сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-80-61

М.Д.Матеев, М.В.Чижов

О НЕКОТОРЫХ СЛЕДСТВИЯХ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ С ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ДЛИНОЙ

1980

§ I. Введение

В работах [I,2] была рассмотрена модель квантовой электродинамики, содержащая новую универсальную постоянную – фундаментальную длину ℓ. Соответствующий лагранжиан имеет вид:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}(x) = i\,\overline{\Psi}(x)\,\sigma_0\otimes\not{\partial}\,\Psi(x) - m\,\overline{\Psi}(x)\Psi(x) - \tfrac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x) - \\
- e\,\overline{\Psi}(x)\not{A}\,\Psi(x) - \frac{ie\ell}{4}\cos\theta_0\,\overline{\Psi}(x)\,\sigma_0\otimes\gamma^5\sigma_{\mu\nu}\Psi(x)\,F^{\mu\nu}(x) + \\
+ \frac{e\ell}{4}\sin\theta_0\,\overline{\Psi}(x)\,\sigma_0\otimes\sigma_{\mu\nu}\,\Psi(x)\,F^{\mu\nu}(x) + \\
+ \frac{e^2\ell^2}{4}\,\overline{\Psi}(x)\,\sigma_1\otimes\gamma_\mu\Psi(x)\cdot\overline{\Psi}(x)\,\sigma_1\otimes\gamma^\mu\Psi(x)\,,
\end{aligned}
\tag{I.I}
$$

где

$$
\Psi(x) = \begin{pmatrix} \Psi_1(x) \\ \Psi_2(x) \end{pmatrix} \tag{I.2}
$$

представляет собой 8-компонентный спинор, описывающий два типа спинорных частиц (например, e и μ), величины $\sigma_0\otimes\gamma^\mu$, $\sigma_1\otimes\gamma^\mu$ и т.п. суть 8х8 матрицы вида $\begin{pmatrix}\gamma^\mu & 0\\ 0 & \gamma^\mu\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0 & \gamma^\mu\\ \gamma^\mu & 0\end{pmatrix}$ и т.п., а параметр θ_0 выражается через затравочную массу m и фундаментальную длину:

$$
\sin\theta_0 = \frac{\sqrt{1+m^2\ell^2}-1}{m\ell}\,. \tag{I.3}
$$

Лагранжиан (I.I) остается инвариантным при дискретном преобразовании

$$
\Psi(x) \to \sigma_2\,\Psi(x) = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Psi_1(x) \\ \Psi_2(x) \end{pmatrix}. \tag{I.4}
$$

Как показано в [3], боголюбовский механизм спонтанного нарушения σ_2 -симметрии генерирует расщепление масс в дублете (I.2). Соответствующая "физическая" волновая функция $\begin{pmatrix}\Psi_1\\ \Psi_2\end{pmatrix}_{phys.}$ связана с первоначальной волновой функцией (I.2) унитарным преобразованием

$$\begin{pmatrix} \Psi_1(x) \\ \Psi_2(x) \end{pmatrix}_{phys} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}-\varepsilon}{2\sqrt{2}}} \left(1 - \frac{i\varepsilon\sigma_2}{\sqrt{2}-\varepsilon}\right) \begin{pmatrix} \Psi_1(x) \\ \Psi_2(x) \end{pmatrix}, \tag{I.5}$$

где $\varepsilon = \pm 1$.

Для μe -системы

$$\begin{pmatrix} \Psi_1(x) \\ \Psi_2(x) \end{pmatrix}_{phys} = \begin{pmatrix} \Psi_e \\ \Psi_\mu \end{pmatrix} . \tag{I.6}$$

