сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-80-68

В.В.Буров, В.К.Лукьянов, А.И.Титов

О ВОЗМОЖНОМ ПРОЯВЛЕНИИ КВАРКОВОЙ СТРУКТУРЫ ^{3}He, ^{4}He В ЗАРЯДОВЫХ ФОРМФАКТОРАХ

1980

Измерения формфакторов легчайших ядер ^2D , ^3He , ^4He проведены при больших передачах импульса $q^2 > 1$ /ГэВ/с/^{2} [1]. Это значит, что электрон проникает в очень малый объем пространства с размерами порядка

$r \approx 1/q = 0{,}2$ Фм,

где, по современным представлениям, должна проявляться кварковая структура ядерной материи. Согласно этим представлениям при асимптотически больших передачах формфакторы имеют степенное поведение /правила кваркового счета [2] /:

$$(q^2)^{N-1} F_N(q^2) = C_N^2, \qquad /1/$$

где N - число составляющих систему кварков, а константа C_N^2 характеризует вес N-кварковой конфигурации в полной волновой функции системы [3].

На *рис.1* показано, как выполняется соотношение /1/ при $q^2 > 1$ /ГэВ/с/^{2} для адронов и легчайших ядер. Видно, что для дейтронов мы только подходим к асимптотической области, а для ядер ^3He и ^4He она еще не достигается. Более того, определение вклада N-кварковой примеси C_N^2 зависит от характера аппроксимации формфакторов в предасимптотической области передач. В работе [3] было показано, что если для дейтрона взять аппроксимации вида

$$F^I(q^2) = (1 + q^2/36\,m_Q^2)^{-5}\ , \qquad /2/$$

$$F^{II}(q^2) = (1 + q^2/m_0^2)^{-1}\, F_n^2(q^2/4), \qquad /3/$$

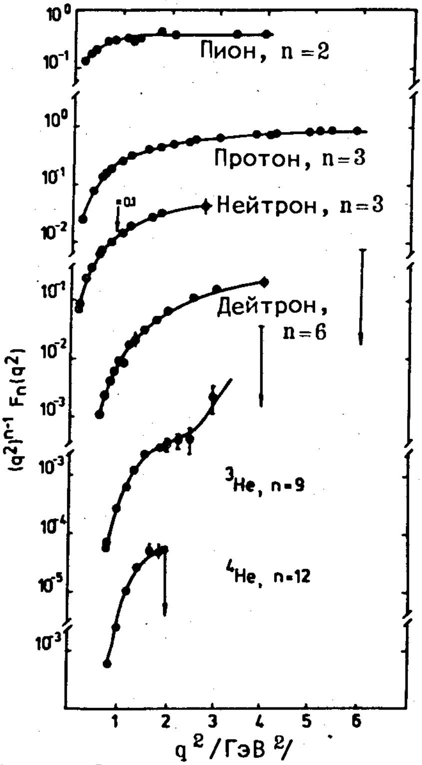

Рис.1. Зависимость экспериментальных зарядовых формфакторов пиона, протона, нейтрона, дейтрона, ядер ^3He , ^4He , умноженных на $(q^2)^{n-1}$, от q^2. Линии проведены по точкам.

где $m_Q = 0{,}28$ ГэВ, $m_0^2 = 0{,}28$ ГэВ^2, F_n - формфактор нуклона, то для соответствующих примесей получаем следующий результат:

$$C^2_{6q}(\mathrm{I}) \simeq 2 \div 4 \cdot 10^{-2}\ , \quad C^2_{6q}(\mathrm{II}) \simeq 12 \div 15 \cdot 10^{-2}\ . \qquad /4/$$

Этот пример показывает, насколько важны расчеты формфакторов в конкретных моделях, которые давали бы правильное поведение их в асимптотике /1/, и, кроме того, позволяли бы описывать предасимптотическую область по q.

