сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-80-742

В.А.Матвеев, И.К.Соболев

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

1980

ВВЕДЕНИЕ

Изучение эксклюзивных процессов взаимодействия частиц при высоких энергиях и больших передачах импульсов поставило задачу поиска эффективных методов описания составных систем в квантовой хромодинамике /КХД/, позволяющих учитывать эффекты как малых, так и больших расстояний. Важную роль здесь могут сыграть трехмерные динамические уравнения для систем частиц в переменных "светового фронта" /1,2/.

В работе /1/ на примере простейшей системы, состоящей из кварка и антикварка /мезон/, обсуждалась проблема вывода таких уравнений в КХД и изучения на их основе асимптотического поведения формфактора пиона при больших передачах импульса. Было предложено исходить из калибровочно-инвариантного обобщения двухчастичной амплитуды Бете-Солпитера:

$$\chi_P(x_1, x_2) = \mathrm{Sp}\langle 0|T\psi(x_1)\bar{\psi}(x_2)e^{ig\int_{x_1}^{x_2} dz_\mu \hat{A}^\mu}|P\rangle, \qquad /1/$$

спроецированной на нуль-плоскость $(x_1-x_2)_+=0$, где $x_\pm = x_0 \pm x_3$. Отметим, что операция T в формуле /1/ включает как хронологическое упорядочение фермионных полей, так и упорядочение переменных калибровочного векторного поля вдоль некоторого контура интегрирования, соединяющего точки x_1 и x_2. В соответствии с требованием обращения в нуль полного цвета состояния $|P\rangle$ в формуле /1/ берется след по переменным цвета.

При рассмотрении процессов взаимодействия с большими передачами импульса контур интегрирования в /1/ удобно выбрать таким образом, чтобы он полностью лежал в плоскости, определяемой уравнением $x_+=(x_1-x_2)_+=0$; при этом фиксируется калибровка векторного поля $A_+ = A_+ + A_3 = 0$ /аксиальная калибровка/. В этом случае выражение /1/ содержит лишь поперечные компоненты векторного поля, так как

$$\int_c dz_\mu \hat{A}^\mu \to -\int_c d\vec{z}_\perp \hat{\vec{A}}_\perp$$

и стремится к нулю при $(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)_\perp \to 0$.

В импульсном представлении волновая функция двухчастичной системы определяется выражением вида

$$\psi(x,\vec{q}\ ) = \int dq_- \chi_P(q)\ , \qquad /2/$$

где $q = (q_\pm, \vec{q}_\perp)$; $q_\pm = q_0 \pm q_3$; $P = (P_\pm\ , 0)$,

причем переменная $x = \frac{1}{2} + \frac{q_+}{P_+}$ в силу строгих "проекционных" свойств теории поля на нуль-плоскости[3] изменяется лишь в пределах $0 < x < 1$.

В работе[2] для случая бесспиновых частиц было найдено следующее квазипотенциальное уравнение в переменных светового фронта:

$$(P^2 x(1-x) - \vec{q}_\perp^{\,2} - m^2)\,\psi(x,\vec{q}_\perp) =$$

$$= \int dx' \int d\vec{q}_\perp{}' \, V(x,\vec{q}_\perp, x', \vec{q}_\perp{}')\,\psi(x',\vec{q}_\perp{}')\ . \qquad /3/$$

Как было отмечено в работе[1], использование уравнений релятивистской кварковой модели[4], описывающих кварк-антикварковую систему, приводит к трехмерному уравнению на нуль-плоскости, формально совпадающему с уравнением /3/ для двух бесспиновых частиц. Последовательный вывод квазипотенциального уравнения на нуль-плоскости для случая спиновых частиц требует детального изучения алгебраической структуры "двухвременных" функций Грина и задачи их обращения на пространстве второго ранга. Решению этой задачи посвящена настоящая работа.

