объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P2-80-633

Х.Намсрай

НЕЛОКАЛЬНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕОРИИ СВОБОДНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Направлено в "International Journal
of Theoretical Physics"

1980

За последние годы заметно усилился интерес к исследованию стохастических процессов и полей. Обусловлено это в первую очередь тем, что удалось установить тесную взаимосвязь между теорией стохастических процессов, квантовой механикой /1-8/ и евклидовой квантовой теорией поля /9,10/. Обобщая идеи стохастического квантования Нельсона /1/ и Феньеса /3/ на случай скалярного поля /т.е. на случай непрерывной системы/, Гуэрра и Руджиэро /9/ построили евклидову квантовую теорию поля. Дальнейшее развитие это направление получило в работах Дэвидсона /11,12/. В работах Нельсона /10/ была окончательно сформулирована на языке случайных процессов евклидова квантовая теория поля, и в настоящее время практически решена проблема об однозначном соответствии между евклидовыми и псевдоевклидовыми функциями Грина /13/, исследования которых были начаты еще Швингером /14/, Накано /15/, Е.С.Фрадкиным /16/, Симанзиком /17/ и Тейлором /18/.

Помимо указанного подхода, развиваются и другие направления в исследовании стохастических процессов и полей /см., напр., обзоры /19-21//. Часть из них исходит из гипотезы о стохастических свойствах электромагнитного вакуума /20/ и самого пространства-времени /21,22/. К последнему направлению теории стохастических процессов относились наши предыдущие работы /8,23/, в которых была изучена динамика частиц и исследованы релятивистские интегралы фейнмановского типа.

В данной работе мы будем изучать свободное скалярное поле в рамках стохастической теории Дэвидсона /12/ на основе гипотезы о стохастичности пространства и времени. Предложенная нами ранее стохастическая модель основывалась на следующих гипотезах:

1. Физические величины рассматриваются как функции комплексного времени $t + i\tau$ в пределе $\tau \to 0$.

2. Стохастичность проявляется в евклидовом пространстве $(\vec{x}, \tau)$, а не в пространстве $(\vec{x}, t)$ Минковского. Таким образом, в нашей модели реальные точки пространства $R_4(\hat{x})$ состоят из двух частей.

$$\hat{x} = x + b_E,$$

где $x = (\vec{x}, x_0 = ct)$ - регулярная часть, а $b_E = (\vec{b}, b_4 = \tau)$ - некоторый случайный вектор с распределением $w(b_E^2/\rho^2)$, удовлетворяющим условиям

$$\int dw(b_E^2/\rho^2) = 1, \quad dw(b_E^2/\rho^2) \geq 0,$$

где $b_E^2 = \vec{b}^2 + b_4^2$ и ℓ - некоторый параметр размерности длины, мы его будем называть универсальной /или фундаментальной/ длиной. Под универсальной длиной будем подразумевать следующее. Физически универсальная длина ℓ представляет собой некое характерное расстояние, на котором начинают нарушаться соответствующие представления о пространстве и локальности /причинной связи/, в частности, возможно проявление его стохастических свойств и нелокальности, если они существуют. Оценки, проведенные в работах /24, 25/, показывают, что $\ell < 10^{-15} \sim 10^{-16}$ см. Другие возможности введения понятия фундаментальной длины в физике обсуждались в работах /26/.

Так как точки пространства $R_4(\hat{x})$ являются стохастическими, эти точки не могут быть использованы в качестве базиса для координатной системы. Однако пространство-время общего опыта /т.е. лабораторная система координат/ нестохастично в большом масштабе. Поэтому необходимо математическое построение, обеспечивающее переход от стохастической мирообласти к макрошкале нестохастического пространства. Более подробно этот вопрос обсуждался в работах /22c, 23/. В нашем случае это математическое построение сводится к усреднению по мере $w(b_E^2/\ell^2)$ в каждой точке $\hat{x}$ пространства $R_4(\hat{x})$.

Итак, под физической величиной $f(\vec{x}, t)$ мы будем подразумевать величину $\langle f(\hat{x}) \rangle$, усредненную по мере $w(b_E^2/\ell^2)$ в данный момент времени t /см. подробнее /23/ /.