Лагранжиан (I.I) в этом случае может быть записан в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x) = {} & i\bar{\Psi}(x)\,\sigma_0 \otimes \not{\partial}\,\Psi(x) - \bar{\Psi}(x)\mathcal{M}\,\Psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x) - \\ & - e\,\bar{\Psi}(x)\not{A}(x)\Psi(x) - \frac{m_\mu - m_e}{2}\bar{\Psi}(x)\sigma_3\Psi(x) - \\ & - \frac{ie\ell}{4}\cos\theta_0\,\bar{\Psi}(x)\,\sigma_0\otimes\gamma^5\sigma_{\mu\nu}\Psi(x)F^{\mu\nu}(x) + \\ & + \frac{e\ell}{4}\sin\theta_0\,\bar{\Psi}(x)\,\sigma_0\otimes\sigma_{\mu\nu}\Psi(x)F^{\mu\nu}(x) - \\ & - \frac{e^2\ell^2}{8}\left[\bar{\Psi}(x)\sigma_3\otimes\gamma_\mu\Psi(x)\right]^2 + \frac{e^2\ell^2}{8}\left[\bar{\Psi}(x)\sigma_1\otimes\gamma_\mu\Psi(x)\right]^2 , \end{aligned} \tag{I.7}$$

где

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} \Psi_e \\ \Psi_\mu \end{pmatrix}, \quad \mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_e & 0 \\ 0 & m_\mu \end{pmatrix}, \tag{I.8}$$

$$\sin\theta_0 = 2\,\frac{\sqrt{1+\frac{1}{4}(m_e+m_\mu)^2\ell^2} - 1}{m_e + m_\mu} . \tag{I.9}$$

По сравнению с обычной КЭД лагранжиан (I.7) содержит дополнительные члены, которым в диаграммной технике должны быть сопоставлены новые вершины. Сформулируем необходимые правила соответствия (см. табл.).

§ 2. Сечения рассеяния в рассматриваемой модели КЭД

А. Сечение процесса $e^-e^- \to e^-e^-$

В этот процесс дают вклад диаграммы, изображенные на рис. I. Обычное выражение для сечения получается из диаграмм а) и е).

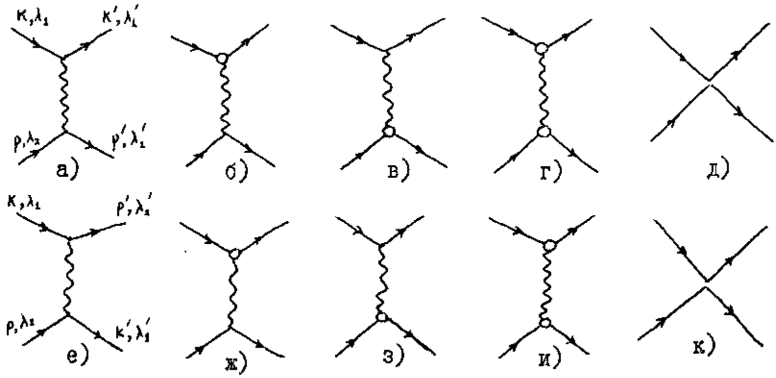
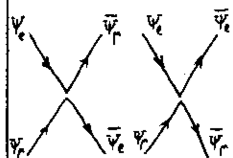
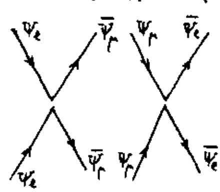


Рис. I

Таблица

Вершины	Фактор в матричном элементе	Элемент диаграммы
Вершина с индексом суммирования μ, в которую входят электронная линия p и фотонная линия k и выходит электронная линия p'.	$g k^{\nu} \sigma_{\mu\nu}$, где $g = \frac{1}{2}\ell\left(\sin\theta_c - i\gamma^5 \cos\theta_c\right)$	
Массовый контрчлен	$-\frac{i}{2}(m_\mu - m_e)\,\sigma_3$	
Четырехфермионные вершины: а) сохраняющие лептонное число	$i\ \frac{e^2\ell^2}{4}$	
	$-i\ \frac{e^2\ell^2}{8}$	
б) не сохраняющие лептонное число	$i\ \frac{e^2\ell^2}{8}$	