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ДВУХ СПИНОВЫХ ЧАСТИЦ НА НУЛЬ-ПЛОСКОСТИ

Известно, что непосредственное проецирование на нуль-плоскость функций Грина спиновых частиц приводит к расходящимся выражениям. Простейшую иллюстрацию этому факту дает рассмотрение двухвременной функции Грина двух невзаимодействующих фермионов на нуль-плоскости, определяемой в импульсном пространстве выражением вида

$$\int dq_- dq'_- G_{0,0}(P,q,q') =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_- \frac{\delta(q_+ - q'_+)\,\delta(\vec{q}_\perp - \vec{q}_\perp{}')}{[(\frac{\hat{P}}{2} + \hat{q})^{(1)} - m][(\frac{\hat{P}}{2} - \hat{q})^{(2)} - m]}, \qquad /4/$$

где индексы (1) и(2) указывают, что соответствующие γ-матрицы действуют на спиновые индексы 1-го и 2-го фермионов. Очевидно, что интеграл /4/ линейно расходится как

$$\sim \left(\frac{1}{P_+}\right)^2 \frac{\gamma_+^{(1)}\gamma_+^{(2)}}{x(1-x)} \int dq_- , \quad \gamma_\pm = \frac{1}{2}(\gamma_0 \pm \gamma_3), \qquad /5/$$

причем коэффициент при расходящемся интеграле пропорционален произведению двух нильпотентных операторов $\gamma_+^{(1)}\gamma_+^{(2)}$.Последнее обстоятельство подсказывает путь обобщения метода построения двухвременных функций Грина на нуль-плоскость. А именно определение двухвременной функции Грина должно включать требование выбора подпространства спиноров, для которого члены типа /5/ не дают вклада. В частности, умножение функций Грина с обеих сторон на оператор $\gamma_+^{(1)}\gamma_+^{(2)}$ приводит к хорошо определенной проекции функции Грина двух невзаимодействующих частиц.

Следует убедиться, однако, что соответствующие данному подпространству спиноров компоненты волновой функции системы не обращаются тождественно в нуль. Чтобы показать это, рассмотрим общий вид волновой функции системы кварка и антикварка с квантовыми числами псевдоскалярного мезона $J^P = 0^-$:

$$\chi(P,q) = \gamma_5 (\chi_1 + \chi_2 \hat{P} + \chi_3 \hat{q} + \chi_4 [\hat{P}\hat{q}]), \qquad /6/$$

где χ_i - скалярные функции переменных (Pq) и q^2.

Интересующие нас компоненты находятся следующим образом $(\gamma_\mu^{(2)} = -(\gamma_\mu^{(1)})_T)$:

$$\begin{aligned} \gamma_+^{(1)}\gamma_+^{(2)} \chi(P,q) &= -\gamma_+ \chi(P,q)\gamma_+ = \\ &= \gamma_5 \gamma^+ (\hat{P}_+ \chi_2 + \hat{q}_+ \chi_3) + 2P_+ \gamma_5 \gamma_+ \hat{q}_\perp \chi_4 , \end{aligned} \qquad /7/$$

где использовано соотношение $\gamma_+\gamma_-\gamma_+ = \gamma_+$.

Таким образом, соответствующие введенному выше подпространству компоненты волновой функции псевдоскалярного мезона в общем случае отличны от нуля, причем первые два члена в /7/ отвечают антипараллельным спиральностям кварка и антикварка /$^1S_0$-волна/, а последний - параллельным /$^3P_0$- волна/. Отметим,что параллельность /антипараллельность/ определяется из условия

$$\gamma_5^{(1)}\gamma_5^{(2)} \chi(P,q) = -\gamma_5 \chi(P,q)\gamma_5 = \pm\chi(P,q). \qquad /8/$$

Выражение /7/ подсказывает вид проектирующих операторов, которые могут быть использованы при описании системы двух спиновых частиц с квантовыми числами пиона на нуль-плоскости:

$$\pi_{(i)} = \left\{ \begin{array}{ll} N_c^{-1/2} \gamma_5 \gamma^{+} & \text{- антипараллельные спиральности} \\ N_c^{-1/2} \gamma_5 \gamma_{+} \gamma_i & \text{- параллельные спиральности } (i=1,2) \end{array} \right\}. \qquad /9/$$

Перейдем теперь к построению квазипотенциального уравнения для двух спиновых частиц в переменных светового фронта.

Определим двухвременную функцию Грина в импульсном пространстве выражением

$$\overline{G} = \int dq_{-} dq'_{-} \, Sp \, \pi_{(i)} G(P, q, q') \pi^{(i)} , \qquad /10/$$

где проецирующие операторы π заданы формулами /9/.

