объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

6/2-81

12/1-81

Р2-80-663

А.Н.Квинихидзе, А.М.Хведелидзе

РАССЕЯНИЕ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ ДЛЯ НЕЛОКАЛЬНЫХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛОВ

Направлено в ТМФ и на Международный семинар "Кварки-80" /Сухуми, 1980/

1980

Процессы с большими передачами импульса служат удобным объектом для изучения динамики сильных взаимодействий на малых расстояниях и структуры адронов. Одним из существенных результатов, полученных в этом направлении, явилось правило кваркового счета /1/, определяющее степенное поведение амплитуд рассеяния в зависимости от числа кварковых составляющих адронов. Например, для амплитуды упругого рассеяния адронов на фиксированные углы имеем

$$T(s,t) \sim \frac{1}{s^N} f\left(\frac{t}{s}\right) \quad \text{при} \quad s \to \infty \quad \frac{t}{s} \to \text{фикс.}, \qquad /1/$$

где N задается числом элементарных составляющих адронов.

Аналогичное поведение было исследовано на основе квазипотенциального подхода Логунова-Тавхелидзе /2/ для широкого класса локальных квазипотенциалов /3/, представимых в виде

$$V(s,\vec{p}-\vec{q}) = \int_0^\infty dx\rho(s,x)e^{-x(\vec{p}-\vec{q})^2}. \qquad /2/$$

Причем относительно функции плотности $\rho(s,x)$ предполагалось существование слабого предела

$$\lim_{s\to\infty} s^N \rho\left(s, x = \frac{\eta}{s}\right) = \Psi(\eta) \qquad 0<\eta<\infty \qquad N > 0.$$

Было показано, что амплитуда упругого рассеяния бесспиновых частиц при высоких энергиях и фиксированных углах имеет вид

$$T(s,t) \sim e^{2i\chi_s(0)} s^{-N} f\left(\frac{t}{s}\right) \qquad + \text{/обменный вклад/},$$

где

$$f\left(\frac{t}{s}\right) = \int_0^\infty d\eta\, \Psi(\eta)\, e^{\eta\frac{t}{s}} \qquad .$$

$$\chi_s(r_\perp) = \frac{1}{s}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, V(s,\vec{r}) -$$

- функция эйконала, определяющая поведение амплитуды упругого рассеяния на малые углы. Представляет интерес исследование процессов упругого рассеяния адронов на нелокальных квазипотенциалах, так как учет составной природы адронов /если исходить, например, из многочастичных уравнений для элементарных составляющих/ приводит именно к таким квазипотенциалам. Кроме того, заслуживает внимания вопрос о наиболее общей структуре квазипотенциала, приводящего в случае высокоэнергетического рассеяния на большие углы к асимптотическому поведению типа /1/.

В настоящей работе рассматривается класс нелокальных квазипотенциалов, удовлетворяющих асимптотическому условию

$$\lim_{s\to\infty} s^N V(s,\vec p,\vec q) = F\left(\frac{\vec p}{\sqrt s},\frac{\vec q}{\sqrt s}\right) \qquad \frac{(\vec p \pm \vec q)^2}{s} \to \text{фикс.} \qquad /3/$$

и требованию сходимости интегралов, соответствующих любой итерации квазипотенциального уравнения. Получено решение квазипотенциального уравнения для амплитуды упругого рассеяния частиц с любым спином в области высоких энергий и фиксированных углов. Указан простой способ нахождения нескольких первых членов разложения по обратным степеням $\sqrt{s}$.

