E\alpha\rangle = E |E\alpha\rangle$ , понимая под  $\alpha$  все индексы состояния, кроме энергии. Предположим, что возмущение  $\hat{V}$  достаточно мало, чтобы можно было пренебречь изменением энергии системы  $E$ . Тогда, исходя из динамического уравнения Лиувилля и используя методы статистической механики, можно показать, что диагональные элементы матрицы плотности  $P(E, \alpha, t)$ , интерпретируемые как вероятность обнаружения системы в момент времени  $t$  в состоянии  $E\alpha$ , будут удовлетворять мастер-уравнению <sup>6,7/\*</sup>:

$$\frac{\partial P(E, \alpha, t)}{\partial t} = \sum_{\alpha' \neq \alpha} [\lambda(E\alpha, E\alpha') P(E, \alpha', t) - \lambda(E\alpha', E\alpha) P(E, \alpha, t)]. \quad /1/$$

Здесь сохраняющая энергию вероятность перехода в единицу времени определена в первом порядке теории возмущения, зависящего от времени:

$$\lambda(E\alpha, E\alpha') = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle E\alpha | \hat{V} | E\alpha' \rangle|^2 \omega_\alpha(E), \quad /2/$$

$\alpha$  матричный элемент  $\langle E\alpha | \hat{V} | E\alpha' \rangle$  считается достаточно гладкой функцией энергии  $E$ ;  $\omega_\alpha(E)$  - плотность конечных состояний системы. Следует подчеркнуть, что уравнение /1/ получено в предположении малости времени "памяти" системы  $\tau_{\text{mem}}$  по сравнению с характерным временем перехода  $\sim \hbar/\lambda(E\alpha, E\alpha')$ , но, с другой стороны, само уравнение /1/ применимо для времен  $t \gg \hbar/\lambda(E\alpha, E\alpha')$ . Благодаря условию  $\tau_{\text{mem}} \ll \hbar/\lambda(E\alpha, E\alpha')$  случайный процесс, описываемый уравнением /1/, является марковским. В физических приложениях часто поступают наоборот: постулируют свойство марковости процесса и сразу выписывают уравнение /1/, являющееся одной из форм известного уравнения Смолуховского. В работах <sup>8,9/</sup> показана справедливость уравнений такого типа для описания поведения конечной ядерной системы, какой является атомное ядро.

\* Мы не обсуждаем здесь проблему начальных и граничных условий, связанных с возникновением необратимости в уравнении /1/, см. оригинальные работы <sup>6,7/</sup>.

Мастер-уравнение /1/ является математической основой большого класса моделей предравновесного распада\*, известных под названием экситонные модели. В рамках этих моделей состояние возбужденного ядра полностью определяется заданием энергии возбуждения и числа возбужденных частиц  $p$  и дырок  $h$  /  $n=p+h$  - число экситонов/, то есть  $\alpha \equiv n$ . Предположение, что в сумму  $\sum_{\alpha=\alpha}$ , в уравнении /1/ дают вклад лишь члены, отвечающие рас-сеянию экситонов, приводит к правилу отбора при переходах  $\Delta n = 0, \pm 2$ , что сильно упрощает правую часть уравнения /1/. Использование гипотезы об априорной равномерности всех возможных состояний системы переносит акцент в соотношении /2/ на расчет статистического фактора  $\omega_{\alpha}(E)$ ; усредненный матричный элемент  $M_{\alpha\alpha} = \langle E\alpha | \hat{V} | E\alpha \rangle$  оценивается феноменологически. Переходя в уравнении /1/ к представлению чисел заполнения,  $\alpha \rightarrow \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_A$ , в случае разреженной системы /или короткодействующего потенциала взаимодействия между составляющими/ с учетом лишь двухчастичных столкновений и пренебрегая корреляциями между частицами, получим уравнение Больцмана в форме Улинга-Уленбека:

$$\frac{\partial \langle \nu_k \rangle}{\partial t} = \frac{1}{2} \sum_{ijk} [ A_{ij \rightarrow kl} \langle \nu_i \rangle \langle \nu_k \rangle (1 + \Theta \langle \nu_k \rangle) (1 + \Theta \langle \nu_l \rangle) - A_{kl \rightarrow ij} \langle \nu_k \rangle \langle \nu_l \rangle (1 + \Theta \langle \nu_i \rangle) (1 + \Theta \langle \nu_j \rangle) ] . \quad /3/$$

Эта форма уравнения на средние числа заполнения  $\langle \nu_i \rangle$  служит основой модели предравновесного распада, предложенной Харпом-Миллером-Берном /11/.

В классическом пределе ( $\Theta=0$ ) одночастичные состояния можно характеризовать положением  $\vec{r}$  и импульсом  $\vec{p}$  частицы и ввести одночастичную функцию распределения

$$\langle \nu_i \rangle = \int f(\vec{r}_i, \vec{p}_i, t) d\vec{r}_i d\vec{p}_i \equiv f_i d\vec{r}_i d\vec{p}_i .$$

Будем считать систему пространственно-однородной. Учитывая явным образом законы сохранения при двухчастичном рассеянии, перепишем /3/ как

---

\* Если допустить, что спектр ядерных состояний  $\alpha$  непрерывный, то, разлагая правую часть уравнения /1/ до второго порядка, мы приходим к уравнению диффузии. Это уравнение нашло широкое применение при описании процессов передачи массы и углового момента в реакциях глубоко неупругих столкновений тяжелых ионов /10/.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_k}{\partial t} &= \iiint d\vec{p}_i d\vec{p}_j d\vec{p}_\ell A_{ij \rightarrow k\ell} (f_i f_j - f_k f_\ell) \times \\ &\times \delta(\vec{p}_i + \vec{p}_j - \vec{p}_k - \vec{p}_\ell) \delta(T_i + T_j - T_k - T_\ell) = \\ &= \iint d\vec{p}_\ell d\Omega_{\text{rel}} v_{\text{rel}} \frac{d\sigma(v_{\text{rel}})}{d\Omega} (f_i f_j - f_k f_\ell), \end{aligned}$$