В приближении невзаимодействующих частиц найдем, например,

$$\overline{G}_{0,0} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dq_{-} \frac{\delta(q_{+}-q'_{+})\delta(\vec{q}_{\perp}-\vec{q}'_{\perp}) \, Sp \, \pi \hat{P}_1 \pi \hat{P}_2}{((\frac{P}{2}+q)^2-m^2)((\frac{P}{2}-q)^2-m^2)} =$$

$$= \frac{2x(1-x)}{(2\pi)^3 i} \delta(x-x')\delta(\vec{q}_{\perp}-\vec{q}'_{\perp}) S(x, \vec{q}_{\perp}), \qquad /11/$$

где $S(x, \vec{q}_{\perp})$ имеет вид функции Грина бесспиновых частиц на нуль-плоскости:

$$S(x, \vec{q}_{\perp}) = \frac{1}{x(1-x)} \, \frac{\theta(x)\,\theta(1-x)}{P^2 - \dfrac{\vec{q}_{\perp}^{\,2} + m^2}{x(1-x)} + i\epsilon} . \qquad /12/$$

Определяя обратный оператор $\overline{G}^{-1}$ соотношением

$$\int dx'' d^2\vec{q}''_{\perp} \, \overline{G}^{-1}(x, \vec{q}_{\perp}, x'', \vec{q}''_{\perp}) \overline{G}(x'', \vec{q}''_{\perp}, x', \vec{q}'_{\perp}) =$$

$$= \delta(x-x')\delta(\vec{q}_{\perp}-\vec{q}'_{\perp}) \qquad /13/$$

и обозначая через G_0 несвязанную функцию Грина пары кварк-антикварк /произведение полных пропагаторов кварков/, для квазипотенциала двух спиновых частиц на нуль-плоскости получаем формулу [5]

$$V = \overline{G}_0^{-1} - \overline{G}^{-1} \quad . \qquad /14/$$

Волновая функция системы

$$\psi(x, \vec{q}_\perp) = \int dp_- \, Sp(\pi \chi(P, q)) \qquad /15/$$

удовлетворяет трехмерному квазипотенциальному уравнению или

$$\overline{G}_0^{-1} \psi(x, \vec{q}_\perp) = \int dx' \, d^2\vec{q}\,'_\perp V(x, \vec{q}_\perp, x', \vec{q}\,'_\perp) \psi(x', q'_\perp) \ . \qquad /16/$$

При этом выполняется условие нормировки:

$$\psi^+ \left(1 - \frac{1}{4\pi^3 i} \left(\frac{\partial V}{\partial P^2}\right)_{P^2 = M^2}\right) \psi = 4\pi . \qquad /17/$$

КВАЗИПОТЕНЦИАЛ ОДНОГЛЮОННОГО ОБМЕНА

В квантовой электродинамике разложение квазипотенциала /14/ в ряд по физической константе связи позволяет с необходимой точностью найти V в интересующей нас на практике области изменения переменных $\vec{q}_\perp, \vec{q}\,'_\perp, P$. Ясно, что нет надежды выполнить то же самое в КХД в полном объеме, поскольку нас интересуют те значения $\vec{q}_\perp^{\,2}, \vec{q}\,'^{\,2}_\perp, P^2$, которые приходятся на "инфракрасный полюс" эффективного заряда этой теории. Поэтому решение такой задачи, например, как нахождение спектра связанных состояний и описание их взаимодействия при низких энергиях так или иначе связано с дальнейшим прогрессом теории в поисках эффективных методов выхода в область сильной связи.

Можно надеяться, однако, что при высоких энергиях и больших передачах импульса процессы взаимодействия составных частиц происходят таким образом, что характерные расстояния малы по сравнению с эффективными размерами адронов. Для описания таких процессов требуется знать волновые функции $\psi(P, x, \vec{k}_\perp)$ и квазипотенциал $V(x, \vec{k}_\perp, y, \vec{q}_\perp)$ в области

$$\vec{k}_\perp^{\,2}, \vec{q}_\perp^{\,2} \gg P^2 . \qquad /18/$$

Рис.1. $K_1 \sim \alpha_s$.