Перейдем теперь к изучению свободного скалярного поля в стохастическом пространстве $R_4(\hat{x})$ в рамках модели Дэвидсона. Следуя Дэвидсону, рассмотрим сначала классическое уравнение для реального скалярного поля в пространстве Минковского:

$$P_\mu P^\mu \phi = m^2 \phi \, , \quad P_\mu = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x^\mu} \, .$$

В единицах $c = 1$ принято $g^{oo} = 1$. Наложим периодические граничные условия на поле

$$\phi(\vec{x}, t) = \phi(\vec{x} + \vec{a}, t) \, , \quad a_i = n_i L \, ,$$

n_i - целое число. Это позволяет записать поле в виде разложения

$$\phi(\vec{x}, t) = (\hbar L)^{-1/2} \sum_{\vec{q}} e^{i\vec{q}\vec{x}} \phi_{\vec{q}}(t) \, , \qquad /1/$$

где $q_i = 2\pi m_i / L$, m_i - целое число.

Далее предполагается, что каждая компонента фурье-разложения /1/ является гауссовским стохастическим процессом, удовлетворяющим стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\phi_{\vec{q}}(t) = b_{\vec{q}}(\phi_{\vec{q}}(t))\, dt + dW_{\vec{q}}(t) \, , \qquad /2/$$

где $b_{\vec{q}}$ - гладкая функция типа поля скоростей [1] и определяется плотностью вероятности $\rho_{\vec{q}}(\phi_{\vec{q}}(t))$ основного состояния для $\phi_{\vec{q}}(t)$ [12]. $W_{\vec{q}}(t)$ - винеровский процесс, обладающий свойством

$$E(dW_{\vec{q}}(t)\,dW_{\vec{q}'}(t)) = 4\nu\,dt\,\delta_{\vec{q},-\vec{q}'}\ .$$

Здесь символ E означает условное ожидание по отношению к стохастической величине $\phi_{\vec{q}}(t)$, а ν - диффузионный параметр.

В стохастической модели Дэвидсона [12] условное ожидание для $\phi_{\vec{q}}(t)$ принимает вид

$$E(\phi_{\vec{q}}(t)) = 0\,,$$

$$E(\phi_{\vec{q}}(t)\,\phi_{\vec{q}'}(t')) = 2\delta_{\vec{q},-\vec{q}'}\,\frac{\hbar}{4\omega_{\vec{q}}}\exp[-\lambda|t-t'|], \qquad /3/$$

где

$$\omega_{\vec{q}} = \frac{1}{2}\hbar(\vec{q}^{\,2}+m^2/\hbar^2)^{1/2}\,, \qquad \lambda = \frac{4\nu}{\hbar^2}\,\omega_{\vec{q}}\,.$$

В стохастическом пространстве $R_4(\hat{x})$ марковское поле /1/ можно представить в виде

$$\phi(x) = (\hbar L^3)^{-1/2}\sum_{\vec{q}} e^{i\vec{q}(\vec{x}+\vec{b})}\,\phi_{\vec{q}}(t+i\tau)\,. \qquad /4/$$

Согласно изложенному, мы должны усреднять поле /4/ по мере $w(b_E^2/\ell^2)$. Для этого, вводя евклидовы переменные

$$b_4 = i\tau\frac{2\nu}{\hbar}, \qquad x = it$$

и усредняя выражение /4/ по $w(b_E^2/\ell^2)$, получаем

$$<\phi(\hat{x})> = (\hbar L^3)^{-1/2}\sum_{\vec{q}} e^{i\vec{q}\vec{x}}\,K(Q) * \phi_{\vec{q}}(t)\,, \qquad /5/$$

где

$$K(Q) = \int d^4 b_E\, w(b_E^2/\ell^2)\, e^{ib_E Q} = 4\pi\,\frac{\ell^3}{a}\int_0^\infty dy\cdot y^2\, J_1(a\ell y)\, w(y^2)\,,$$

$$Q = (\vec{q}\,,\frac{\hbar}{2\nu}\frac{\partial}{\partial x_4}),\quad a = \sqrt{Q^2} = \sqrt{\vec{q}^{\,2}+\frac{\hbar^2}{4\nu^2}\frac{\partial^2}{\partial x_4^2}}\,. \qquad /6/$$

Здесь $J_1(z)$ - функция Бесселя.