2. Рассмотрим квазипотенциальное уравнение для амплитуды рассеяния двух частиц, обладающих спином

$$T(s,\vec p,\vec q) = V(s,\vec p,\vec q) + \int_{-\infty}^{\infty} V(s,\vec p,\vec k)\, g(s,\vec k)\, T(s,\vec k,\vec q)\, d\vec k, \qquad /4/$$

где V - квазипотенциал, удовлетворяющий асимптотическому требованию /3/, $g(s,\vec k)$ - квазипотенциальная функция распространения двух свободных частиц, которая может иметь матричную структуру /4,5/. Для двух скалярных частиц равных масс в подходе Логунова-Тавхелидзе имеем

$$g(s,\vec k) = [\, 2\sqrt{\vec k^2 + m^2}\,(s - 4\vec k^2 - 4m^2 + i\epsilon)\,]^{-1}. \qquad /5/$$

Решение уравнения /4/ ищем с помощью итераций

$$T(s,\vec p,\vec q) = \sum_{n=0}^{\infty} T_{n+1}(s,\vec p,\vec q)$$

$$T_{n+1}(s,\vec p,\vec q) = \int_{-\infty}^{\infty} V(s,\vec p,\vec k_1)\, g(s,\vec k_1)\, V(s,\vec k_1,\vec k_2)\ldots \qquad /6/$$

$$\ldots g(s,\vec k_n)\, V(s,\vec k_n,\vec q)\, d\vec k_1 \ldots d\vec k_n .$$

При этом задача сводится к приближенному вычислению $3n$-кратного интеграла /5/, соответствующего $n+1$-й итерации уравнения /4/ в асимптотическом режиме

$$s \to \infty, \quad \frac{(\vec{p}-\vec{q})^2}{s} \to \text{фикс.}, \qquad \frac{(\vec{p}+\vec{q})^2}{s} \to \text{фикс.} \qquad /7/$$

на массовой поверхности

$$\sqrt{s} = \sqrt{\vec{p}^{\,2}+m_1^2} + \sqrt{\vec{p}^{\,2}+m_2^2} \qquad \vec{p}^{\,2} = \vec{q}^{\,2}.$$

Наш способ заключается в выделении областей интегрирования, дающих наиболее существенный вклад. Например, для второй итерации имеем следующее разбиение:

$$T_2(s,\vec{p},\vec{q}) = \int\limits_{(\vec{k}-\vec{p})^2 < s^{1-a}} + \int\limits_{(\vec{k}-\vec{q})^2 < s^{1-a}} + \int\limits_{(\vec{k}+\vec{p})^2 < s^{1-a}} +$$

$$+ \int\limits_{(\vec{k}+\vec{q})^2 < s^{1-a}} + \int\limits_{(\vec{k}\pm\vec{p})^2 > s^{1-a},\ (\vec{k}\pm\vec{q})^2 > s^{1-a}} V(s,\vec{p},\vec{k})\, g(s,\vec{k})\, V(s,\vec{k},\vec{q})\, d\vec{k},$$

где $0 < a < 1$.

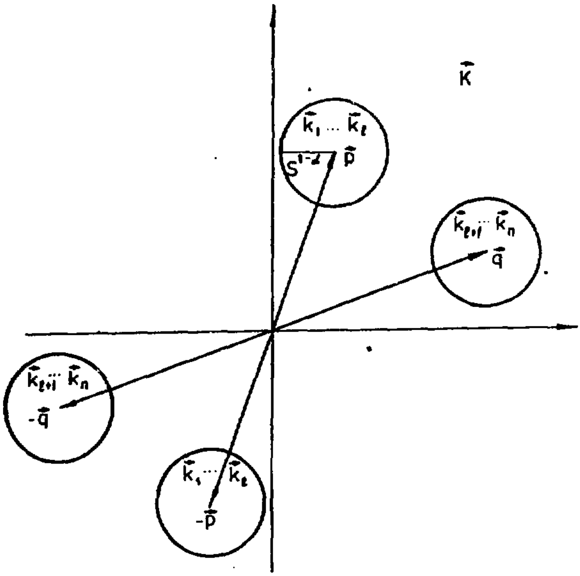
Благодаря условию /7/ эти пять областей интегрирования не перекрываются друг с другом и исчерпывают все бесконечное пространство трехмерной переменной $\vec{k}$. Используя асимптотическое свойство квазипотенциалов /3/, нетрудно показать, что вклад от пятого слагаемого при достаточно малых a является величиной порядка s^{-2N}. Действительно, вся область интегрирования в пятом слагаемом является асимптотической для обоих квазипотенциалов $V(s,\vec{p},\vec{k})$ и $V(s,\vec{k},\vec{q})$, поэтому каждый из них, согласно /3/, дает фактор s^{-N}, а фазовый объем с пропагатором вида /5/ не вносит дополнительную степень. Смысл нашего приближения состоит в отбрасывании такого типа членов, и во всех итерациях эта точность будет соблюдаться. Выделим в $3n$-мерном пространстве импульсов $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \ldots \vec{k}_n$ области Ω_ℓ