При высоких энергиях $E^2_{\text{сци}} \gg m^2_e$ получаем для дифференциального сечения рассеяния электронов с начальными поляризациями λ_1 и λ_2 в электроны с конечными поляризациями λ_1', λ_2' :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^-\to e^-e^-}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} = \left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^-\to e^-e^-}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} + \ell^2\frac{\alpha^2}{32E^2}\Big\{(1-\lambda_1\lambda_2\lambda_1'\lambda_2')\,s\left(\frac{u}{t}+\frac{t}{u}-2\right) +$$
$$+(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{1}{4t}\left(\frac{s^3}{2u}-s^2+2ut\right)+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{1}{4t}\left(\frac{s^3}{2u}-s^2-2ut\right)+ \qquad (2.1)$$
$$+(1+\lambda_1\lambda_2')(1+\lambda_2\lambda_1')\frac{1}{4u}\left(\frac{s^3}{2t}-s^2+2ut\right)+(\lambda_1+\lambda_2')(\lambda_2+\lambda_1')\frac{1}{4u}\left(\frac{s^3}{2t}-s^2-2ut\right)\Big\} +$$
$$+\ell^4\frac{\alpha^2}{(32)^2E^2}\Big\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\left(\frac{u^2}{2}+t^2\right)-(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\left(\frac{u^2}{2}+t^2-2s^2\right)+$$
$$+(1+\lambda_1\lambda_2')(1+\lambda_2\lambda_1')\left(\frac{t^2}{2}+u^2\right)-(\lambda_1+\lambda_2')(\lambda_2+\lambda_1')\left(\frac{t^2}{2}+u^2-2s^2\right)+$$
$$+(1-\lambda_1\lambda_1')(1-\lambda_2\lambda_2')(s-u)^2+(1-\lambda_1\lambda_2')(1-\lambda_2\lambda_1')(s-t)^2+$$
$$+\Big[(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')-(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_1'+\lambda_2')\Big](s-u)(s-t)\Big\},$$

где *)

$$\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^-\to e^-e^-}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} = \frac{\alpha^2}{32E^2}\Big\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{u^3-s^3}{ut^2} -$$
$$-(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{u^3+s^3}{ut^2}+$$
$$+(1+\lambda_1\lambda_2')(1+\lambda_2\lambda_1')\frac{t^3-s^3}{tu^2} - \qquad (2.2)$$
$$-(\lambda_1+\lambda_2')(\lambda_2+\lambda_1')\frac{t^3+s^3}{tu^2}\Big\},$$

$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$, а s, t и u – инвариантные переменные Мандельстама.

Пусть поляризация конечных частиц не фиксируется. Тогда можно составить асимметричную комбинацию, которая в обычной теории исчезает **):

---

*) Здесь и в дальнейшем $\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)$ – дифференциальное сечение, которое дается стандартной КЭД.

**) В формулах (2.3), (2.7) и (2.8) (см. раздел Б) опущены члены, порядок которых меньше, чем ℓ^2E^2.

$$\frac{\left(\sin^8\frac{\theta}{2}+\cos^8\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2}-\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}}{\left(\sin^8\frac{\theta}{2}+\cos^8\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2}+\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}}=\frac{(3-3\cos^2\theta+7\cos^4\theta+\cos^6\theta)\sin^2\theta}{4(1+6\cos^2\theta+\cos^4\theta)}\ell^2E^2, \tag{2.3}$$

здесь $\lambda_1=\pm 1$, E – энергия электрона в СЦИ, θ – угол рассеяния.

Дифференциальное сечение для неполяризованных частиц имеет вид:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^-\to e^-e^-}_{\text{неполяр.}}=\frac{\alpha^2}{4E^2}\frac{(3+\cos^2\theta)^2}{\sin^4\theta}+\frac{3\alpha^2\ell^2}{4}\frac{1+3\cos^2\theta}{\sin^2\theta}+\frac{\alpha^2\ell^4E^2}{32}(15+2\cos^2\theta). \tag{2.4}$$