где  $v_{\text{rel}} = |\vec{p}_i - \vec{p}_j|/m$ ;  $T = p^2/2m$  и дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  определено в первом борновском приближении. При получении последнего соотношения предполагалось, что расстояния между последовательными актами столкновения велики, так что в качестве волновых функций  $|\mathcal{E}\alpha\rangle$  при вычислении матричных элементов  $A_{ij \rightarrow k\ell}$  /см. /2// можно взять плоские волны. Если система не является пространственно-однородной, то возникают дополнительные потоки вследствие градиентов плотности и внешних полей. В классическом подходе это учитывается путем замены полной производной на локальную:  $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}_k}{m} \nabla + \vec{F} \nabla_{\vec{p}_k}$ , где  $\vec{F}$  - внешняя сила. Таким образом, приходим к классическому уравнению Больцмана\*:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}_k}{m} \nabla + \vec{F} \nabla_{\vec{p}_k} \right) f_k = \iint d\vec{p}_\ell d\Omega_{\text{rel}} v_{\text{rel}} \frac{d\sigma(v_{\text{rel}})}{d\Omega} (f_i f_j - f_k f_\ell). \quad /4/$$

Это уравнение является исходным для моделей внутриядерного каскада, но предварительно оно линейризуется с помощью следующей процедуры. Быстрые /каскадные/ частицы и нуклоны ядра-мишени, еще не вовлеченные во взаимодействие, рассматриваются как два различных типа частиц, и учитываются взаимодействия лишь между частицами различного типа. Предполагая далее, что составляющие ядра-мишени можно описать равновесной /максвелловской/ функцией распределения  $f^T(\vec{r}, \vec{p})$ , для функции распределения каскадных частиц из /4/ получим уравнение

---

\* Более строгий вывод уравнения типа /4/ для случая ядерных реакций дан в работе /12/ в приближении Хартри-Фока, зависящего от времени. Вопросы применимости уравнения /4/ для описания внутриядерного каскада обсуждаются также в работах Бунакова В.Е. и др. /9,13/.

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \nabla + \vec{F} \nabla_{\vec{p}} + \rho^T(\vec{r}) \langle \sigma v_{rel} \rangle \right) f^{cas}(\vec{r}, \vec{p}, t) = Q(\vec{r}, \vec{p}, t). \quad /5/$$

В соответствии с нормировкой одночастичной функции распределения

$$\rho^T(\vec{r}) = \int d\vec{p}' f^T(\vec{r}, \vec{p}') \quad /6/$$

- локальная плотность частиц. Усреднение в /5/ выполнено по функции распределения нуклонов ядра-мишени:

$$\langle \sigma v_{rel} \rangle = \frac{1}{\rho^T(\vec{r})} \int d\vec{p}' f^T(\vec{r}, \vec{p}') v_{rel} \sigma(v_{rel}), \quad /7/$$

а сечение  $\sigma(v_{rel})$  должно учитывать эффект принципа Паули.

Стоящая в правой части уравнения /5/ функция источника равна

$$Q(\vec{r}, \vec{p}, t) = \iint d\vec{p}' d\Omega v_{rel} \frac{d\sigma(v_{rel})}{d\Omega} f^T(\vec{r}, \vec{p}') f^{cas}(\vec{r}, \vec{p}, t). \quad /8/$$

Интегро-дифференциальное уравнение /5/ может быть преобразовано к интегральному виду. В частности, если быстрые частицы падают на полубесконечный блок ядерного вещества, то /пренебрегая нуклонами отдачи и полагая для простоты  $\rho^T = \text{const}$  и  $\vec{F} = 0$  / имеем для каскадных частиц

$$f^{cas}(\vec{r}, \vec{p}, t) = N_0 \delta(\vec{p} - \vec{p}_0) \exp\left\{ - \int_0^t dt' \rho^T \langle \sigma v_{rel} \rangle \right\} +$$

$$+ \int_0^t dt'' \exp\left\{ - \int_{t''}^t dt' \rho^T \langle \sigma v_{rel} \rangle \right\} \times \quad /9/$$

$$\times Q\left(\vec{r} - \frac{\vec{p}}{m}(t-t''), \vec{p}, t''\right) \rho^T \rho^{cas}\left(\vec{r} - \frac{\vec{p}}{m}(t-t''), t''\right),$$

где  $\rho^{cas}(\vec{r}, t)$  связана с  $f^{cas}(\vec{r}, \vec{p}, t)$  соотношением /6/. Вероятностная интерпретация этого уравнения совершенно очевидна: число частиц в данной точке  $\vec{r}$ , обладающих импульсами в интервале  $d\vec{p}$  вблизи значения  $\vec{p}$ , складывается из первичного пучка  $N_0$ , дошедшего до данной точки /с экспоненциальным ослабляющим фактором/, и всевозможных процессов перерассеяния, приводящих к интересующим нас частицам. Соотношение /9/ и его интерпретация служат обоснованием для развития каскадной модели исходя из аналогии между взаимодействием быстрой частицы с ядром и прохождением высокоэнергетического излучения через вещество /3.14/. В реальном случае необходимо решать связанную систему интег-

ральных уравнений типа /9/ с распределенной функцией источника, со сложными начальными и граничными условиями. Более эффективным методом оказывается использование отмеченной выше аналогии, чтобы на ее основе с помощью метода Монте Карло моделировать судьбу каждой частицы в ядре.

Таким образом, как экситонные модели, так и модели внутриядерного каскада, описывая неравновесные процессы, содержат ряд общих предположений. Основными из них являются приближение "слабой связи" /т.е. малости величины возмущения  $V$  / и учет лишь двухчастичного характера взаимодействия. Но в ряде пунктов эти модели дополняют друг друга. Каскадная модель явным образом учитывает геометрию реакции, сохраняя всю информацию о кинематических характеристиках быстрых частиц, однако остаточными взаимодействиями между ними пренебрегается: собственному поведению каскадных частиц отвечает уравнение состояния идеального газа. С другой стороны, экситонная модель рассматривает возбужденное ядро как газ квазичастиц /т.е. включает "частично-дырочные" степени свободы/, учитывая остаточные  $pp-$ ,  $pn-$  и  $nn-$  взаимодействия. Но кинематика столкновения и геометрия ядра /в частности, выделенность периферических соударений/ в экситонной модели потеряны, что затрудняет в этом подходе обсуждение угловых характеристик испущенных частиц. Следует заметить, что и ожидаемые области применимости моделей несколько различаются. Условия для каскадной модели лучше выполняются при более высоких энергиях, когда кинетическая энергия частицы оказывается много больше средней энергии связи нуклона в ядре, что и обуславливает дополнительную малость возмущения. Фактически это есть условие импульсного приближения и возможности классического рассмотрения траектории движения быстрой частицы внутри ядра.