$$(\vec{k}_i - \vec{p})^2 < s^{1-a} \quad \text{или} \quad (\vec{k}_i + \vec{p})^2 < s^{1-a} \qquad i = 1,2,\ldots,\ell$$

$$(\vec{k}_j - \vec{q})^2 < s^{1-a} \quad \text{или} \quad (\vec{k}_j + \vec{q})^2 < s^{1-a} \qquad j = \ell+1,\ldots n,$$

изображенные на рисунке.

В силу условия /7/ области Ω_ℓ с разными ℓ не перекрываются друг с другом. Покажем, что вклад от оставшейся части *пространства импульсов* $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \ldots \vec{k}_n$ *в интеграл /6/ имеет* порядок малости $O(s^{-2N})$. Для этого рассмотрим два возможных случая.



1. Хотя бы один вектор $\vec{k}_i$ находится вне окружностей, указанных на рисунке

$$(\vec{k}_i \pm \vec{p})^2 > s^{1-a} , \qquad (\vec{k}_i \pm \vec{q})^2 > s^{1-a} .$$

2. Найдутся хотя бы два вектора $k_{i_1}, k_{i_2}; i_2 > i_2$, удовлетворяющих неравенствам

$$(\vec{k}_{i_2} - \vec{p})^2 < s^{1-a} \quad \text{или} \quad (\vec{k}_{i_2} + \vec{p})^2 < s^{1-a}$$

$$(\vec{k}_{i_1} - \vec{q})^2 < s^{1-a} \quad \text{или} \quad (\vec{k}_{i_1} + \vec{q})^2 < s^{1-a}.$$

Все остальные случаи исчерпываются областями Ω_{ℓ}. В первом случае всегда найдутся две пары векторов $\vec{k}_{\gamma-1}$, $\vec{k}_{\gamma}$; $1 \le \gamma \le i$ и $\vec{k}_{\beta}, \vec{k}_{\beta+1}$; $i \le \beta \le n$ ($\vec{k}_0 = \vec{p}$, $\vec{k}_{n+1} = \vec{q}$) таких, что $(\vec{k}_{\gamma-1} \pm \vec{k}_{\gamma})^2 \sim s^{1-a}$ $(\vec{k}_{\beta} \pm \vec{k}_{\beta+1})^2 \sim s^{1-a}$. Тогда квазипотенциалы $V(s, \vec{k}_{\gamma-1}, \vec{k}_{\gamma})$ и $V(s, \vec{k}_{\beta}, \vec{k}_{\beta+1})$, входящие в выражение /6/, при достаточно малых a будут находиться в асимптотической области и, следовательно, вклад этой области интегрирования имеет порядок s^{-2N}.