Ниже мы используем для этой цели модель, в которой полная волновая функция ядра A представляется в следующем виде:

$$\Psi_A = C_1\psi_1 + C_2\psi_2 + \ldots = \sum_{k=1}^{A} C_k\psi_k\ . \qquad /5/$$

Здесь ψ_1 есть одночастичная функция:

$$\psi_1 = \bar\psi_1(\vec r_1^{(1)}\vec r_2^{(1)}\vec r_3^{(1)})\,\bar\psi_2(\vec r_1^{(2)}\vec r_2^{(2)}\vec r_3^{(2)})\ldots\bar\psi_A(\vec r_1^{(A)}\vec r_2^{(A)}\vec r_3^{(A)})\ , \qquad /6/$$

где $\vec r_i^{(j)}$ - координаты кварков $i = 1,2,3$, составляющих нуклон j. В функциях

$$\psi_2 = \bar\psi_{12}(\vec r_1^{(1)}\ldots\vec r_3^{(2)})\,\bar\psi_3(\vec r_1^{(3)}\vec r_2^{(3)}\vec r_3^{(3)})\ldots\bar\psi_A(\vec r_1^{(A)}\vec r_2^{(A)}\vec r_3^{(A)})\ , \qquad /7/$$

$$\psi_3 = \bar\psi_{123}(\vec r_1^{(1)}\ldots\vec r_3^{(3)})\,\bar\psi_4(\vec r_1^{(4)}\vec r_2^{(4)}\vec r_3^{(4)})\ldots\bar\psi_A(\vec r_1^{(A)}\vec r_2^{(A)}\vec r_3^{(A)})\ , \qquad /8/$$

. . . .

$$\psi_k = \bar\psi_{12\ldots k}(\vec r_1^{(1)}\ldots\vec r_3^{(k)})\,\bar\psi_{k+1}(\vec r_1^{(k+1)}\vec r_2^{(k+1)}\vec r_3^{(k+1)})\ldots\bar\psi_A(\vec r_1^{(A)}\vec r_2^{(A)}\vec r_3^{(A)}) \qquad /9/$$

учитывается возможность кластеризации кварков: двум нуклонам находиться в 6q-состоянии /7/, трем нуклонам - в 9q-состоянии /8/ и т.д. Вводя координаты Якоби, приводим в осцилляторном базисе волновые функции "многокварковых кластеров" /флуктонов/ 3q-состояний /нуклонов/ $\bar\psi_1$, 6q-состояний $\bar\psi_{12}$ и т.д. к следующему виду:

$$\bar\psi_1(\vec r_1^{(1)}\vec r_2^{(1)}\vec r_3^{(1)}) = \phi_1(\vec R^{(1)})\,\Phi_1(\vec\xi^{(1)}\vec\eta^{(1)})\ , \qquad /10/$$

$$\bar\psi_{1\ldots k}(\vec r_1^{(1)}\ldots\vec r_3^{(k)}) = \phi_{1\ldots k}(\vec R^{(1\ldots k)})\,\Phi_{1\ldots k}(\vec\xi^{(1)}\ldots\vec\eta^{(k)}\vec t_{12}\ldots\vec t_{1\ldots k-1,k})\ , \qquad /11/$$

где $\vec R^{(1\ldots k)}$ - координаты центра тяжести k-того флуктона, содержащего 3К кварков, а $\xi\eta t$ - относительные координаты кварков внутри него. Функции движения центра тяжести флуктона $\phi_{1\ldots k}$ в осцилляторном базисе можно представить в виде произведения одночастичных функций нуклонов

$$\phi_{1\ldots k} = \phi_1^k\ . \qquad /12/$$

Мы будем обобщать это соотношение, вводя феноменологическую плотность распределения заряда точечных нуклонов ядра, взятую из анализа формфакторов электрон-ядерного рассеяния при относительно небольших импульсах - до первого минимума формфактора. Такая плотность близка к гауссовской, так что

$$|\phi_{1\ldots k}|^2 \simeq \rho^k(R)\ . \qquad /13/$$

С введением подогнанной под эксперимент плотности ρ в какой-то мере учитывается принцип Паули в неантисимметризованной полной функции /5/.