Представляет непосредственный интерес объединение этих двух моделей, чтобы объяснить анизотропию угловых распределений испущенных частиц и улучшить описание характеристик продуктов реакции, инициированной высокоэнергетическим нуклоном, по сравнению с тем, что дает каскадно-испарительная модель.

Как одну из попыток объединения достоинств каскадной и экситонной моделей можно рассматривать гибридную модель Бланна /15/ и ее развитие для описания угловых распределений /16/, хотя не все пункты этого объединения бесспорны /17/. Ниже мы следуем схеме, предложенной нами ранее в работах /18/.

### 3. ФОРМУЛИРОВКА КАСКАДНО-ЭКСИТОННОЙ МОДЕЛИ

Физическая картина, лежащая в основе нашей модели, довольно естественна. Влетевшая в ядро частица может испытать одно или несколько внутриядерных столкновений, что приводит к об-

разованию возбужденного многочастичного типа "входного" состояния, которое после испускания частиц может перейти в основное состояние непосредственно или сделать это путем дальнейшего усложнения состояния вплоть до образования компаунд-ядра с его последующим распадом. Поведение первичной частицы, а также частиц второго и последующих поколений /если таковые имеются/ до момента их поглощения или выхода из ядра рассматривается в рамках модели внутриядерного каскада. Подсчет числа захваченных ядром частиц и "дырок", образованных в результате внутриядерных столкновений, определяет входную частично-дырочную конфигурацию возбужденного ядра, энергия возбуждения которого определяется законами сохранения. Дальнейшая "судьба" ядра прослеживается в рамках экситонной модели предравновесного распада, которая естественным образом включает и равновесную стадию взаимодействия.

Таким образом, согласно каскадно-экситонной модели /КЭМ/ ядерная реакция проходит три стадии - каскадную, предравновесную и равновесную /компаунд-ядро/, в отличие от двухэтапного механизма Сербера<sup>14</sup>. В соответствии с этим каждая экспериментально-измеряемая величина будет в общем случае содержать три компоненты. В частности, для инклюзивного спектра частиц, широко обсуждаемого ниже, будем иметь

$$\sigma(\vec{p}) d\vec{p} = \sigma_{in} [N^{cas}(\vec{p}) + N^{PRQ}(\vec{p}) + N^{EQ}(\vec{p})] d\vec{p}. \quad /10/$$

Каскадная стадия взаимодействия описывается дубненской версией модели внутриядерного каскада<sup>3,19</sup>. Монте-карловское решение системы интегральных уравнений типа /9/ дает одночастичную функцию распределения  $f^{cas}(\vec{r}, \vec{p}, t)$ , через которую выражаются все необходимые характеристики. Например, для  $N^{cas}(\vec{p})$  из соотношения /10/ имеем

$$N^{cas}(\vec{p}) d\vec{p} = \frac{1}{\sigma_{in}} \int_0^R d^2b \int_{r>R} d\vec{r} \int_0^{t_{cas}} dt f_b^{cas}(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p},$$

где интегрирование выполнено по всем допустимым параметрам удара  $b$  для частиц, вышедших из ядра радиусом  $R$  в момент окончания каскадной стадии  $t_{cas}$ . Следует подчеркнуть, что величина  $\sigma_{in}$  рассчитывается в рамках самой каскадной модели; она определяется размерами ядра и прозрачностью, которой соответствует первый член в уравнении /9/.

Все каскадные расчеты выполнены в рамках трехмерной геометрии. Учтены диффузность ядерной границы и потенциала ядра, а также влияние принципа Паули на внутриядерные соударения нуклонов.

Последующие стадии взаимодействия обсуждаются на основе модифицированной экситонной модели, предложенной ранее двумя



из авторов /20/. Модель эффективно использует связь мастер-уравнения /1/ с марковскими случайными процессами. Действительно, процесс установления статистического равновесия, описываемый уравнением /1/, представляет собой пример разрывного марковского процесса /21/: временная переменная меняется непрерывно, и в некоторый случайный момент происходит скачкообразное изменение состояния системы, причем поведение системы в следующий момент времени полностью определяется ее состоянием в настоящий момент. Поскольку вероятности переходов  $\lambda(E\alpha, E\alpha')$  не зависят явно от времени, то время ожидания системы в  $\alpha$ -м состоянии распределено экспоненциально /пуассоновский поток/ со средним временем жизни  $\hbar/\Lambda(\alpha, E) = \hbar/\sum_{\alpha'} \lambda(E\alpha, E\alpha')$  /21/. Это подсказывает простой способ решения системы уравнений /1/: моделирование случайного процесса с помощью метода Монте-Карло. Такая трактовка допускает простое обобщение экситонной модели на включение всех переходов с  $\Delta n = 0, \pm 2$ , учет обеднения состояний за счет испускания частиц и эффектов многократной эмиссии частиц /20/. С учетом всех эффектов система уравнений /1/ принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(n, E, t)}{\partial t} = & -\Lambda(n, E) P(n, E, t) + \lambda_+(n-2, E) P(n-2, E, t) + \\ & + \lambda_0(n, E) P(n, E, t) + \lambda_-(n+2, E) P(n+2, E, t) + \quad /11/ \\ & + \sum_j \int dT \int dE' \lambda_c^j(n, E, T) P(n+n_j, E', t) \delta(E' - E - V_j - T). \end{aligned}$$

