

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

+

0151/2-80

22/12-80
P2-80-597

И.Б.Бободжанов, З.Омбоо, В.В.Ужинский,
И.У.Христова

ОБ ОДНОЙ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ
ОДНОЧАСТИЧНЫХ ЯДЕРНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ,
БЛИЗКОЙ К ФЕРМИЕВСКОЙ

1980

1. Хорошо известно, что расчеты сечений адрон-ядерного рассеяния /в рамках теории многократного рассеяния/ требуют выполнения большого количества численных операций на ЭВМ и, в частности, операций численного интегрирования. Вычисление же интегралов высокой кратности неизбежно приводит к снижению точности расчетов и к резкому увеличению счетного времени. Поэтому желательно в тех случаях, когда это возможно, заменять операции численного интегрирования алгебраическими операциями. В настоящей работе подробно обсуждается один из способов упрощения расчетов сечений адрон-ядерного и ядро-ядерного рассеяния, основанный на возможности аппроксимации так называемых функций толщины

$$T(\vec{s}) = A \int \rho(\vec{s}, z) dz = \frac{A}{2\pi} \int S(q) J_0(qs) q dq \quad /1/$$

($\rho(\vec{r})$ - одночастичная плотность, $S(q)$ - формфактор ядра), фигурирующих в расчетных формулах, простыми аналитическими выражениями. Затем на примере pA - и αA -рассеяния анализируется чувствительность дифференциальных сечений этих реакций к выбору формфактора ядра.

2. К сожалению, такие популярные и хорошо зарекомендовавшие себя при анализе экспериментальных данных способы параметризации одночастичных ядерных плотностей, как параметризация типа Ферми^{/1/},

$$\rho_F(\vec{r}) = \frac{3}{4\pi R_F (R_F^2 + \pi^2 c^2)} \frac{\text{sh}(R_F/c)}{\text{ch}(R_F/c) + \text{ch}(r/c)}, \quad /2a/$$

$$S_F(q) = - \frac{3\pi c}{R_F (R_F^2 + \pi^2 c^2)} \frac{1}{q} \frac{d}{dq} \frac{\sin q R_F}{\text{sh} \pi q c}, \quad /2b/$$

и параметризация Хэлма^{/2/},

$$\rho_H(\vec{r}) = \left(\frac{g^2}{2\pi}\right)^{3/2} \int \rho_U(\vec{r}-\vec{r}') \exp\left(-\frac{\vec{r}'^2 g^2}{2}\right) d\vec{r}', \quad /3a/$$

$$S_H(q) = S_U(q R_U) \exp\left(-\frac{q^2}{2g^2}\right), \quad /3b/$$

$$\rho_U(r) = \frac{3}{4\pi R_U^3} \theta(R_U - r),$$

$$S_U(q) = \frac{3}{(q R_U)^3} [\sin(q R_U) - q R_U \cos(q R_U)],$$

не позволяют явно вычислить интегралы вида /1/. Однако, как было замечено в работе /3/, если в формуле /3/ заменить гауссовскую функцию полиномиально убывающей функцией,

$$\rho^{(n)}(\vec{r}) = \frac{a_n^{2n-3} \Gamma(n)}{\pi^{3/2} \Gamma(n-3/2)} \int \rho_U(\vec{r}-\vec{r}') \frac{d\vec{r}'}{(\vec{r}'^2 + a_n^2)^n}, \quad /4/$$

то и сама одночастичная плотность $\rho^{(n)}(\vec{r})$, и соответствующая ей функция толщины могут быть вычислены в явном виде. В частном случае $n=3,4$ имеем

$$\rho^{(3)}(r) = \frac{3}{4\pi^2 R_U^3} \left[\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{r^2 - R_U^2 + a^2}{2a R_U}\right) - \frac{2a R_U (a^2 + r^2 - R_U^2)}{(r^2 - R_U^2 + a^2)^2 + 4a^2 R_U^2} \right], \quad /5/$$

$$\rho^{(4)}(r) = \rho^{(3)}(r) - \frac{1}{4\pi^2 R_U^3} \left[\frac{2}{3} \frac{(r^2 - R_U^2 + a^2)(2a R_U)^3}{[(r^2 - R_U^2 + a^2)^2 + 4a^2 R_U^2]^2} \right]. \quad /6/$$