Что касается определения коэффициентов примесей C_k многокварковых состояний в ядерной функции /5/, то, полагая $C_1 \gg C_2 \gg \ldots$, из нормировки получим $C_1^2 \simeq 1$. Остальные C_k являются, вообще говоря, параметрами. Их, однако, можно рассчитать, задавая уравнение на волновую функцию /5/ и взаимодействия кварков и нуклонов. Пока такую задачу удалось выполнить лишь для дейтрона [4], а для более тяжелых ядер получить только качественные оценки [5]. Можно, однако, параметризовать C_k с помощью формулы для вероятности нахождения k нуклонов ядра в объеме корреляции $V_\xi = \frac{4}{3}\pi r_\xi^3$ /в объеме "флуктона"/:

$$C_k^2 = \binom{A}{k}\left(\frac{V_\xi}{AV_0}\right)^{k-1} B_k\ ; \quad B_k = \binom{N}{k_n}\binom{Z}{k_p}\binom{A}{k}^{-1}\frac{1}{Z}\ , \qquad /14/$$

где B_k учитывает изотопический состав флуктона с k_n нейтронами и k_p протонами. Здесь $V_0 = \frac{4}{3}\pi r_0^3$, $r_0 = 1{,}2$ Фм. Из анализа кумулятивных процессов ранее было получено $r_\xi = 0{,}75$ Фм [6].

Подставляя /5/-/14/ в определение зарядового формфактора ядра

$$F_A = \sum_{ij} e_i^{(j)} \int |\Psi_A|^2 e^{i\vec q\vec r}\,\delta(\vec r - \vec r_i^{(j)})\,d\vec r \prod_{ij} d\vec r_i^{(j)}\ , \qquad /15/$$

где $e_i^{(j)}$ - заряды кварков, получаем выражение

$$F_A = \sum_{k=1}^{A} C_k^2 F_k\ . \qquad /16/$$

Здесь из-за факторизации /10/, /11/ формфакторы флуктонов принимают вид

$$F_k = F_k^c \bar F_k F_k^q = \tilde F_k F_k^q\ , \qquad /17/$$

$$\tilde{F}_k = \int \rho^k \exp(i\vec{k}\vec{R})\, d\vec{R}, \qquad /18/$$

$$F_k^q = \int |\Phi_{1\ldots k}(\vec{\xi}^{(1)}\ldots \vec{t}_{1\ldots k-1,k})|^2 e^{i\vec{q}\{\vec{\xi}\vec{\eta}\vec{t}\}}\, d\{\vec{\xi}\vec{\eta}\vec{t}\}. \qquad /19/$$

Сюда входят $\tilde{F}_k$ - формфактор движения центра масс k-того флуктона и F_k^q - собственно формфактор многокварковой системы. Присутствие лишних переменных в ядерной функции /5/ привело к необходимости ввести поправку на движение центра масс флуктона $F_k^c = \exp[\frac{q^2\alpha_A^2}{4A}]$. Параметр α_A определяется в результате сравнения /17/ с известными из эксперимента формфакторами нуклона, ^3He и ^4He при $k=1$ в области малых q^2, когда можно пользоваться гауссовской плотностью $\rho = \rho_G$. Это дает

$$\tilde{F}_k = \exp[-\frac{q^2\alpha_A^2}{4k}(1-\frac{k}{A})]; \quad \alpha_A^2 = \frac{A}{A-1}(b_A^2 - a_p^2), \qquad /20/$$

где $b^2_{^3He} = 1{,}823$ Фм^2, $b^2_{^4He} = 1{,}86$ Фм^2, $a_p = 0{,}59$ Фм.

Интерференционный член в /16/ не включен из-за малости, обусловленной двумя факторами. Действительно, он пропорционален интегралам перекрытия волновых функций внутреннего движения кварков, принадлежащих разным флуктонам: k и ℓ. Последние имеют размеры r_ξ и разделены среднеядерным расстоянием $r_0 > r_\xi$. Тогда интегралы перекрытия, а значит, и $F_{k\ell}$ пропорциональны малости $(r_\xi/r_0)^{3|k-\ell|}$. Кроме того, в принципе должна проявляться ортогональность компонент функции /5/, соответствующих разным каналам типа нуклон-изобара или каналам с разными квантовыми числами скрытого цвета, что приводит к дополнительной малости. Поскольку, однако, такие компоненты в /5/ явно не выделены, то указанный эффект можно частично учесть, вводя подавление на малых расстояниях в соответствующих функциях нуклон-нуклонного движения /корреляции Ястрова/. Проведенные нами численные расчеты подтверждают изложенную аргументацию /см. также [7] /.