Время жизни возбужденной ядерной системы в состоянии с  $n=p+h$  экситонами /но различной  $p, h$ -комбинацией/

$$\frac{\hbar}{\Lambda(n, E)} = \frac{\hbar}{\Lambda(p, h, E)} = \frac{\hbar}{\lambda_+(p, h, E) + \lambda_0(p, h, E) + \lambda_-(p, h, E) + \sum_j \Gamma_j^+(p, h, E)}, \quad /12/$$

где в соответствии с /2/ вероятности парциальных переходов с изменением числа экситонов на  $\Delta n$

$$\lambda_{\Delta n}(p, h, E) = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{\Delta n}|^2 \omega_{\Delta n}(p, h, E), \quad /13/$$

а вероятность /в единицу времени/ испускания нуклона типа  $j$  в непрерывный спектр оценена из соотношения детального баланса:

$$\Gamma_j(p, h, E) = \int_{V_j}^{E-B_j} \lambda_c^j(p, h, E, T) dT,$$

$$\lambda_c^j(p, h, E, T) = \frac{2s_j + 1}{\pi^2 \hbar^3} \mu_j \mathcal{R}_j(p, h) \frac{\omega(p-1, h, E-B_j - T)}{\omega(p, h, E)} T \sigma_{inv}^{j14}(T),$$

где  $s_j$  - спин;  $B_j$  - энергия связи;  $V_j$  - кулоновский барьер;  $\mu_j$  - приведенная масса частицы. Фактор  $\mathcal{R}_j(p, h)$  обеспечивает условие, при котором выбранный экситон оказывается нуклоном типа  $j$ . Его расчет с использованием техники Монте Карло не представляет большого труда.

Предполагая эквидистантную схему уровней с одночастичной плотностью  $g$ , для плотности  $n$ -экситонного состояния ядра имеем /22,23/

$$\omega(p, h, E) = \frac{g(gE)^{p+h-1}}{p! h! (p+h-1)!}. \quad /15/$$

Это выражение необходимо подставить в уравнение /14/. В вероятности перехода /13/ входят плотности состояний с учетом правил отбора для внутриядерных переходов. Соответствующие выражения в рамках эквидистантной схемы получены в работе /24/ и уточнены с учетом принципа Паули и неразличимости одинаковых экситонов в работе /25/:

$$\omega_+(p, h, E) = \frac{g}{2} \frac{[gE - \mathcal{G}(p+1, h+1)]^2}{n+1} \left[ \frac{gE - \mathcal{G}(p+1, h+1)}{gE - \mathcal{G}(p, h)} \right]^{n+1},$$

$$\omega_0(p, h, E) = \frac{g}{2} \frac{[gE - \mathcal{G}(p, h)]}{n} [p(p-1) + 4ph + h(h-1)], \quad /16/$$

$$\omega_-(p, h, E) = \frac{g}{2} ph(n-2),$$

$$\text{где } \mathcal{G}(p, h) = \frac{1}{4}(p^2 + h^2 + p - h) - \frac{1}{2}h.$$

Пренебрегая различием матричных элементов  $M_+ = M_- = M_0 = M$ , оценим величину  $M$  в предположении, что  $\lambda_+(p, h, E)$  характеризует вероятность квазисвободного рассеяния нуклона, находящегося выше энергии Ферми  $T_F$ , на нуклоне ядра-мишени. Тогда

$$\frac{\langle \sigma(v_{rel}) v_{rel} \rangle}{V_{int}} = \frac{\pi}{\hbar} |M|^2 \frac{g[gE - \mathcal{G}(p+1, h+1)]^2}{n+1} \left[ \frac{gE - \mathcal{G}(p+1, h+1)}{gE - \mathcal{G}(p, h)} \right]^{n-1}, \quad /17/$$

где  $V_{int}$  - объем взаимодействия, и усреднение в левой части уравнения /17/ выполнено по всем возбужденным состояниям ядра с учетом принципа Паули. Комбинируя /13/, /15/ и /17/, получаем окончательно для вероятностей переходов

$$\lambda_+(p, h, E) = \frac{\langle \sigma(v_{rel}) v_{rel} \rangle}{V_{int}},$$

$$\lambda_0(p, h, E) = \frac{\langle \sigma(v_{rel}) v_{rel} \rangle}{V_{int}} \frac{n+1}{n} \left[ \frac{gE - \bar{G}(p, h)}{gE - \bar{G}(p+1, h+1)} \right]^{n+1} \frac{p(p-1) + 4ph + h(h-1)}{gE - \bar{G}(p, h)},$$

$$\lambda_-(p, h, E) = \frac{\langle \sigma(v_{rel}) v_{rel} \rangle}{V_{int}} \left[ \frac{gE - \bar{G}(p, h)}{gE - \bar{G}(p+1, h+1)} \right]^{n+1} \frac{ph(n+1)(n-2)}{[gE - \bar{G}(p, h)]^2}.$$

/18/

Итак, начальные условия для системы уравнений /11/  $t_0 = t_{cas}$ ,  $n = n_0$ ,  $E = E_0$  рассчитываются по каскадной модели. Решение /11/ методом Монте Карло дает вероятности заселения различных состояний  $P(n, E, t)$ . Мы будем называть предравновесными те частицы, которые испущены до момента установления в ядре статистического равновесия  $t_{eq}$ , фиксируемого условием  $\lambda_+(n_{eq}, E) = \lambda_-(n_{eq}, E)$ , откуда получаем для равновесного значения числа экситонов  $n_{eq} \approx \sqrt{2gE}$ . Предравновесная компонента в /10/ для инклюзивного спектра частиц типа  $j$  может быть представлена как

$$N^{PRQ}(\vec{p}) d\vec{p} = \int_{t_{cas}}^{t_{eq}} dt \sum_{n, E} \lambda_c^j(n, E, t) P(n, E, T) \frac{\partial(p, \Omega)}{\partial(T, \Omega)} F(\Omega) dT d\Omega. \quad /19/$$

Угловую зависимость  $F(\Omega)$  предравновесной компоненты испущенных частиц мы обсудим в следующей работе; пока заметим, что  $\int d\Omega F(\Omega) = 1$ .