Б. Сечение процесса $e^-e^+\to e^-e^+$

Для дифференциального сечения процесса $e^-e^+\to e^-e^+$ имеем:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}=\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}+\ell^2\frac{\alpha^2}{32E^2}\Big\{(1-\lambda_1\lambda_2\lambda_1'\lambda_2')u\left(\frac{s}{t}+\frac{t}{s}-2\right)+$$
$$+(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{1}{4t}\left(\frac{u^3}{2s}-u^2+2st\right)-(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{1}{4t}\left(\frac{u^3}{2s}-u^2-2st\right)+$$
$$+(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\frac{1}{4s}\left(\frac{u^3}{2t}-u^2+2st\right)+(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\frac{1}{4s}\left(\frac{u^3}{2t}-u^2-2st\right)\Big\}+$$
$$+\ell^4\frac{\alpha^2}{(32)^2E^2}\Big\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\left(\frac{s^2}{2}+t^2\right)+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\left(\frac{s^2}{2}+t^2-2u^2\right)+$$
$$+(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\left(\frac{t^2}{2}+s^2\right)-(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\left(\frac{t^2}{2}+s^2-2u^2\right)+ \tag{2.5}$$
$$+(1-\lambda_1\lambda_1')(1-\lambda_2\lambda_2')(s-u)^2+(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')(u-t)^2+$$
$$+\left[(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')-(\lambda_1+\lambda_2)(\lambda_1+\lambda_2')\right](u-s)(u-t)\Big\},$$

где

$$\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}=\frac{\alpha^2}{32E^2}\Big\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{s^3-u^3}{st^2}+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{s^3+u^3}{st^2}+ \tag{2.6}$$
$$+(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\frac{t^3-u^3}{ts^2}-(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\frac{t^3+u^3}{ts^2}\Big\}.$$

В данном случае также можно составить асимметричную комбинацию, исчезающую в пределе $\ell\to 0$:

$$\frac{\left(\sin^8\frac{\theta}{2}+\cos^8\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2}-\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}}{\left(\sin^8\frac{\theta}{2}+\cos^8\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2}+\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}}= \tag{2.7}$$

$$= \frac{(\cos^7\theta - 5\cos^6\theta + 5\cos^5\theta - 17\cos^4\theta - 21\cos^3\theta + 105\cos^2\theta + 79\cos\theta - 51)(1-\cos\theta)}{16(1+6\cos^2\theta+\cos^4\theta)}\ell^2 E^2.$$

Для $\theta = \frac{\pi}{2}$ имеем отсюда:

$$\frac{\frac{1}{8}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}}{\frac{1}{8}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=\lambda_2} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2}} = -\frac{51}{16}\ell^2 E^2 . \qquad (2.8)$$

При энергиях $\sim$ 200 ГэВ в СЦИ проектируемого в ЦЕРНе большого электрон-позитронного ускорителя на встречных пучках (LEP) величина асимметрии изменяется в интервале от I,4 до 0,I3, если фундаментальную длину ℓ варьировать в пределах от $\frac{1}{300}$ до $\frac{1}{1000}$ ГэВ$^{-I}$.

Так как "неминимальное" взаимодействие спинорных частиц с электромагнитным полем не сохраняет спиральности, то дифференциальное сечение рассеяния электрона и позитрона с одинаковыми начальными поляризациями и последующим изменением значения спиральности последнего на обратное, в рассматриваемой модели КЭД отлично от нуля:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\substack{\lambda_1=\lambda_2\\ \lambda_2=-\lambda_2'}} = \frac{\alpha^2\ell^2}{16}\frac{(1+\cos\theta)(3-\cos\theta)^2}{1-\cos\theta} + \frac{9\alpha^2\ell^4E^2}{64}(1+\cos\theta)^2 . \qquad (2.9)$$

Заметим, что первый член в (2.9) не зависит от энергии сталкивающихся частиц и, в принципе, может быть измерен на любой установке, имеющей большую светимость.