В дальнейшем нас интересует только такой класс распределений $w(y^2)$, для которых $K(Q)$ является целой аналитической функцией переменной Q. Вычислим теперь функцию /6/ для конкретного вида распределения $w(y^2)$. Пусть

$$w_1(y^2) = \begin{cases} c\cdot(1-y^2)^{-1/2} & 0 \le y < 1 \\ 0 & y \ge 1, \end{cases}$$

где $c = \frac{3}{4}\pi^{-2}\ell^{-4}$ - нормировочный множитель.

Тогда

$$K_1(Q^2\ell^2) = (2\pi)^2 \frac{c\cdot\ell^3}{a} \int_0^1 dy\cdot y^2(1-y^2)^{-1/2} J_1(a\ell y) = \frac{3}{\ell}\sqrt{\frac{\pi}{2\ell}}\frac{1}{a^{3/2}} J_{3/2}(a\ell),$$

где

$$J_{3/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left(\frac{\sin z}{z} - \cos z\right).$$

Отсюда мы имеем

$$K_1(Q^2\ell^2) = \frac{3}{Q^2\ell^2}\left(\frac{\sin\sqrt{Q^2\ell^2}}{\sqrt{Q^2\ell^2}} - \cos\sqrt{Q^2\ell^2}\right).$$

Если

$$w_m(y^2) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\pi m\ell}}{4\sqrt{2}\pi^2\ell^4} \dfrac{(m\ell)^2}{\left(\dfrac{\sin m\ell}{m\ell} - \cos m\ell\right)} (1-y^2)^{-1/4} J_{-1/2}(m\ell\sqrt{1-y^2}) & 0 \le y < 1 \\ 0 & y \ge 1, \end{cases}$$

то

$$K_m(Q^2\ell^2) = \frac{(m\ell)^2}{(\sin m\ell/m\ell - \cos m\ell)} \frac{1}{(m^2+Q^2)\ell^2}\left[\frac{\sin\sqrt{(m^2+Q^2)\ell^2}}{\sqrt{(m^2+Q^2)\ell^2}} - \cos\sqrt{(m^2+Q^2)\ell^2}\right].$$

Заметим, что

$$\lim_{m\to 0}\begin{Bmatrix} w_m(y^2) \\ K_m(Q^2\ell^2) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} w_1(y^2) \\ K_1(Q^2\ell^2) \end{Bmatrix}.$$

Запишем еще два вида распределения:

$$w_2(y^2) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\pi^{-2}\ell^{-4}\, y^{-2}(1-y^2)^{-1/2} & 0 < y < 1 \\ 0 & y \ge 1 \end{cases}$$

и

$$w_3(y^2) = a^2 \pi^{-2} \ell^{-4} \exp(-a y^2), \quad a > 0, \quad 0 \le y < \infty .$$

Соответствующие этим распределениям функции $K(Q^2\ell^2)$ принимают вид

$$K_2(Q^2\ell^2) = \sin^2\left(\frac{\ell}{2}\sqrt{Q^2}\right) / \left[\frac{\ell}{2}\sqrt{Q^2}\right]^2$$

и

$$K_3(Q^2\ell^2) = \exp\left\{-\left[\frac{Q^2\ell^2}{4a}\right]\right\} .$$

Перейдем теперь к основному результату, который сформулируем в виде теоремы.

Теорема. Для несовпадающих аргументов $\hat{x}(\vec{x}_i + \vec{b}_i ; t_i + \frac{\hbar}{2\nu}(b_4)_i)$

$$\lim_{L\to\infty} E(\langle\phi(\hat{x}_1)\rangle \ldots \langle\phi(\hat{x}_N)\rangle) = S_N^M(\vec{x}_1, \frac{2\nu}{\hbar} t_1 ; \ldots ; \vec{x}_N, \frac{2\nu}{\hbar} t_N) , \qquad /7/$$