Аналогично соотношению /19/ можно записать выражение для равновесной ( $n \geq n_{eq}$ ) компоненты испущенных частиц:

$$N^{EQ}(\vec{p}) d\vec{p} = \int_{t_{eq}}^{\infty} dt \sum_{n, E} \lambda_c^j(n, E, T) P(n, E, t) \frac{\partial(p, \Omega)}{\partial(T, \Omega)} F(\Omega) dT d\Omega, \quad /20/$$

где момент  $t \rightarrow \infty$  отвечает полному снятию возбуждения за счет эмиссии частиц. Поскольку в статистическом равновесии состояния с различными  $n$  равновероятны, то временная зависимость в правой части исчезает:

$$N^{EQ}(\vec{p}) d\vec{p} = \sum_{n,E} \lambda_c^j(n,E,T) \frac{\omega(n-1, E-B_j-T)}{\sum_n \omega(n,E)} \frac{\partial(p,\Omega)}{\partial(T,\Omega)} F(\Omega) dT d\Omega \sim$$

$$\sim \sum_E T^{3/2} \sigma_{inv}^j(T) \frac{\sum_n \omega(n-1, E-B_j-T)}{\sum_n \omega(n,E)} dT d\Omega.$$

/21/

Здесь полная плотность возбужденных состояний после суммирования по  $n$  дает экспоненциальную зависимость  $\sum_n \omega(n, E) \sim \exp 2\sqrt{gE}$ . Таким образом, для  $t \geq t_{eq}$  /или  $n \geq n_{eq}$ / можно воспользоваться обычным "испарительным" приближением путем формальной подстановки в /14/  $\omega(p, h, E) \rightarrow \omega(E) \sim \exp 2\sqrt{aE}$ , где  $a$  - параметр плотности уровней.

#### 4. ВХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ И УСЛОВИЕ ОБЪЕДИНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ

Как видно из уравнений /5/, /7/ и /8/, входной информацией для описания каскадной стадии в КЭМ являются свойства ядра-мишени /т.е. плотность распределения нуклонов  $\rho^T(\vec{r})$  и их энергетический спектр  $f^T(\vec{r}, \vec{p})$ /, а также характеристики взаимодействия свободных нуклонов. Мы описываем плотность ядерной материи распределением Вудса-Саксона с параметрами, извлеченными из опытов по рассеянию электронов на ядрах. Энергетический спектр ядерных нуклонов оценивается в приближении вырожден-

$$\text{ного ферми-газа с локальной энергией Ферми } T_F(r) = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{2m} [\rho^T(r)]^{2/3}.$$

Для характеристик элементарного акта  $\sigma$ ,  $d\sigma/d\Omega$  использованы аппроксимации из работ /8,9/. Детальное сравнение дубненского варианта с другими версиями каскадной модели выполнено в работе /26/.

Для предравновесной стадии входными данными КЭМ являются параметры исходного состояния системы и усредненные квадраты матричных элементов  $M^2$ . Как уже подчеркивалось выше, в нашем подходе начальное состояние для предравновесного распада рассчитывается в рамках каскадной модели. Величина  $M^2$  оценивается соотношением /17/ в приближении

$$\langle \sigma(v_{rel}) v_{rel} \rangle = \langle \sigma \rangle \langle v_{rel} \rangle. \quad /22/$$

В этом приближении эффективное сечение становится функцией числа экситонов /20/:

$$\langle \sigma \rangle = \eta^P (T/T_F) \cdot \sigma(\langle T_{col} \rangle),$$

где фактор

$$\eta^P \left( \frac{T}{T_F} \right) = \begin{cases} 1 - \frac{5}{7} \frac{T_F}{T} + \frac{2}{5} \frac{T_F}{T} \left( 2 - \frac{T}{T_F} \right)^{5/2}, & \text{если } T < 2T_F, \\ 1 - \frac{5}{7} \frac{T_F}{T}, & \text{если } T > 2T_F, \end{cases}$$

учитывает влияние принципа Паули, а величина  $\langle T_{col} \rangle$  складывается из средней кинетической энергии возбужденной частицы,  $T_F + E/p$  /найденной усреднением кинетической энергии частицы  $T$  по всем возможным конфигурациям  $n_3$ -экситонного состояния/ и кинетической энергии партнера,  $\frac{5}{5} T_F$  /усредненной по спектру вырожденного ферми-газа/.

Входящий в формулу /17/ объем взаимодействия можно представить как  $V_{int} = \frac{4}{3} \pi (2r_c + \lambda)^3$ , где  $\lambda$  - длина де-бройлевской волны для относительной скорости  $v_{rel}$ , а величина  $r_c$  имеет порядок радиуса ядра нуклона. Следует заметить, что в моделях внутриядерного каскада при высоких энергиях аналогичным образом определяется радиус взаимодействия частиц /27/. Вообще говоря, в левую часть уравнения /17/ следует еще ввести некоторый фактор, точное значение которого определяется из сравнения результатов теории с экспериментом. Как показал анализ интегральных спектров частиц, выполненный на большой группе ядер в области  $T_0 = 15$  МэВ, где влияние каскадной стадии пренебрежимо мало, при  $r_c = 0,6$  фм с хорошей точностью можно положить этот фактор равным единице /20,28/.

Большинство предложенных экситонных моделей различается лишь выбором параметризации  $M^2$ . Наиболее популярна параметризация, предложенная Кольбах-Клайн /29/:

$$M^2 = K E^{-1} A^{-8}.$$

/23/

Однако для получения согласия с опытом "оптимальную" величину  $K$  приходится варьировать в широком интервале значений от 95 до 7000 МэВ<sup>3</sup> /30/ в зависимости от бомбардирующей частицы и канала реакции. В недавней работе Кольбах /31/ сделана попытка эффективно учесть зависимость  $K$  от числа экситонов путем введения зависимости  $K$  от энергии возбуждения. Как видно из рис.1, эта параметризация довольно близка к нашей оценке матричного элемента /17/, /22/.