Дифференциальное сечение рассеяния неполяризованных частиц имеет вид:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to e^-e^+}_{\text{неполяр.}} = \frac{\alpha^2}{16E^2}\frac{(3+\cos^2\theta)^2}{(1-\cos\theta)^2} + \frac{3\alpha^2\ell^2}{16}\frac{(1+\cos\theta)(7-4\cos\theta+\cos^2\theta)}{1-\cos\theta} + \frac{\alpha^2\ell^4E^2}{64}(23+22\cos\theta+15\cos^2\theta). \qquad (2.10)$$

B. Сечение процесса аннигиляции $e^-e^+\to\mu^-\mu^+$

Считая, как и прежде, что $E^2_{\text{СЦИ}} \gg m^2$, находим:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} = \left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'} + \frac{\alpha^2\ell^2}{32E^2}\Big\{(1-\lambda_1\lambda_2\lambda_1'\lambda_2')\frac{ut}{s} + \qquad (2.11)$$

$$+(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\frac{2u^2+t^2}{4s} + (\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\frac{2u^2-t^2}{4s}\Big\} + \frac{\alpha^2\ell^4}{(32)^2E^2}\Big\{(1+\lambda_1\lambda_2)(1+\lambda_1'\lambda_2')(t-u)^2+$$

$$+(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\frac{2u^2+t^2}{2}+(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\frac{2u^2-t^2}{2}+$$

$$+(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\left[\frac{2u^2+s^2}{2}+(t-u)s\right]-(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\left[\frac{2u^2-s^2}{2}-(t-u)s\right]\Big\},$$

где

$$\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}=\frac{\alpha^2}{32E^2}\left\{(1-\lambda_1\lambda_2)(1-\lambda_1'\lambda_2')\frac{u^2+t^2}{s^2}+(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_1'-\lambda_2')\frac{u^2-t^2}{s^2}\right\}. \tag{2.12}$$

Если спиральности электрона и позитрона одинаковы $\lambda_1=\lambda_2$, то процесс $e^-e^+\to\mu^-\mu^+$ запрещен в обычной КЭД (см. (2.I2)). В нашем случае, однако, сечение отлично от нуля и дается формулой:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1=\lambda_2}=\frac{\alpha^2\ell^2}{8}\sin^2\theta+\frac{\alpha^2\ell^4E^2}{16}(1+2\cos\theta+2\cos^2\theta). \tag{2.13}$$

Для полного сечения имеем соответственно:

$$\left(\sigma_{tot}\right)^{e^-e^+\to\mu^-\mu^+}_{\lambda_1=\lambda_2}=\frac{\pi}{3}\alpha^2\ell^2+\frac{5\pi}{12}\alpha^2\ell^4E^2. \tag{2.14}$$

Г. Сечение процесса $e^-\mu^\pm\to e^-\mu^\pm$

Дифференциальное сечение данного процесса имеет вид:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-\mu^\pm\to e^-\mu^\pm}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}=\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-\mu^\pm\to e^-\mu^\pm}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}+\frac{\alpha^2\ell^2}{32E^2}\Big\{(1-\lambda_1\lambda_2\lambda_1'\lambda_2')\frac{su}{t}+$$

$$+(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{1}{8t}\left[3(s^2+u^2)\mp(s^2-u^2)\right]+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{1}{8t}\left[3(s^2-u^2)\mp(s^2+u^2)\right]\Big\}+ \tag{2.15}$$

$$+\frac{\alpha^2\ell^4}{(32)^2E^2}\Big\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{s^2+u^2}{2}+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{s^2-u^2}{2}+\big[(1+\lambda_1\lambda_2')(1+\lambda_2\lambda_1')-$$

$$-(\lambda_1+\lambda_2')(\lambda_2+\lambda_1')\big]\left[\frac{t}{2}\pm(s-u)\right]t+\left[(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\mp(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\right]\frac{3}{4}\left[(s^2+u^2)\mp(s^2-u^2)\right]\Big\},$$