Предполагая это условие выполненным, рассмотрим первое приближение для квазипотенциала /14/. В двухчастичнонеприводимом ядре K уравнения Бете-Солпитера для полной функции Грина пары кварк-антикварк в первом порядке по α_s имеется только вклад одноглюонного обмена K_1 /рис. 1/. При этом, удерживая в /14/ лишь члены того же порядка и воспользовавшись приближением /11/, имеем

$$V(x,\vec{k}_\perp, y, \vec{q}_\perp) = \bar{G}_0^{-1}\, \overline{G_0 K_1 G_0}\, \bar{G}_0^{-1} =$$

$$= \frac{\alpha_s C(R)}{4\pi i\, x(1-x)\, y(1-y)} S^{-1}(x,\vec{k}_\perp) S^{-1}(y,\vec{q}_\perp) \times$$

$$\times \int dk_-\, dq_- \frac{\Delta^{\mu\nu}(k-q)\, \mathrm{Sp}\, \pi \hat{P}_2 \gamma^\mu \hat{P}_2' \pi \hat{P}_1 \gamma^\nu \hat{P}_1'}{((\frac{P}{2}+k)^2+i\epsilon)((\frac{P}{2}-k)^2+i\epsilon)((\frac{P}{2}+q)^2+i\epsilon)((\frac{P}{2}-q)^2+i\epsilon)} . \qquad /19/$$

Выбор аксиальной калибровки, в которой пропагатор глюона

$$\Delta^{\mu\nu}(q) = \frac{1}{q^2+i\epsilon}\left(g^{\mu\nu} - \frac{n^\mu q^\nu + n^\nu q^\mu}{(nq)}\right),$$

$n^2=0,\ (nq) = \gamma_+$, после выполнения сверток приводит к следующему виду числителя подынтегрального выражения:

$$(k-q)^2 \Delta_{\mu\nu}(k-q)\, \mathrm{Sp}\, \pi \hat{P}_2 \gamma^\mu \hat{P}_2' \pi \hat{P}_1' \gamma^\nu \hat{P}_1 =$$

$$= 4P_+^3 \frac{x(1-x)y(1-y)}{x-y}(k-q)_- +$$

$$+ 2P_+^2 \left\{ \begin{array}{l} x(1-x)\vec{q}_\perp^{\,2} + y(1-y)\vec{k}_\perp^{\,2} \\ (y(1-x)+x(1-y))(\vec{k}_\perp \vec{q}_\perp) \end{array} \right\} +$$

$$+ \frac{2P_+^2}{x-y}\left(y(1-y)(1-2x)(\vec{k}_\perp, \vec{k}_\perp - \vec{q}_\perp) + x(1-x)(1-2y)(\vec{q}_\perp, \vec{k}_\perp - \vec{q}_\perp)\right).$$

Здесь верхнее или нижнее выражения в фигурной скобке выбираются в соответствии с /9/. Оба выбора приводят к сходимости квазипотенциальной процедуры. После выполнения интегрирования имеем

$$V_1(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp) = \frac{2\pi i\alpha_s C(R)}{x(1-x)y(1-y)}\times$$

$$\times\left(\left(\left\{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\} + \frac{\theta(x-y)-\theta(y-x)}{x-y}\right)(y(1-y)\vec{k}_\perp^2 + x(1-x)\vec{q}_\perp^2) + \left\{\begin{matrix}xy-(1-x)(1-y)\\1\end{matrix}\right\}(\vec{k}_\perp\vec{q}_\perp)\right)\times \qquad /20/$$

$$\times\left(\frac{\theta,x-y)}{\frac{1-y}{1-x}\vec{k}_\perp^2 - 2(\vec{k}_\perp\vec{q}_\perp) + \frac{x}{y}\vec{q}_\perp^2 - i\epsilon} + \frac{\theta(y-x)}{\frac{y}{x}\vec{k}_\perp^2 - 2(\vec{k}_\perp\vec{q}_\perp) + \frac{1-x}{1-y}\vec{q}_\perp^2 + i\epsilon}\right).$$

Полученное выражение не определено, однако, на функциях $\psi(y,\vec{q}_\perp)$ достаточно общего вида, поскольку содержит произведение $(\theta(x-y)-\theta(y-x))/(x-y)$. Появление такого члена связано с использованием аксиальной калибровки.