Поскольку извлечение  $M^2$  связано с предположением о виде  $\omega_{\Delta n}(n, E)$ , можно попытаться сразу оценить вероятность перехода  $\lambda_+$  в духе соотношения /17/. Используя результаты классических каскадных расчетов, Бланн предложил следующую аппрок-

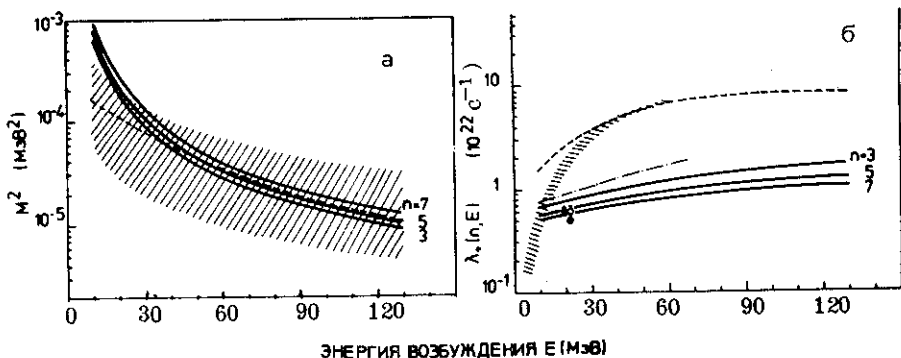


Рис.1. Энергетическая зависимость среднего квадрата матричного элемента /а/ и вероятности внутриядерных переходов /б/. Результаты данной работы для различных  $n$  показаны непрерывными кривыми: а/ заштрихованная область - оценка  $M^2$  по формуле /23/ с  $K=95 \text{ МэВ}^3$  для нижней и  $K=200 \text{ МэВ}^3$  для верхней границы области; пунктирная кривая - из работы Кольбах <sup>/32/</sup>; б/ заштрихованная область - результаты расчета  $\lambda_+(n, E)$  для  $n=3, 5, 7$  согласно Гадиоли и др. <sup>/33/</sup>; пунктирная кривая - из работы Бланна <sup>/15/</sup>; штрих-пунктирная - оценка /24/ по оптическому потенциалу. Знаками нанесены экспериментальные значения  $\lambda_+(n, E)$  для  $n=3$ : о - из работ <sup>/2/</sup>; ● - из <sup>/33/</sup> и  $\Delta$  - из <sup>/34/</sup>.

симиацию <sup>/15/</sup>:

$$\lambda_+(T) = 1,4 \cdot 10^{21} (T+V) - 6 \cdot 10^{18} (T+V)^2 .$$

Гадиоли и др. <sup>/32/</sup> получили выражение для  $\lambda_+$  из "первых принципов", выполнив усреднение по ядерным состояниям с плотностью состояний <sup>/15/</sup>. Оба этих результата представлены на рис.1. Как отмечено в работе <sup>/32/</sup>, для получения согласия с имеющимися экспериментальными данными по спектрам вторичных частиц необходимо умножить эти значения  $\lambda_+$  на фактор 0,2-0,3, что приводит к совпадению с нашей оценкой вероятности перехода  $\lambda_+$ . Наконец, можно связать вероятности переходов с мнимой частью оптического потенциала

$$\lambda_+ = -\frac{2}{\hbar} W_{\text{ОПТ}} ; \quad /24/$$

использование экспериментальных значений  $W_{\text{ОПТ}}$  дает величину  $\lambda_+$ , близкую к нашей /см. рис.1/. Следует отметить, что для со-

стояния  $n=3$  ( $p=2, h=1$ ) абсолютная величина  $\lambda_+$  может быть получена экспериментально по жесткой части спектра нуклонов. Анализ более трех десятков нейтронных спектров в реакции  $(n, p)$  при  $T_0=14,6$  МэВ показал, что  $\lambda_+ = 15,9 \pm 0,7 \cdot 10^{21} \text{с}^{-1}$  и не зависит от массового числа ядра-мишени<sup>/27/</sup>. Аналогично исследование для  $(n, p)$ -реакции при  $T_0=14$  МэВ дало значение  $\lambda_+ = 4,9 \cdot 10^{21} \text{с}^{-1}$ <sup>/33/</sup>. Близкие результаты для вероятности перехода были получены при изучении функций возбуждения в  $(p, n)$ -реакции:  $\lambda_+ = 6 \cdot 10^{21} \text{с}^{-1}$ <sup>/34/</sup>. Как видно из рис.1, эти экспериментальные значения находятся в хорошем согласии с нашей оценкой  $M^2$ .

Фигурирующий в  $1/4/-/16/$  параметр  $g$  связан с параметром плотности одночастичных состояний  $a = \frac{6}{\pi^2} g$ . Мы выбрали  $a = A/10 \text{ МэВ}^{-1}$  как на предравновесной, так и равновесной стадиях процесса. Сечения обратной реакции  $\sigma_{inv}(T)$ , входящие в формулы  $1/4/$ , взяты согласно работе<sup>/35/</sup>, энергии связи частиц  $B_j$  - из работы<sup>/36/</sup>. Пренебрегалось эффектами спаривания частиц.

Важным моментом в КЭМ является условие перехода от внутриядерного каскада к модели предравновесной эмиссии. В обычной каскадно-испарительной модели быстрые частицы прослеживаются до некоторой минимальной энергии - энергии обрезания  $T=T_{cut}$ , составляющей примерно 7-10 МэВ. Как показано в<sup>/3/</sup>, вариация в разумных пределах величины  $T_{cut}$  не меняет существенно среднего числа частиц в ядерном акте; фактически в этом случае речь идет о том, какие частицы называть каскадными, а какие - испарительными. В качестве нулевого приближения к нашей модели ниже рассмотрим и такой способ "резкого обрезания" для перехода к предравновесному распаду ядра. В реальном случае следует ожидать некоторого сглаженного /по энергии/ обрезания, причем из общих физических соображений ясно, что при переходе к более низким первичным энергиям вклад в поглощение частиц на периферии и во внутренних областях ядра будет меняться, что совершенно не передается приближением резкого обрезания. Естественно попытаться связать условие поглощения быстрой /каскадной/ частицы со степенью близости мнимой части модельного оптического потенциала к его экспериментальному значению, извлекаемому из анализа опытов по упругому рассеянию частиц на ядрах. Указание на это следует из сравнения классического уравнения  $5/$  с его квантовомеханическим аналогом, где прохождение частиц через ядерное вещество управляется ядерным оптическим потенциалом<sup>/37,38/</sup>.