где

$$\left(\frac{d\sigma_0}{d\Omega}\right)^{e^-\mu^\pm\to e^-\mu^\pm}_{\lambda_1\lambda_2\to\lambda_1'\lambda_2'}=\frac{\alpha^2}{32E^2}\left\{(1+\lambda_1\lambda_1')(1+\lambda_2\lambda_2')\frac{s^2+u^2}{t^2}+(\lambda_1+\lambda_1')(\lambda_2+\lambda_2')\frac{s^2-u^2}{t^2}\right\}. \tag{2.16}$$

Для процесса с изменением значения спиральности одной из частиц на обратное (например, мюона) имеем:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{e^-\mu^\pm\to e^-\mu^\pm}_{\lambda_2=-\lambda_2'}=\frac{\alpha^2\ell^2}{4}\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\alpha^2\ell^4E^2}{128}\left[21+10\cos\theta+\cos^2\theta\mp4(1-\cos\theta)\right]. \tag{2.17}$$

Д. Глубоконеупругое рассеяние лептонов на адронах

В рассматриваемой нами модели КЭД при изучении глубоконеупругого процесса необходимо учитывать дополнительные диаграммы Б, В и Г, показанные на рис. 2.

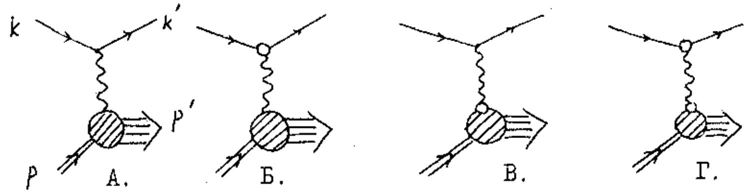


Рис. 2

Дифференциальное сечение с учетом новых диаграмм имеет вид:

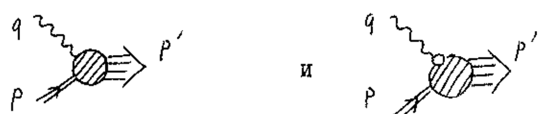
$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dE'}\right)_{\lambda_1\lambda_2} = \frac{\alpha^2}{q^4}\frac{E'}{E}\Big[(1+\lambda_1\lambda_2)\,\ell_{\alpha\beta}(kk') + i(\lambda_1+\lambda_2)\,\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\sigma}k^{\gamma}k'^{\sigma} - \varkappa_\alpha \varkappa_\beta (1-\lambda_1\lambda_2)\frac{\ell^2 q^2}{8}\Big]\cdot W^{\alpha\beta} \quad (2.18)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\ell_{\alpha\beta}(kk') = k_\alpha k'_\beta + k_\beta k'_\alpha + g_{\alpha\beta}\frac{q^2}{2}, \qquad \varkappa_\alpha = k_\alpha + k'_\alpha, \quad (2.19)$$

$$W_{\alpha\beta} = (2\pi)^3 \sum_{p'} \overline{\langle p|\left(J^{em}_\beta + iq^\gamma J_{\beta\gamma}\right)^+|p'\rangle\langle p'|J^{em}_\alpha + iq^\sigma J_{\alpha\sigma}|p\rangle}\, \delta(p+q-p'), \quad (2.20)$$

где J^{em}_α и $J_{\alpha\beta}$ идентифицированы с вершинами



соответственно, а λ_1 и λ_2 – поляризации лептона в начальном и конечном состояниях.

Структуру тензора $W_{\alpha\beta}$ можно установить из соображений релятивистской инвариантности и сохранения электрического тока:

$$W_{\alpha\beta}(\nu,q^2) = \left(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\right)W_1(\nu,q^2) + \frac{1}{M^2}\left(p_\alpha - q_\alpha\frac{pq}{q^2}\right)\left(p_\beta - q_\beta\frac{pq}{q^2}\right)W_2(\nu,q^2) + \frac{i}{M^2}\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\sigma}q^\gamma p^\sigma W_3(\nu,q^2). \quad (2.21)$$