Значения параметров a в формулах /5/ и /6/ численно, конечно, различны. Параметризации /4/ соответствуют формфактор

$$S^{(n)}(q) = S_U(q R_U) \cdot \frac{2\left(\frac{a_n q}{2}\right)^{n-3/2}}{\Gamma(n-3/2)} K_{n-3/2}(a_n q) \quad /7/$$

и функция толщины

$$T^{(n)}(\vec{s}) = \frac{3\sqrt{2} \Lambda \Gamma(3/2) a^{2n-3}}{\pi \Gamma(n-3/2)} \left(-\frac{d}{da_n^2}\right)^{n-3} \frac{1}{D(D-R_U^2+a_n^2+s^2)^{3/2}}, \quad /8/$$

$$D = \sqrt{(s^2 + a_n^2 - R_U^2)^2 + 4a_n^2 R_U^2},$$

где $K_n(x)$ - функция Макдональда, а $\Gamma(n)$ - гамма-функция.

Скоррелируем параметры R_U , a_n , входящие в /4/, /7/, с параметрами R_F и c фермиевской плотности таким образом, чтобы совпадали среднеквадратичные радиусы, соответствующие этим параметризациям, и положения первых нулей формфакторов. Из первого условия следует соотношение между параметрами вида

$$\frac{3}{5} R_U^2 + \frac{3a_n^2}{2n-5} = \frac{3}{5} R_F^2 + \frac{7}{5} (\pi c)^2. \quad /9/$$

Положение m -го нуля фермиевского формфактора определяется из условия

$$\operatorname{tg} q_F^{(m)} R_F = \frac{R_F}{\pi c} \operatorname{th} \pi c q_F^{(m)}, \quad /10/$$

следующего из /26/. Из формулы /10/ приближенно находим:

$$q_F^{(m)} R_F = \frac{2m+1}{2} \pi - \frac{\pi c}{R_F} \operatorname{cth} \pi c \frac{(2m+1)\pi}{2R_F}. \quad /11/$$

Аналогично для положения m -го нуля формфактора /7/ имеем:

$$q_H^{(m)} R_U = \frac{2m+1}{2} \pi - \frac{2}{(2m+1)\pi}. \quad /12/$$

Условие совпадения $q_F^{(1)}$ и $q_H^{(1)}$ позволяет выразить R_U через R_F и c :

$$R_U = R_F \left(1 - \frac{4}{9\pi^2}\right) + \frac{2}{3} c \cdot \operatorname{cth} \frac{3\pi^2 c}{2R_F}, \quad /13/$$

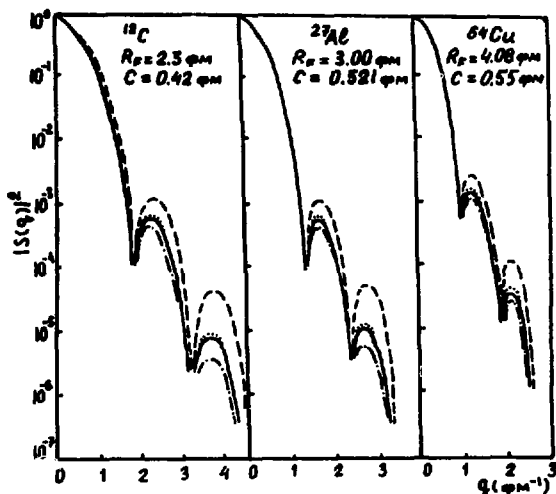


Рис. 1. Сравнение формфакторов /7/ при $n = 3, 4, 5$ /пунктирная, точечная и штрих-пунктирная кривые соответственно/ с фермиевским /сплошная кривая/.

что, в свою очередь, дает возможность определить параметр a_n с помощью соотношения /9/. При этом отличие положений остальных нулей формфакторов /26/ и /7/ /при условии совпадения положения первых/ дается соотношением

$$\frac{q_H^{(m)}}{q_F^{(m)}} = \left(1 - \frac{4}{9\pi^2} + \frac{4}{(2m+1)^2\pi^2}\right) + \frac{2}{3} \frac{c}{R_F} \cdot \text{cth} \frac{3\pi^2 c}{2R_F} -$$

$$- \frac{2c}{(2m+1)R_F} \text{cth} \frac{\pi^2 c}{R_F^2} \frac{2m+1}{2},$$

/14/

из которого видно, что оно составляет величину порядка 1%.