В приближении "слабой связи" мнимую часть оптического потенциала можно выразить через сечение  $\sigma$  рассеяния частиц на ядерных составляющих:

$$W_{\text{OPT}}(r) = -\frac{\hbar}{2} \langle \sigma(v_{\text{rel}}) v_{\text{rel}} \rangle \rho^T(r), \quad /25/$$

где усреднение выполнено по спектру ядерных нуклонов и включает в себя эффект принципа Паули /см. /77//. Условия применимости этого соотношения выполняются лишь при достаточно высоких энергиях и для центральной области ядра. При этом радиальное поведение плотности  $\rho^T(r)$ , как видно из формулы /25/, следует за поведением оптического потенциала. В общем случае функция  $\rho^T(r)$  отстает от  $W_{\text{OPT}}(r)$ , что обусловлено конечностью радиуса взаимодействия частиц и эффектом нелинейной связи  $W_{\text{OPT}}$  и  $\rho^T$ . Поскольку в настоящее время мы не можем последовательно учесть эти факторы, то мы определим мнимую часть оптического потенциала для каскадных частиц  $W_{\text{OPT}}^{\text{cas}}(r)$  соотношением /25/, взяв в качестве  $\rho^T(r)$  распределение Вудса-Саксона, но для значений параметров, отвечающих объемной части мнимого оптического потенциала, извлеченного из анализа экспериментальных данных, что косвенным образом учитывает эффект нелинейной связи  $W_{\text{OPT}}$  и  $\rho^T$ .

Расчеты  $W_{\text{OPT}}^{\text{cas}}(r)$ , выполненные методом Монте Карло, представлены на рис.2, там же нанесены экспериментальные значения мнимой части оптического потенциала  $W_{\text{OPT}}^{\text{exp}}(r)$ , полученные в двух работах разных авторов /39,40/. Интересно отметить, что для  $T_0 \geq 30$  МэВ их результаты заметно отличаются, хотя по критерию  $\chi^2$  для угловых распределений в упругом рассеянии и даже для поляризационных измерений они практически совпадают. При переходе к меньшим значениям  $T_0$  рассчитанная мнимая часть оптического потенциала не передает максимума поглощения, имеющего место на периферии ядра. К этому следует добавить, что условия справедливости каскадной и оптической моделей не совпадают: каскадная модель рассматривает рассеяние на связанных нуклонах, а не на потенциальной яме, как оптическая модель. Таким образом, о согласии между  $W_{\text{OPT}}^{\text{cas}}$  и  $W_{\text{OPT}}^{\text{exp}}$  можно говорить лишь с определенной степенью точности, которую будем характеризовать параметром близости

$$\mathcal{P} = |(W_{\text{OPT}}^{\text{cas}}(r) - W_{\text{OPT}}^{\text{exp}}(r)) / W_{\text{OPT}}^{\text{exp}}(r)|.$$

Если допустить, что протон с энергией 60 МэВ удовлетворяет условиям применимости каскадной модели, то, как видно из рис.2, этому соответствует значение  $\mathcal{P} = 0,2-0,3$ . Более точно параметр близости может быть выбран из сравнения с опытом результатов расчета характеристики ядерной реакции. Рассчитанные в различных предположениях спектры вторичных протонов из реакции  $p+A \rightarrow p'+\dots$  показаны на рис.3. Видно, что использование варианта с "резким обрезанием" приводит к появлению нефизического провала в спектре частиц вблизи  $T_{\text{CUT}}$ . При переходе к боль-



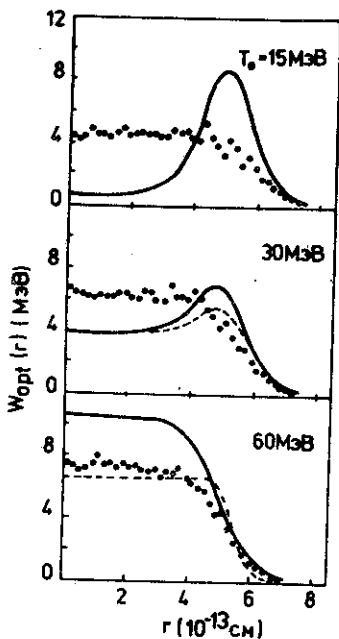
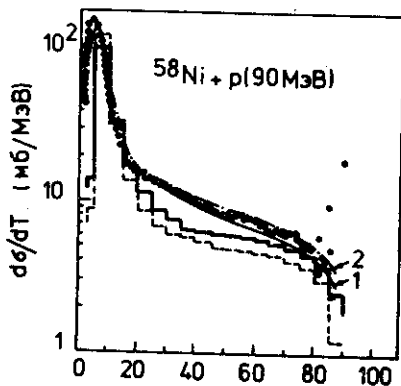
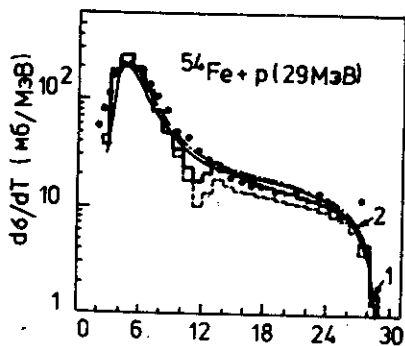


Рис.2. Мнимая часть оптического потенциала для рассеяния протона на ядре  $^{54}\text{Fe}$ : ● - результаты модельных вычислений; сплошная и пунктирная кривые - экспериментальные значения из /89/ и /40/ соответственно.