Подставляя $W_{\alpha\beta}$ из (2.2I) в формулу для сечения (2.I8), получим

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}\right)_{\lambda_1\lambda_2} = \sigma_M \Big\{(1+\lambda_1\lambda_2)\Big[tg^2\frac{\theta}{2}W_1 + \frac{1}{2}W_2\Big] - \tag{2.22}$$

$$-(\lambda_1+\lambda_2)\frac{E+E'}{M}tg^2\frac{\theta}{2}W_3 +$$

$$+(1-\lambda_1\lambda_2)\frac{\ell^2 q^2}{8}\Big[tg^2\frac{\theta}{2}W_1 - \frac{(E+E')^2}{4EE'\cos^2\frac{\theta}{2}}W_2\Big]\Big\},$$

где $\sigma_M = \frac{\alpha^2}{4E^2}\,\frac{\cos^2\frac{\theta}{2}}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$ – сечение моттовского рассеяния.

Использование партонной модели приводит к следующей структуре $W_{\alpha\beta}$:

$$W_{\alpha\beta}(\nu,q^2) = \frac{1}{2}M\int\frac{d^3\vec p_f}{E_f}\,Sp\Big[\frac{\hat p_i}{2M}(\gamma_\beta + iq^\gamma g\,\sigma_{\beta\gamma})\frac{\hat p_f}{2M}(\gamma_\alpha + iq^\delta g\,\sigma_{\alpha\delta})\Big]\delta(p_f-p_i-q)\frac{f(x_i)}{x_i}dx_i = \tag{2.23}$$

$$=\Big(-g_{\alpha\beta} + \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\Big)\tilde W_1(\nu,q^2) + \frac{1}{M^2}\Big(p_\alpha - q_\alpha\frac{pq}{q^2}\Big)\Big(p_\beta - q_\beta\frac{pq}{q^2}\Big)\Big(1-\frac{\ell^2 q^2}{4}\Big)\tilde W_2(\nu,q^2),$$

где

$$\tilde W_1(\nu,q^2) = \frac{1}{2M}f(x),$$

$\nu\,\tilde W_2(\nu,q^2) = x f(x)$, зависят только от $x = -\frac{q^2}{2M\nu}$.

Сравнивая формулы (2.2I) и (2.23), имеем

$$\begin{aligned} &W_1(\nu,q^2) = \tilde W_1(\nu,q^2), \\ &W_2(\nu,q^2) = \Big(1-\frac{\ell^2 q^2}{4}\Big)\tilde W_2(\nu,q^2), \\ &W_3(\nu,q^2) = 0. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Дифференциальное сечение для глубоконеупругого рассеяния в рамках партонной модели

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'}\right)_{\lambda_1\lambda_2} = \sigma_M\Big\{(1+\lambda_1\lambda_2)\Big[tg^2\frac{\theta}{2}\tilde W_1(\nu,q^2) + \frac{1}{2}\Big(1-\frac{\ell^2 q^2}{4}\Big)\tilde W_2(\nu,q^2)\Big] + \tag{2.25}$$

$$+(1-\lambda_1\lambda_2)\frac{\ell^2 q^2}{8}\Big[tg^2\frac{\theta}{2}\tilde W_1(\nu,q^2) - \frac{(E+E')^2}{4EE'\cos^2\frac{\theta}{2}}\Big(1-\frac{\ell^2 q^2}{4}\Big)\tilde W_2(\nu,q^2)\Big]\Big\}$$

зависит лишь от билинейных комбинаций поляризаций частиц. Поэтому Р-нечетных эффектов в рассматриваемой модели КЭД не возникает.

Процесс с изменением спиральности начального лептона в обычной теории запрещен. Однако в нашем случае имеем:

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dE'}\right)_{\lambda_1=-\lambda_2} = \sigma_M \frac{\ell^2 q^2}{4}\left[tg^2\frac{\theta}{2}\, \tilde{W}_1(\nu,q^2) - \frac{(E+E')^2}{4EE'\cos^2\frac{\theta}{2}}\left(1-\frac{\ell^2 q^2}{4}\right)\tilde{W}_2(\nu,q^2)\right], \qquad (2.26)$$

$$\lambda_1 = \pm 1 .$$

Дифференциальное сечение для неполяризованных частиц

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dE'}\right) = \sigma_M \frac{K}{2\pi^2\alpha\,\varepsilon\left(1-\frac{\nu^2}{q^2}\right)}\left\{\sigma_T - \frac{\ell^2 q^2}{8}\sigma_S + \varepsilon\left[\sigma_S\left(1-\frac{\ell^2 q^2}{8}\right) - \frac{\ell^2 q^2}{4}\sigma_T\right]\right\} \qquad (2.27)$$