Во втором случае справедливы следующие соотношения:

$$(\vec{k}_{i_1} \pm \vec{q})^2 \sim s, \quad (k_{i_1} \pm \vec{p})^2 \sim s, \qquad (\vec{k}_{i_2} \pm \vec{k}_{i_1})^2 \sim s\ ,$$

благодаря которым, согласно предыдущим рассуждениям, по меньшей мере три квазипотенциала в /6/ могут быть представлены своим асимптотическим выражением. Соответствующий вклад оценивается порядком s^{-3N}. Таким образом показано, что $n+1$ -ая итерация квазипотенциального уравнения с точностью до членов порядка s^{-2N} может быть записана в виде суммы интегралов по ограниченным областям Ω_ℓ. Далее, исходя из соображений удобства записи, но не ухудшая при этом точности приближения, каждую из Ω_ℓ можно расширить до областей Ω'_ℓ, определяемых следующим образом:

$$(\vec{k}_\ell - \vec{p})^2 < s^{1-a} \quad \text{или} \quad (\vec{k}_\ell + \vec{p})^2 < s^{1-a}$$

$$(\vec{k}_{\ell+1} - \vec{q})^2 < s^{1-a} \quad \text{или} \quad (\vec{k}_{\ell+1} + \vec{q})^2 < s^{1-a} \quad .$$

Остальные переменные $\vec{k}_i$ $(i \neq \ell,\ i \neq \ell + 1)$ пробегают все точки бесконечного пространства.

Тогда для $n+1$ итерации при $n \geq 1$ имеем

$$T_{n+1} = \sum_\ell \int_{\Omega'_\ell} V(s,\vec{p},\vec{k}_1)g(s,\vec{k}_1)\ldots g(s,\vec{k}_n)V(s,\vec{k}_n,\vec{q})\, d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 \ldots d\vec{k}_n +$$

$$+ O(s^{-2N}) = \sum_{i=1}^{2} \int_{(\vec{k}-\vec{q}_i)^2 < s^{1-a}} V(s,\vec{p},\vec{k})g(s,\vec{k})T_n(s,\vec{k},\vec{q})\, d\vec{k} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{2} \int_{(\vec{k}-\vec{p}_i)^2 < s^{1-a}} T_n(s,\vec{p},\vec{k})\, g(s,\vec{k})\, V(s,\vec{k},\vec{q})\, d\vec{k} +$$

$$+ \sum_{\ell=1}^{n-1} \sum_{i,j=1}^{2} \int_{(\vec{k}-\vec{p}_i)^2 < s^{1-a},\ (\vec{\ell}-\vec{q}_j)^2 < s^{1-a}} T_\ell(s,\vec{p},\vec{k})\, g(s,\vec{k})\, d\vec{k}\, V(s,\vec{k},\vec{\ell})\, d\vec{\ell}\, g(s,\vec{\ell})T_{n-\ell}(s,\vec{\ell},\vec{q})\ ,$$

где $\vec{p}_1 = \vec{p}$, $\vec{p}_2 = -\vec{p}$, $\vec{q}_1 = \vec{q}$, $\vec{q}_2 = -\vec{q}$.

После суммирования по n амплитуда рассеяния принимает вид

$$T(s,\vec{p},\vec{q}) = \sum_{i,j=1}^{2} \int\int_{(\vec{k}-\vec{p}_i)^2 < s^{1-a};\ (\vec{\ell}-\vec{q}_j)^2 < s^{1-a}} (\delta(\vec{p}-\vec{k}) + T(s,\vec{p},\vec{k})\, g(s,\vec{k}))\, d\vec{k} \times \qquad /8/$$

$$\times V(s,\vec{k},\vec{\ell})\, d\vec{\ell}\, (\delta(\vec{\ell}-\vec{q}) + g(s;\vec{\ell})\, T(s,\vec{\ell},\vec{q})) + O(s^{-2N})\ .$$