шим значениям энергии бомбардирующего протона провал маскируется выбором величины шага в гистограмме, но при  $T_0 \approx 15$  МэВ его влияние резко искажает общую форму спектра. Подключение механизма предравновесной эмиссии улучшает согласие с опытом, сглаживая теоретическую кривую. Следует заметить, однако, что проинтегрированный по всем углам энергетический спектр не является чувствительной характеристикой реакции, поэтому даже обычная каскадно-испарительная модель дает разумные результаты. Как мы покажем ниже, наибольшей чувствительностью к механизму предрав-



Кинетическая энергия  $T/\text{МэВ}/$

Рис.3. Энергетические спектры протонов: кривые 1 и 2 рассчитаны по КЭМ с  $P = 0,3$  и  $0,1$  соответственно; непрерывная гистограмма - вариант с "резким обрезанием"; результаты каскадно-испарительной модели нанесены пунктирной гистограммой; ● - экспериментальные значения - из /41,42/.

новесной эмиссии обладают спектры протонов, испущенных в область больших углов, что позволяет более точно фиксировать значение  $\bar{P}=0,3$ , которое используется далее во всех наших расчетах. При этом в качестве  $W_{\text{эxp}}^{\text{ОПТ}}$  мы используем потенциал Гринлиса-Бечетти<sup>/89/</sup> для протонов с  $T < 30$  МэВ и нейтронов с  $T < 20$  МэВ, при больших энергиях использован потенциал Манн<sup>/40/</sup> для протонов и Маршака<sup>/43/</sup> для нейтронов.

В последующих работах мы детально сопоставим с экспериментом результаты расчетов по КЭМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Blann M. Ann.Rev.Nucl.Sci., 1975, 25, p.123.
2. Зайдель К. и др. ЭЧАЯ, 1976, 7, с.499.
3. Барашенков В.С., Тонеев В.Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. Атомиздат, М., 1972.
4. Bertini H.W., Harp G.D., Bertrand F.E. Phys.Rev., 1974, C10, p.2472.
5. Galonsky A. et al. Phys.Rev., 1976, C14, p.748.
6. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. Гостехиздат, М., 1946.
7. Van Hove L. Physica, 1955, 21, p.517; 1957, 23, p.441.
8. Mantzouranis G., Weidenmüller H.A., Agassi D. Z.Phys., 1976, A276, p.145.
9. Бунаков В.Е. ЯФ, 1977, 25, с.505.
10. Nörenberg W. Z.Phys., 1975, A274, p.241.
11. Harp G.D., Miller J.M., Berne B.J. Phys.Rev., 1968, 165, p.1166; Harp G.D., Miller J.M. Phys.Rev., 1971, C3, p.1847.
12. Румянцев Б.А., Хейфец С.А. ЯФ, 1975, 21, с.510.
13. Bunakov V.E., Nesterov M.M., Tarasov N.A. Phys. Lett., 1978, B73, p.267.
14. Serber R. Phys.Rev., 1947, 72, p.1114.
15. Blann M. Phys.Rev.Lett., 1971, 27, p.337.
16. Mantzouranis G. Phys.Lett., 1976, B63, p.25.
17. Gadioli E., Gadioli-Erba E., Tagliaferri G. Phys.Rev., 1978, C17, p.2238.
18. Gudima K.K., Toneev V.D. Proc. of the XIth Int.Conf. on High Energy Phys. and Nucl.Struct., Santa Fe, 1975. Abstracts of Contributed Papers, p.262; Gudima K.K., Toneev V.D. Proc. of the Vth Int. Symp. on the Interact. of Fast Nuetr. with Nuclei, Gaussig, GDR, ZfK-324, 1976, p.79.
19. Barashenkov V.S., Gudima K.K., Toneev V.D. Acta Phys.Pol., 1969, 36, p.415.

20. Гудима К.К., Ососков Г.А., Тонеев В.Д. ЯФ, 1975, 21, с.260.
21. Карлин С. Основы теории случайных процессов. "Мир", М., 1971, гл.8,9.
22. Strutinski V.M. Comptes Rendus du Congres International de Physique Nucleaire, Paris, 1958, p.617.
23. Ericson T. Adv.Phys., 1960, 9, p.425.
24. Williams F.C., Jr. Phys.Lett., 1970, B31, p.184.
25. Ribanský I., Obložinský P., Bětak E. Nucl.Phys., 1973, A205, p.545.
26. Barashenkov V.S. et al. Nucl.Phys., 1972, A187, p.531.
27. Барашенков В.С., Ильинов А.С., Тонеев В.Д. ЯФ, 1971, 13, с.743.
28. Seeliger D., Seidel K., Toneev V.D. Proc. of the Int. Symp. on the Interact. of Fast Neutr. with Nuclei, Gaussig, GDR, ZfK-271, 1974, p.63.
29. Kalbach-Cline C. Nucl.Phys., 1973, A210, p.590.
30. Holub E., Cindro N. Proc. of the Second Int. Symposium, Smolenice, 1979. Neutron Induced Reactions. Physics and Application, 1980, 6, p.133.
31. Kalbach C. Z.Phys., 1978, A287, p.319.
32. Gadioli E., Gadioli-Erba E., Sona P.G. Nucl.Phys., 1973, A217, p.589.
33. Braga-Marcazzan G.M. et al. Phys.Rev., 1972, C6, p.1398.
34. Birattari G. et al. Nucl.Phys., 1973, A201, p.579.
35. Dostrovsky I., Fraenkel Z., Friedlander G. Phys.Rev., 1959, 116, p.683.
36. Cameron A.G.W. Can.J.Phys., 1957, 35, p.1021.
37. Hüfner J., Thies M. Phys.Rev., 1979, C20, p.273.
38. Kadanoff L.P., Baym G. Quantum Statistical Mechanics. Green's Function Methods in Equilibrium and Nonequilibrium Problems. W.A.Benjamin, Inc., New York, 1962.
39. Bechetti F.D., Jr., Greenless G.W. Phys.Rev., 1969, 182, p.1190.
40. Menet J.J.H. et al. Phys.Rev., 1974, C4, p.1114.
41. Bertrand F.E., Peelle R. Phys.Rev., 1973, C8, p.1045.
42. Wu J.R., Chang C.C., Holmgren H.D. Phys.Rev., 1979, C19, p.698.
43. Marshak H. et al. Phys.Rev., 1970, C2, p.1862.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 ноября 1980 года.