Теперь необходимо найти формфактор /19/ многокварковой $3k$-системы F_k^q. В качестве волновых функций N-кварковых состояний будем брать соответствующие решения релятивистского осцилляторного уравнения [8]:

$$[\sum_{i=1}^{N} p_i^2 + K^2 \sum_{i>j=1}^{N} (x^i - x^j)^2]\, \Phi_{N_q}(x^1 \ldots x^N) = 0, \qquad /21/$$

где $p_i = i\frac{\partial}{\partial x^i}$, x^i - 4-импульс и 4-координата i-того кварка.

Уравнение /21/ можно привести к виду [9]

$$(\mathcal{P}^2 - 2\alpha_N \sum_{i=1}^{n} a^{i+}_{r\mu} a^{i\mu}_r)\,\Phi_{N_q} = 0, \qquad /22/$$

где $\alpha_N = N^{3/2}K$, а

$$a^i_{r\mu} = \frac{1}{2\alpha_N}(\sqrt{N}\, p^i_{r\mu} - i\frac{\alpha_N}{\sqrt{N}} r^i_\mu) \qquad /23/$$

выражаются через относительные 4-импульсы и относительные 4-координаты кварков. Из-за выделения полного импульса $\mathcal{P} = \sqrt{N}p^\circ$ имеем $n = N-1$ переменных. Уравнение /22/ решается с использованием дополнительного условия Такабаяши [10], что позволяет оставлять только состояния с положительной энергией кварков:

$$\Phi_{N_q}(r^1 \ldots r^n, p) = (\frac{\alpha_N}{\pi N})^n \exp[\frac{\alpha_N}{2N}(g^{\mu\nu} - 2\frac{p^\mu p^\nu}{M^2_{N_q}}) \sum_{i=1}^{n} r^i_\mu r^i_\nu] = $$
$$= \prod_{i=1}^{n} \{\frac{\alpha_N}{\pi N} \exp[\frac{\alpha_N}{2N}(g^{\mu\nu} - 2\frac{p^\mu p^\nu}{M^2_{N_q}}) r^i_\mu r^i_\nu]\}. \qquad /24/$$

Теперь вместо /19/ используем определение формфактора в релятивистском случае:

$$F_{Nq}(q^2) = \int \Phi^*_{Nq}(r^1 \ldots r^n, p_{out})\, e^{-iq\sum_i u^i_1 r^i}\, \Phi_{Nq}(r^1 \ldots r^n, p_{in})\, d^4r^1 \ldots d^4r^n \qquad /25/$$

/здесь не учитывается спинорная часть функций, вклад которой в формфактор оказывается несущественным /см., например, [9] /. Тогда, подставляя в /25/ функции в виде /24/, находим

$$F_k^q \equiv F_{Nq} = \prod_{i=1}^{n} J(y^i), \qquad /26/$$

$$J(y^i) = (\frac{\alpha_N}{\pi N})^2 \int \exp[\frac{\alpha_N}{N} K^{\mu\nu} r^i_\mu r^i_\nu - (y^i)^\mu r^i_\mu]\, d^4 r^i, \qquad /27/$$

$$K^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu_{out} p^\nu_{out}}{M^2_{Nq}} - \frac{p^\mu_{in} p^\nu_{in}}{M^2_{Nq}}; \quad (y^i)^\mu = i u^i_1 q^\mu; \quad \sum_{i=1}^{n} (u^i_1)^2 = \frac{n}{N}. \qquad /28/$$

Вычисляя интегралы /27/, в итоге получаем выражение для формфактора Nq-системы [9]:

$$F_{Nq} = \frac{1}{(1+q^2/2M_{Nq})^{N-1}} \exp[-\frac{N-1}{4\alpha_N} \cdot \frac{q^2}{1+q^2/2M^2_{Nq}}]. \qquad /29/$$