также отличается от обычного наличием членов, нарушающих скейлинговое поведение. Здесь использованы обычные переменные

$$\varepsilon = \frac{1}{1+2\left(1-\frac{\nu^2}{q^2}\right)tg^2\frac{\theta}{2}}, \qquad K = \nu + \frac{q^2}{2M}, \qquad (2.28)$$

а σ_T и σ_S связаны с $\tilde{W}_i$ следующим образом:

$$\sigma_T = \frac{2\pi^2\alpha}{K}\tilde{W}_1, \qquad \sigma_S = \frac{2\pi^2\alpha}{K}\left[-\tilde{W}_1 + \left(1-\frac{\ell^2 q^2}{4}\right)\left(1-\frac{\nu^2}{q^2}\right)\tilde{W}_2\right]. \qquad (2.29)$$

Для измеряемого на опыте отношения R при сверхвысоких энергиях должен наблюдаться рост

$$R = \frac{\sigma_S'}{\sigma_T'} = \frac{\sigma_S\left(1-\frac{\ell^2 q^2}{8}\right) - \frac{\ell^2 q^2}{4}\sigma_T}{\sigma_T - \frac{\ell^2 q^2}{8}\sigma_S} \approx -\frac{1}{2}\ell^2 q^2, \qquad (2.30)$$

однако, даже для $\ell \sim \frac{1}{300}$ ГэВ$^{-1}$ при современных $q^2 \sim 200$ ГэВ^2, эта величина составляет $\sim 0{,}1\%$.

Е. Процессы с несохранением лептонного числа

Четырехфермионные взаимодействия в лагранжиане (I.7) приводят к процессам, в которых не сохраняется лептонное число:

а) $e^- e^- \to \mu^- \mu^-$

$$(\sigma_{tot})^{e^-e^-\to\mu^-\mu^-} = \frac{7\pi\alpha^2}{24}E^2\ell^4, \qquad (2.31)$$

б) $\mu^+ e^- \to \mu^- e^+$

$$(\sigma_{tot})^{\mu^+e^-\to\mu^-e^+} = \frac{\pi\alpha^2}{3}E^2\ell^4. \qquad (2.32)$$

Например, для процесса а) при интенсивности пучка электронов $n_e = 10^8 \frac{1}{c}$ и $E_{лаб}$ = 100 ГэВ число событий в секунду дается формулой *)

$$\frac{N}{t} = 4 \cdot 10^{59} \ell^4 \frac{1}{c \cdot см} . \qquad (2.33)$$

При $\ell = 10^{-17}$см

$$\frac{N}{t} = 4 \cdot 10^{-9} \frac{1}{c} , \qquad (2.34)$$

что в сутки составит $\sim 3,45 \cdot 10^{-4}$ событий.

В случае б) оценка числа событий гораздо меньше предыдущей. Таким образом, экспериментальное измерение процессов (2.31) и (2.32) может быть делом лишь очень далекого будущего.

Авторы выражают благодарность Н.Н.Боголюбову, С.М.Биленькому, А.Д.Донкову и В.Г.Кадышевскому за интерес к работе и полезные замечания.

Литература

1. Kadyshevsky V.G. Nucl.Phys., 1978, B141, p. 472.
2. Kadyshevsky V.G. Fermilab - Pub-78/70-THY, September, 1978.
3. Кадышевский В.Г., Матеев М.Д., Чижов М.В. ОИЯИ, Р2-8027, Дубна, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 января 1980 года.

*) Здесь получена оценка для электронной мишени с размером L_T = 1 см, сделанной из олова.