Таким образом, мы получили приближенное выражение /с точностью до величины порядка s^{-2N} / для амплитуды рассеяния на большие углы, в которое входят амплитуды рассеяния вблизи направлений вперед и назад, на что указывают области интегрирования по переменным $\vec{k}$ и $\vec{\ell}$. Нетрудно видеть, что в случае тождественных частиц

$$V(s,\vec{p},\vec{q}) = V(s,\vec{p},-\vec{q}) = V(s,-\vec{p},\vec{q})$$

формула /8/ принимает вид

$$T(s,\vec{p},\vec{q}) = \int\limits_{(\vec{k}-\vec{p})^2<s^{1-a}} \int\limits_{(\vec{\ell}-\vec{q})^2<s^{1-a}} (\delta(\vec{p}-\vec{k})+2T(s,\vec{p},\vec{k})\,g(s,\vec{k}))d\vec{k}\times \qquad /9/$$

$$\times V(s,\vec{k},\vec{\ell})d\vec{\ell}\;(\delta(\vec{\ell}-\vec{q})+2g(s,\vec{\ell})T(s,\vec{\ell},\vec{q})).$$

Напомним, что при выводе соотношений /8/, /9/ использовались минимальные ограничения на квазипотенциал /3/, и поэтому требовались достаточно малые a. Однако феноменологическое исследование процессов упругого рассеяния частиц [4] дает указания на то, что реальные значения величины a находятся вблизи единицы. Поэтому для квазипотенциалов $V(s,\vec{k},\vec{\ell})$, входящих под интегралы /8/, можно воспользоваться разложением

$$V(s,\vec{k},\vec{\ell}) = V(s,\vec{p}_i,\vec{q}_j) + \frac{\partial V(s,\vec{p}_i,\vec{q}_j)}{\partial \vec{p}_i}(\vec{k}-\vec{p}_i) + \frac{\partial V(s,\vec{p}_i,\vec{q}_j)}{\partial \vec{q}_j}(\vec{\ell}-\vec{q}_j)+\dots,$$

соответствующим фактически разложению по степеням $1/|\vec{p}|$.

Таким образом, задача сводится к вычислению интегралов типа

$$\int\limits_{(\vec{k}-\vec{p}_i)^2<s^{1-a}} T(s,\vec{p},\vec{k})g(s,\vec{k})\,d\vec{k}$$

$$\qquad /10/$$

$$\int\limits_{(\vec{k}-\vec{p}_i)^2<s^{1-a}} T(s,\vec{p},\vec{k})\,g(s,\vec{k})(\vec{k}-\vec{p}_i)\,d\vec{k}$$

и т.д.

Поскольку в этих выражениях фигурируют амплитуды рассеяния вблизи направлений вперед и назад, предположим, что интегралы /10/ зависят от той части квазипотенциала, которая представима в виде

$$V(s,\vec{p},\vec{q}) \sim V_1(s,\vec{p}-\vec{q}) + V_2(s,\vec{p}+\vec{q}).$$

Тогда, используя обычную эйкональную технику расчетов, нетрудно получить разложение /10/ по обратным степеням р.

В результате имеем аналогичный ряд для амплитуды рассеяния на большие углы /8/. Необходимо отметить, что в частном случае локальных аналитических квазипотенциалов /2/ воспроизводятся результаты работ [3,6].

Полученное представление, в частности, может оказаться весьма удобным при анализе асимптотик топологических кварковых диаграмм $V \sim s^{-n_1} t^{-n_2} u^{-n_3}$, приводящих к существенно нелокальным квазипотенциалам с учетом эффектов суммирования мягких глюонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett.Nuovo Cim., 1973, 7, p.719.
2. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cim., 1963, 29, p.380; Кадышевский В.Г., Тавхелидзе А.Н. В сб.: Проблемы теоретической физики. "Наука", М., 1969.
3. Голоскоков С.В. и др. ЭЧАЯ, 1977, 8, с.969.
4. Garsevanishvili V.R. et al. Phys.Rev., 1971, D1, p.849.
5. Хелашвили А.А. ОИЯИ, Р2-4327, Дубна, 1969.
6. Голоскоков С.В., Кудинов А.В., Кулешов С.П. ТМФ, 1979, 39, с.185.
7. Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н. ОИЯИ, Е2-8048, Дубна, 1974.