Здесь M имеет смысл массы Nq-системы, однако его естественно выбирать как параметр. В наших расчетах для ядер ^3He и ^4He учитывался вклад в полную волновую функцию только 6q- и 9q -конфигураций. Для 6q-конфигураций значение $M_{6q}=1,2$ ГэВ взято из работы /9/, где 6q-вклад учитывался в дейтронной волновой функции, и было получено хорошее согласие с формфактором дейтрона при больших импульсах $q^2 > 1$ /ГэВ/с/^{2}. Также найден параметр осцилляторной связи кварков $K = 0,1$ ГэВ^2, который дал хорошую подгонку к формфакторам не только дейтрона, но и протона. Кроме этих параметров, нам необходимо знать еще $M_{9q} = 1,4$ ГэВ. Он находился при сравнении с выражением для F_{9q}, полученным в модели независимых кварков /11/, которое в предасимптотической области дает другое нежели /29/ поведение формфакторов, однако при $q^2 \to \infty$ также, как и выражение /29/, переходит в формулу кваркового счета /1/. Сравнивая их в этой области q^2, получаем $M_{9q}=1,4$ ГэВ.

Первое слагаемое в формфакторе /16/ - это чисто ядерный формфактор, когда нуклоны не превращаются в многокварковые конфигурации на малых относительных расстояниях. Поэтому F_1 в /16/ естественно выбрать таким, каким он получается в точных расчетах с использованием реалистических моделей. Для ядер ^3He и ^4He мы в качестве таковых взяли расчеты из работы /12/, где решалась соответственно задача 3-х и 4-х тел в рамках уравнений Фаддеева и Якубовского с использованием реалистических нуклон-нуклонных потенциалов и с учетом вклада мезонных обменных токов. На *рис. 2а,б* эти кривые изображены штрих-пунктиром. Видно, что в области больших передач импульса $q^2 > 1$ /ГэВ/с/^{2} в таком расчете не достигается согласия с экспериментом. Учет вклада в формфактор 6q- и 9q-конфигураций по изложенной выше схеме показан пунктиром. Естественно, что их вклад надо учитывать лишь в области больших передач импульса. Так, на *рис. 2а,б* суммарный вклад ядерного и $k=2,3$-формфакторов показан сплошной линией, он качественно соответствует эксперименту. Отметим, что при малых передачах импульса $q^2 < 1$ /ГэВ/с/^{2} в F_2- и F_3-формфакторах должна проявляться структура, связанная с распределением самих флуктонов с $k=2$ и $k=3$ в ядрах. Однако, поскольку в наших расчетах использовалась простейшая гауссовская ρ_G плотность для легких ядер, которая не дает размерного минимума даже в ядерном формфакторе F_1, то естественно, что и флуктонные формфакторы $\tilde{F}_{k=2,3}$ как фурье-образы от ρ_G^k также не имеют характерного размерного минимума в этой области. Это можно учесть при более точном рассмотрении вопроса. Далее, уже отмечалось, что рассчитанные здесь формфакторы многокварковых систем /29/ существенно отличаются в предасимптотической области от тех, что найдены в модели