На рис. 1 представлены значения формфакторов /7/, отвечающих значениям $n=3, 4, 5$, в сравнении с фермиевским формфактором. Видно, что наиболее близким к фермиевскому оказывается формфактор $S^{(4)}$. Заметное различие между $S^{(4)}$ и S_F начинается лишь в районе третьего максимума. Комбинация вида

$$(1-x)S^{(4)} + xS^{(5)}, \quad 0 \leq x < 1,$$

/15/

хорошо фитирует формфактор вплоть до четвертого максимума. Поскольку двухпараметрический фермиевский формфактор сам по себе фитирует экспериментальные данные по eA -рассеянию при больших значениях переданного импульса недостаточно хорошо, проводить более детальную подгонку фермиевского формфактора выражениями типа /7/ не имеет смысла. Ясно, что комбинации типа /15/ могут непосредственно использоваться для анализа экспериментальных данных по eA -рассеянию.

3. Детальный анализ данных о $p^{12}C$ -рассеянии при $T_p = 1$ ГэВ, проведенный в работе /4/, показал, что они одинаково хорошо могут быть описаны как при фермиевской параметризации одночастичной плотности, так и при использовании осцилляционной, хотя, как хорошо известно, формфакторы $S(q)$, отвечающие этим параметризациям, заметно различаются уже в районе второго максимума. Этот результат может служить указанием на то, что сечение pA -рассеяния гораздо менее чувствительно к деталям структуры ядра по сравнению с сечением eA -рассеяния. Это, по-видимому, связано с тем обстоятельством, что при значениях переданного импульса, при которых отмечается заметное различие в значениях формфакторов, в pA -рассеянии доминирующую роль играют амплитуды многократного рассеяния, менее чувствительные к поведению формфактора ядра при больших передачах импульса. Если это действительно так, то следует ожидать, что сечения процессов упругого ядро-ядерного рассеяния, в которых эффекты многократного рассеяния играют еще более существенную роль, должны быть менее чувствительными к различию в деталях структуры ядра, определяющихся поведением формфакторов при больших значениях переданного импульса. Для сравнения степени чувствительности сечений различных реакций с участием ядер к деталям их структуры были проведены расчеты сечений упругого pA - и αA -рассеяний /последнее рассчитывалось в рамках приближения жесткого налетающего ядра/ с использованием формфакторов $S^{(3)}$, $S^{(4)}$ и $S^{(5)}$, отвечающих различному поведению соответствующих одночастичных плотностей при $q \rightarrow \infty$. На рис.2 приведены сами формфакторы, сечения pA -рассеяния и сечения αA -рассеяния для ядра ^{64}Cu . Видно, что довольно существенному различию в значениях формфакторов отвечает малое различие в сечении pA -рассеяния и практически несущественное различие в сечении αA -рассеяния. Отсюда, а также из результатов п.2 следует, что замена ферми-

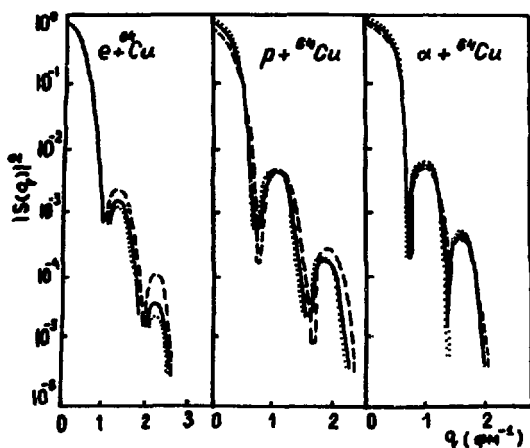


Рис.2. Сравнение чувствительностей e^- -, p^- -, α^- -рассеяний к форме ядерной плотности. Расчеты отвечают параметризациям /4/ с $n = 3, 4, 5$ /пунктирная, сплошная и точечная кривые соответственно/ и величине $\sigma_{NN}^{tot} = 40$ мб. Величины $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ представлены в произвольных единицах.

евской плотности $\rho_F(\vec{r})$ плотностью $\rho_H(\vec{r})$ при расчетах сечений адрон-ядерного и ядро-ядерного рассеяния практически не изменит численных результатов, позволяя при этом добиться существенных упрощений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Елдышев Ю.Н., Лукьянов В.Н., Поль Ю.С. ЯФ, 1972, 16, с.506.
2. Helm R.H. Phys.Rev., 1956, 104, p.1466.
3. Тарасов А.В. Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1976, т.7, в.3.
4. Алхазов Г.Д. Препринт ЛИЯФ, 1978, № 448.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 сентября 1980 года.