Заметим, что при нашем выборе проекционного оператора /9/ сингулярность квазипотенциала

$$\int dy\, d\vec{q}_\perp V_1(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp) \sim \int dk_-\, Sp\,\pi \int d^4q\, K_1(q)\gamma_+ = \overline{\Gamma}_+(x,\vec{k}_\perp)$$

в силу тождеств Уорда связана с фактором перенормировки кваркового пропагатора Z_F:

$$D(k) = D_0(k) + D_1(k) = (1 + Z_F(k))D_0(k),$$

$$\overline{\Gamma}_+(x,\vec{k}_\perp) = \frac{1}{2}\int dy\, d\vec{q}_\perp(\overline{G}_0 - \overline{G}_{0,0})(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp) =$$

$$= \frac{1}{2}\int dk_-\, Sp\,\pi D_0\left(\frac{P}{2}+k\right)\left(D_1\left(\frac{P}{2}+k\right)\pi + \pi D_1\left(-\frac{P}{2}+k\right)\right)D_0\left(-\frac{P}{2}+k\right) =$$

$$= Z_F(\vec{k}_\perp)\int dy\, d\vec{q}_\perp \overline{G}_{0,0}(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp),$$

который также инфракрасно расходится в аксиальной калибровке.

Квазипотенциальный оператор можно определить, вычитая в /20/ сингулярность при $\vec{k}_\perp = \vec{q}_\perp$, $x = y$:

$$\int dy\, d\vec{q}_\perp\, V^R(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp)\psi(y,\vec{q}_\perp) = \int dy\, d\vec{q}_\perp V_1(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp)(\psi(y,\vec{q}_\perp)-\psi(x,\vec{k}_\perp)) .$$

В работе [6] продемонстрировано, что предположение о сильном упорядочении в квазипотенциальном уравнении $V(\vec{k}_\perp,\vec{q}_\perp) \approx V(\vec{k}_\perp,0)\,\theta(\vec{k}_\perp^2-\vec{q}_\perp^2)$ приводит к возможности факторизации вкладов сингулярной части квазипотенциала в виде расходящегося множителя перед функцией

$$\phi(x,Q^2) = \int_{\vec{k}_\perp^2<Q^2} \psi(x,\vec{k}_\perp)\, d\vec{k}_\perp \qquad /21/$$

и сокращению его во всех физических величинах /формфакторах, сечениях и т.п./.

Уравнение /16/ преобразуется к сильноупорядоченному виду путем выделения из $V(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp)$ части, нарушающей упорядоченность, и последующего ее учета по теории возмущений.

Пусть оператор P_Q определен как

$$(P_Q\psi)(x,\vec{k}_\perp) = \delta(\vec{k}_\perp)\phi(x,Q^2)$$

и $\psi(x,\vec{k}_\perp)$ удовлетворяет уравнению /16/. Тогда

$$\psi = P_Q\psi + (1-P_Q)\overline{G}_0 V\psi$$

или

$$\psi(x,\vec{k}_\perp) = \overline{G}_0 V[1-(1-P_Q)\overline{G}_0 V]^{-1} P_Q\psi = \qquad /22/$$

$$= \int dy\, \overline{G}_0 V_Q(\vec{k}_\perp,x,y)\phi(y,Q^2),$$

если определить

$$V_Q(\vec{k}_\perp,x,y) = \int dz\, d\vec{q}_\perp dt_\perp\, \delta(\vec{t}_\perp) V(x,\vec{k}_\perp,z,\vec{q}_\perp)[1-(1-P_Q)\overline{G}_0 V]^{-1}(y,\vec{t}_\perp,z,\vec{q}_\perp),$$

при этом $[1-\alpha_s...]^{-1}$ понимается в смысле разложения в ряд по α_s.

Для $\phi(x,\vec{k}_\perp)$ из /21/ и /22/ следует уравнение

$$\frac{\partial}{\partial Q^2}\phi(x,Q^2) = \int dy\,\overline{G}_0 V_Q^R(Q,x,y)\,\phi(y,Q^2) +$$

$$+ \overline{G}_0(Q,x)\,\phi(x,Q^2)\int V_Q(Q,xy)\,dy , \qquad /23/$$

в котором сингулярная часть квазипотенциала может быть выделена в виде некоторого множителя перед $\phi(x,Q)$. Определяя

$$\phi_R(x,Q^2) = Z(x,Q)\,\phi(x,Q^2)$$

и потребовав выполнения уравнения

$$\frac{\partial}{\partial Q^2}\phi_R(x,Q^2) = \int dy\,\overline{G}_0(x,Q)\,V_Q^R(Q,x,y)\,\phi(y,Q^2), \qquad /24/$$