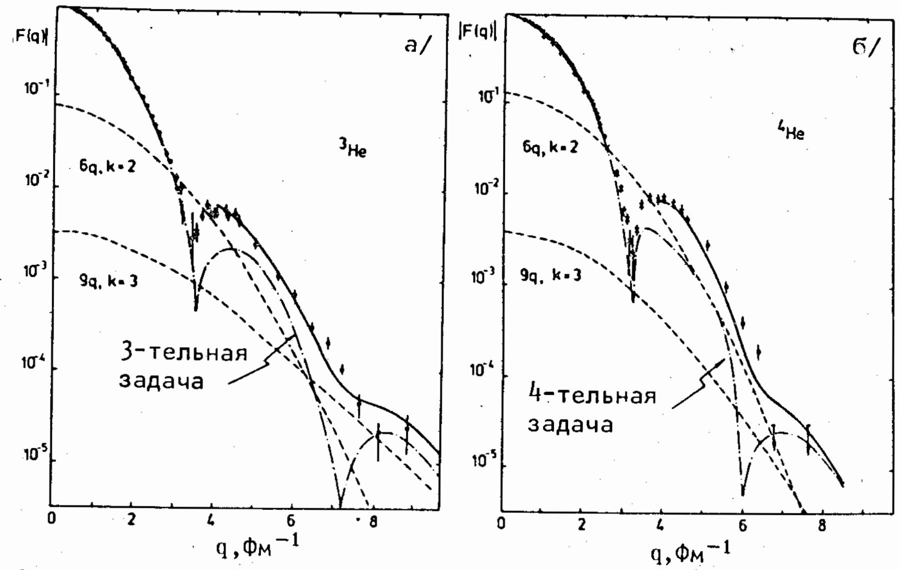

Рис. 2. Зависимости упругих электромагнитных формфакторов ядер ^3He /а/ и ^4He /б/ от q. Штрих-пунктирная линия - формфактор в рамках 3-,4-тельной задачи, пунктирная - вклад флуктонов с $k=2,3$, сплошная кривая - суммарный формфактор.

независимых кварков /11/, и в той области сравнения $q^2 > 1$ /ГэВ/с/^{2}, где имеются экспериментальные данные для ядер ^3He и ^4He, ведут себя значительно более плавно, чем /29/. Использование их в нашей схеме /с учетом движения самих многокварковых кластеров-флуктонов в ядре/ не привело к сколько-нибудь разумным результатам, поэтому мы здесь их не приводим*. Отметим также, что в работе /13/ приводился расчет формфактора ^3He в предположении существования только 9q-конфигурации в волновой функции ядра:

$$F_{^3He} = F_1 + \alpha F_{9q} , \qquad /30/$$

где, как и у нас, в качестве F_1 был взят расчет трехтельной задачи /12/, а F_{9q} рассчитывался в модели независимых кварков /11/, параметр α подгонялся и оказался равным $\alpha \simeq -0,015$, что по абсолютной величине более, чем в три раза, превышает наше значение C_3^2.

*Такие расчеты проводились с участием В.Н.Достовалова, которому мы выражаем свою благодарность.

Итак, подводя итоги, можно констатировать, что для ядер ^2D , ^3He , ^4He проведенные измерения формфакторов еще не достигли асимптотической области, чтобы можно было прямым образом использовать правила кваркового счета. Далее, в предасимптотической области расчеты формфакторов оказываются весьма критичными к выбору параметров моделей многокварковых систем, процедуре релятивизации и т.п. Это последнее обстоятельство можно использовать как критерий для отбора тех или иных появляющихся в последнее время в физике элементарных частиц моделей кварков. В этом плане исследование ядерных процессов при больших передачах импульса оказывается интересным не только для кварковой ядерной физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Arnold R.G. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 35, p.776; Arnold R.G. et al. Phys.Rev.Lett., 1978, 40, p.1429.
2. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett. Nuovo Cim., 1973, 7, p.719; Brodsky S., Farrar G. Phys.Rev. Lett., 1973, 31, p.1153; Phys.Rev., 1975, D11, p.1309.
3. Буров В.В. и др. ЯФ, 1978, 28, с.321. (Sov.J.Nucl. Phys., 1978, 28, p.162).
4. Лукьянов В.К., Резник Б.Л., Титов А.И. ОИЯИ, Р2-12754, Дубна, 1979.
5. Лукьянов В.К., Титов А.И., Доркин С.М. ОИЯИ, Р2-11049, Дубна, 1977.
6. Burov V.V., Lukyanov V.K., Titov A.I. Phys.Lett., 1977, 67B, p.46; Буров В.В., Лукьянов В.К., Титов А.И. Изв. АН СССР, сер. физ., 1978, 42, с.38.
7. Кобушкин А.П. ЯФ, 1978, 28, с.495.
8. Feynman R.P., Kislinger M., Ravndal F. Phys.Rev., 1971, D3, p.2706.
9. Kizukuri Y., Namiki M., Okano K. Progr.Theor.Phys.,1979, 61, p.559.
10. Takabayashi T. Phys.Rev., 1965, 139, p.B1381.
11. Brodsky S., Chertok B. Phys.Rev., 1976, D14, p.3003.
12. Brandenburg R.A., Kim Y.E., Tubis A. Phys.Rev., 1975, C12, p.1368; Dieperink A.E.L. et al. Phys.Lett., 1976, 63B, p.261; Tjon J.A.Phys.Rev.Lett., 1978, 40, p.1239.
13. Chertok B. Phys.Rev.Lett., 1978, 41, p.1155.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 января 1980 года.