где

$$S_N^M(\vec{x}_1, \frac{2\nu}{\hbar} t_1 ; \ldots ; \vec{x}_N, \frac{2\nu}{\hbar} t_N) =$$
$$= \sum_\pi S_2^M(\vec{x}_1, \frac{2\nu}{\hbar} t_1 ; \vec{x}_2, \frac{2\nu}{\hbar} t_2) \ldots S_2^M(\vec{x}_{N-1}, \frac{2\nu}{\hbar} t_{N-1} ; \vec{x}_N, \frac{2\nu}{\hbar} t_N) \qquad /8/$$

- модифицированные N-точечные функции Швингера, в которых временные аргументы умножаются на общий фактор $2\nu/\hbar$. Суммирование по π в /8/ производится по всем возможным перестановкам аргументов, входящих в функции S_2^M. Запишем явный вид функции S_2^M для скалярного поля:

$$S_2^M(\vec{x}_1, t_1 ; \vec{x}_2, t_2) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{\exp[i\vec{q}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2) + iq_4(t_1 - t_2)]}{q_4^2 + q^2 + m^2/\hbar^2} \times$$
$$\times K^2(\ell^2(\vec{q}^{\,2} + q_4^2)) . \qquad /9/$$

Функцию вида /9/ с формфактором $K^2(\ell^2 q_E^2)$, смысл которого выяснен ниже, будем называть *нелокальной*.

Доказательство. Чтобы показать справедливость равенства /7/, нам достаточно доказать его для двухточечной функции, так как математические ожидания величины /7/ будут удовлетворять уравнению /8/, поскольку $\langle\phi(\hat{x})\rangle$ является гауссовским процессом. Итак, воспользовавшись уравнениями /4/ и /5/, мы имеем

$$E(\langle\phi(\hat{\vec{x}}_1,\hat{t}_1)\rangle\langle\phi(\hat{\vec{x}}_2,\hat{t}_2)\rangle)=\frac{1}{\hbar L^3}\sum_{\vec{q}_1,\vec{q}_2}\exp(i\vec{q}_1\vec{x}_1+i\vec{q}_2\vec{x}_2)\times \tag{10}$$

$$\times K(Q_1^2\ell^2)K(Q_2^2\ell^2) * E(\phi_{\vec{q}_1}(t_1)\phi_{\vec{q}_2}(t_2)).$$

Подставляя уравнение /3/ в /10/, получаем

$$E(\langle\phi(\hat{\vec{x}}_1,\hat{t}_1)\rangle\langle\phi(\hat{\vec{x}}_2,\hat{t}_2)\rangle)=\frac{1}{L^3}\sum_{\vec{q}} e^{i\vec{q}(\vec{x}_1-\vec{x}_2)}\cdot K\left(\ell^2\left(\vec{q}^{\,2}-\frac{\hbar^2}{4\nu^2}\frac{\partial^2}{\partial t_1^2}\right)\right)\times \tag{11}$$

$$\times K\left(\ell^2\left(\vec{q}^{\,2}-\frac{\hbar^2}{4\nu^2}\frac{\partial^2}{\partial t_2^2}\right)\right)\int\frac{dq_4}{2\pi}\,\frac{\exp\left(iq_4(t_1-t_2)\frac{2\nu}{\hbar}\right)}{q_4^2+\vec{q}^{\,2}+m^2/\hbar^2}.$$

Подействовав оператором $K(Q)$ на экспоненту в этом выражении с учетом того факта, что $K(Q)$ - целая функция, и переходя к пределу $L\to\infty$, имеем

$$\lim_{L\to\infty} E(\langle\phi(\hat{\vec{x}}_1,\hat{t}_1)\rangle\langle\phi(\hat{\vec{x}}_2,\hat{t}_2)\rangle)=S_2^M\left(\vec{x}_1,\frac{2\nu}{\hbar}t_1;\vec{x}_2,\frac{2\nu}{\hbar}t_2\right),$$

что и требовалось доказать.