находим связь фактора $Z(x,Q)$ с сингулярностью квазипотенциала:

$$Z(x,Q) = \exp\{-\int_{\vec{k}_\perp^2<Q^2} \overline{G}_0\,V_{|\vec{k}_\perp|}(\vec{k}_\perp,x,y)\,dy\,d\vec{k}_\perp\}. \qquad /25/$$

Первое приближение для $V_Q(\vec{k}_\perp,x,y)$ получаем, использовав /20/ и первый член разложения в /22/:

$$V_{(1)Q}(\vec{k}_\perp,x,y) = \frac{8\pi i\alpha_s}{x(1-x)}\left(\frac{1-x}{1-y}\left\{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\} + \frac{1}{x-y}\right)\theta(x-y) + \frac{x}{y}\left(\left\{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\} - \frac{1}{x-y}\right)\theta(y-x)),$$

в $V^R_{(1)Q}(\vec{k}_\perp,x,y)$ произведение $\frac{\theta(x-y)}{x-y}$ определяется как $\frac{1}{(x-y)_+}$, при этом из /25/ имеем

$$Z(x,Q) = (Q^2)^{\int_0^1 V_1(x,y)\,dy}.$$

Факторизация вкладов сингулярной части квазипотенциала в строгоупорядоченном виде /22/, очевидно, проводится в произвольном порядке α_s^n в теории возмущений, если только выполнены следующие предположения:

а/ существует значение $V_n(x,\vec{k}_\perp,y,\vec{q}_\perp)$ в точке $\vec{q} = 0$;

б/ /22/ дает формальное выражение для $V_Q^n(\vec{k}_\perp,x,y)$, сингулярность которого типа $\frac{\theta(x-y)}{x-y}$, т.е. требует одного вычитания.

Однако уже в следующем порядке эти условия нарушаются.

Учет порядка α_s^2 в определении /14/ приводит к следующему выражению для квазипотенциала:

$$V_2 = \overline{G}_0^{-1}\overline{G_0(K_2+K_1G_0K_1)G_0}\,\overline{G}_0^{-1} - V_1\overline{G}_0V_1,$$

где K_2 - члены порядка α_s^2 в ядре Бете-Солпитера /рис.2а,б/. Если выделить логарифмически расходящиеся вклады и через $K_{2,Reg}$ обозначить конечные /не зависящие от точки вычитания/ члены того же порядка, то

$$(K_2+K_1\overline{G}_0K_1-K_{2,Reg})(k,q) =$$

$$= (\alpha_s\beta\ln\frac{(k-q)^2+i\epsilon}{\mu^2} - Z_F(\frac{P}{2}+k) - Z_F(\frac{P}{2}-k))\,K_1(k,q).$$

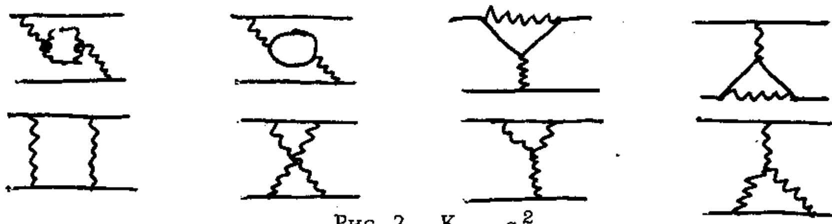

Рис.2. $K_2 \sim \alpha_s^2$.

Кроме того, вклад того же порядка в квазипотенциальное уравнение /16/ вносит поправку к произведению полных кварковых пропагаторов:

$$G_0 = (1 + Z_F(\frac{P}{2}+k) + Z_F(\frac{P}{2}-k))\, G_{0,0}\,.$$

Таким образом, после проведения квазипотенциального проектирования в произведении $\overline{G}_0 V$ инфракрасно расходящиеся в аксиальной калибровке вклады от Z_F сокращаются с точностью до конечных членов:

$$\overline{G}_0 V = \overline{G}_{0,0} V_1 + \overline{G}_{0,0}(\beta \ln\frac{(\vec{k}-\vec{q})_\perp^2}{\mu^2} V_1 + V_{2,Reg} - V_1 \overline{G}_0 V_1)\,. \qquad /26/$$