Самым существенным при доказательстве теоремы является порядок дифференцирования оператора $K\left(\ell^2\left(\vec{q}^{\,2}-\frac{\hbar^2}{4\nu^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\right)$ и усреднения по мере $w(b_E^2/\ell^2)$. Сначала надо сделать процедуру усреднения поля /4/ по $w(b_E^2/\ell^2)$ в каждой точке пространства и действовать оператором $K(Q)$ на конечном этапе вычисления. Если действовать оператором $K(Q)$ на промежуточном этапе вычисления, например, подействовать им на функцию $\exp(-\lambda|t_1-t_2|)$, то полученный результат соответствует уже обычной /локальной/ теории. В самом деле,

$$K\left(\ell^2\left(\vec{q}^{\,2}-\frac{\hbar^2}{4\nu^2}\frac{\partial^2}{\partial t_1^2}\right)\right)K\left(\ell^2\left(\vec{q}^{\,2}-\frac{\hbar^2}{4\nu^2}\frac{\partial^2}{\partial t_2^2}\right)\right)e^{-\lambda|t_1-t_2|}=$$

$$=K^2\left(-\frac{m^2\ell^2}{\hbar^2}\right)\exp(-\lambda|t_1-t_2|),\quad \lambda=\frac{4\nu}{\hbar^2}\omega_{\vec{q}},$$

а функцию $K(Q)$ нормируют таким образом, чтобы

$$K(-m^2\ell^2/h^2)=1.$$

Заметим, что для специального значения $\nu=\hbar/2$, которое было использовано Гуэрра и Руджиэро [9], получаем модифицированную /нелокальную/функцию Швингера/9/. В пределе $\ell\to 0$ нелокальная функция Швингера становится локальной, и тем самым приходим к результату Гуэрра-Руджиэро.

Следуя Дэвидсону, будем предполагать, что в квантовой теории параметр ν не является наблюдаемой величиной, и физические величины не зависят от ν. Тогда можно перейти в комплексную плоскость по ν, как это сделано в [11]. Для того, чтобы иллюстрировать совместность нашей теории со специальной теорией относительности, продолжим /11/ в точку

$$\nu = i\hbar/2.$$

Обозначив через E_ν аналитически продолженную величину условного ожидания, легко можно показать

$$E_{\nu=i\hbar/2}(\langle\phi(\hat{\vec{x}},\hat{x}_0)\rangle\langle\phi(\hat{\vec{y}},\hat{y}_0)\rangle) = i\int \frac{d^4q\, e^{iq_\mu(x^\mu-y^\mu)}\cdot K^2(-q^2\ell^2)}{(2\pi)^4\,(q^2-m^2/\hbar^2+i\epsilon)} \qquad /12/$$

или

$$E_{\nu=i\hbar/2}(\langle\phi(\hat{\vec{x}},\hat{x}_0)\rangle\langle\phi(\hat{\vec{y}},\hat{y}_0)\rangle) = -iD_c(x-y) = \langle 0|T(\phi_H(x)\,\phi_H(y))|0\rangle,$$

где

$$D_c(x) = \int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\,\frac{e^{iq_\mu x^\mu}}{m^2-q^2-i\epsilon}K^2(-q^2\ell^2), \qquad (q^2=q_0^2-\vec{q}^{\,2})$$

- нелокальная причинная функция, T означает виковское временное упорядочение операторов нелокального поля $\phi_H(x)$, построенного с помощью нелокальных обобщенных функций $K(\ell^2\Box)$ [27]. Итак, мы приходим к нелокальной теории Г.В.Ефимова [28]. В нелокальной теории с формфактором $K(z)$ из класса целых аналитических функций существует промежуточная регуляризационная процедура, которая допускает поворот контура интегрирования в /12/ в нужную область переменной q_0 /см. подробнее [28] /.

По аналогии с двухточечной функцией Грина для N-точечных функций Грина справедливы следующие равенства:

$$\begin{aligned} &E_{\nu=i\hbar/2}(\langle\phi(\hat{x}_1)\rangle\ldots\langle\phi(\hat{x}_N)\rangle) = \langle 0|T(\phi_H(x_1)\ldots\phi_H(x_N))|0\rangle,\\ &E_{\nu=-i\hbar/2}(\langle\phi(\hat{x}_1)\rangle\ldots\langle\phi(\hat{x}_N)\rangle) = \langle 0|T^*(\phi_H(x_1)\ldots\phi_H(x_N))|0\rangle, \end{aligned} \qquad /13/$$

где T^* - антихронологическое упорядочение операторов поля $\phi_H(x)$. В локальном случае соотношения, подобные /13/, были получены Дэвидсоном [12].