Ядро сильноупорядоченного уравнения /22/ в порядке α_s^2 связано с квазипотенциалом V_2 следующим образом:

$$V_{(2)Q}(\vec{k}_\perp, x, y) = (V_2 + V_1(1-P_Q)V_1)(x, \vec{k}_\perp, y, 0) =$$
$$= \overline{G}_0^{-1}\, \overline{G_0(K_2 + K_1 G_0 K_1)G_0}\, \overline{G}_0^{-1}(x, \vec{k}_\perp, y, 0) - \qquad /27/$$
$$- \int dz V_1(x,z) \int_{\vec{\ell}_\perp^2 < Q^2} d\vec{\ell}_\perp\, \overline{G}_{0,0}(z, \vec{\ell}_\perp) V_1(z,y)\,.$$

В отличие от интегрирований в $V_1 \overline{G}_0 V_1$ в /26/ интеграл по $\vec{\ell}_\perp$ во втором слагаемом в /27/ благодаря наличию верхнего предела определен:

$$\int_{\vec{\ell}_\perp^2 < Q^2} \overline{G}_{0,0}(z, \vec{\ell}_\perp)\, d\vec{\ell}_\perp \sim \ln\frac{Q^2}{P^2}\,,$$

а все слагаемое не зависит от импульсов $\vec{k}_\perp$ и $\vec{q}_\perp$, поэтому для членов в $G_0 V_Q$, содержащих логарифмы, условия факторизации а и б выполнены, и, учитывая /26/, получаем

$$\overline{G}_0 V_Q(t\vec{k}_\perp, x, y, \mu) = \overline{G}_0 V_Q(\vec{k}_\perp, x, y, \frac{\mu}{t})\,.$$

Решая уравнение ренормгруппы, полностью определяем зависимость $\overline{G}_0 V_Q$ от импульса:

$$\overline{G}_0 V_Q(\vec{k}_\perp, x, y) = \frac{1}{1+\alpha_s \beta \ln\frac{\vec{k}_\perp^2}{\vec{\Lambda}^2}} \overline{G}_{0,0} V_{(1)Q}(\vec{k}_\perp, x, y, \alpha_s).$$

Уравнение /25/ определяет фактор "перенормировки" волновой функции

$$Z_{RG}(Q, x) = (\ln\frac{Q^2}{\Lambda^2})^{\int_0^1 V_1(x,y)\,dy},$$

и все уравнение после выбора $Q=|\vec{k}_\perp|$ перенормируется в уравнение /24/ с квазипотенциалом

$$V_{1,RG}(\vec{k}_\perp, x, y) = \frac{8\pi i \alpha_s(\vec{k}_\perp^2)}{x(1-x)}\left(\frac{1-x}{1-y}\left(\left\{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\}+\frac{1}{(x-y)_+}\right)\theta(x-y) + \right.$$

$$\left. +\frac{x}{y}\left(\left\{\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\}-\frac{1}{(x-y)_+}\right)\theta(y-x)\right).$$

Рассмотрение конечных членов того же порядка, например, $V_1 \overline{G}_{0,0} V_1$, приводит к выводу о серьезном ограничении изложенного способа факторизации аксиальной расходимости, который основан на предложенной в работе[6] процедуре упорядочения, в высших порядках теории возмущений. Таким образом, остается важная задача учета высших приближений для развития последовательной схемы описания наблюдаемых составных частиц в КХД.

Авторы глубоко признательны Н.Н.Боголюбову и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе и стимулирующие дискуссии, А.Н.Квинихидзе, Н.В.Красникову, Р.М.Мурадяну и Л.А.Слепченко за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н. ТМФ, 1979, 40, с.329.
2. Гарсеванишвили В.Р. и др. ТМФ, 1975, 23, с.310; Leutwyler H. Nucl.Phys., 1974, B76, p.413; Хелашвили А.А. ОИЯИ, Р2-8750, Дубна, 1975; Weinberg S. Phys.Rev., 1966, 150, p.1313.
3. Квинихидзе А.Н. и др. ОИЯИ, Д2-9540, Дубна, 1976.
4. Боголюбов Н.Н. и др. ОИЯИ, Д-2141, Дубна, 1965; Вопросы физики элементарных частиц. Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1966, с.406.
5. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, p.380; Тавхелидзе А.Н. В сб.: Проблемы теоретической физики, посвященном Н.Н.Боголюбову в связи с его 60-летием. "Наука", М., 1965.
6. Brodsky S.J., Lepage G.P. SLAC-PUB-2294, 1979.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 ноября 1980 года