Основные ограничения при выборе формфакторов $K(-\ell^2 q^2)$ как целых аналитических функций вытекают из фундаментальных принципов теории: унитарности /29/ и причинности /30/. Физический смысл формфактора таков, что он изменяет вид потенциала взаимодействия между полями /например, закона Кулона и Юкавы/ на малых расстояниях и делает теорию /в том числе евклидову/ конечной в каждом порядке теории возмущений по константе связи /28/. Вопрос о возможности единственного выбора формфактора /в нашем случае распределения $w(b_E^2/\ell^2)$ / обсуждался в работе /28/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nelson E. Phys.Rev., 1966, 150, p.1079; Dynamical Theories of Brownian Motion. Princeton, N.J., 1967.
2. Kershaw D. Phys.Rev., 1964, B136, p.1850.
3. Fenyes I. Z.Phys., 1952, Bd,132, s.81.
4. De La Pena-Auerbach L., Cetto A.M. Found.Phys., 1975, 5, p.355.
5. Skagerstam B. Inst.Theor.Phys., Report 75-21, Gothenburg, Sweden, 1975.
6. Davidson M. Lett.Math.Phys., 1979, 3, p.271.
7. Lee V.I. Found.Phys., 1980, 10, p.77.
8. Намсрай Х. Found. Phys., 1980, 10, p.353.
9. Guerra F., Ruggiero P. Phys.Rev.Lett., 1973, 31, p.1022.
10. Nelson E. J.Funct.Anal., 1973, 12, p.97,211.
11. Davidson M. Lett.Math.Phys., 1979, 3, p.367.
12. Davidson M. Lett.Math.Phys., 1980, 4, p.101.
13. Osterwalder K., Schrader R. Comm.Math.Phys., 1973, 31, p.83; 1975, 42, p.281; Glaser V. ibid, 1974, 37, p.257.
14. Schwinger J. Phys.Rev., 1959, 155, p.72.
15. Nakano T. Progr.Theor.Phys., 1959, 21, p.241.
16. Фрадкин Е.С. Докл. АН СССР, 1954, 98, с.47; ЖЭТФ, 1954, 29, с.751.
17. Symansik K. J.Math.Phys., 1966, 7, p.510.
18. Taylor I.G. ibid, 1966, 7, p.172.
19. Moore S.M. Found.Phys., 1979, 9, p.237.
20. Boyer T.H. Phys.Rev., 1975, D11, p.790,809; Surdin M. Ann.Inst.H.Poincare, 1971, 15, p.203; Found.Phys., 1978, 8, p.341.
21. Блохинцев Д.И. ЭЧАЯ, 1974, 5, с.606.
22a. March A. Z.Phys., 1934, Bd.104, s.93,161; 1937, Bd.105, s.620.b. Jukawa H. Research Inst.Found.Phys., Kyoto Univ., PIEP-55, 1966; c.Frederick C. Phys.Rev., 1976, D13, p.3183.

23. Намсрай Х. Found.Phys., 1980, 10, p.731; ОИЯИ, Е2-12950, Дубна, 1979. (Inter.Journ.of Theor.Phys., to be published); ОИЯИ, Е2-80-56, Дубна, 1980; ОИЯИ, Р2-80-365, Дубна, 1980.
24. Намсрай Х., Динейхан М. ТМФ, 1977, 33, с.32.
25. Кадышевский В.Г. ЭЧАЯ, 1980, 11, с.5.
26. Гинзбург В.Л. Письма в ЖЭТФ, 1975, 22, с.514; Hsu J.P., Mac E. Nuovo Cimento, 1979, B49, p.55; Fubini S. In: Proc. of the XVII Int. Conf. on High Energy Phys., London, 1974; CheonIl- Tong. Int.J.Theor.Phys., 1978, 17, p.611.
27. Efimov G.V. Comm.Math.Phys., 1968, 7, p.138.
28. Ефимов Г.В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. "Наука", М., 1977.
29. Алебастров В.А., Ефимов Г.В. Comm.Math.Phys., 1973, 31, p.1.
30. Алебастров В.А., Ефимов Г.В. Comm.Math.Phys., 1974, 38, p.11.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 сентября 1980 года.