

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

6192/2-80

P2-80-581

22/12-80

А.С.Гальперин, Г.В.Мицельмахер

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ПИОНОВ НА ЯДРАХ
С УЧЕТОМ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ПИОНОВ

Направлено в ЯФ

1980

1. Хорошо известно, что взаимодействие фотонов с нестабильными адронами можно изучать в рассеянии ультррелятивистских адронов на ядрах^{/1/}, так как кулоновская часть амплитуды рассеяния имеет пик при малых передачах. В частности, в процессе тормозного излучения можно изучать комптон-эффект на пионе и его структурную характеристику - поляризуемость^{/2/}. Для выделения чисто электромагнитного рассеяния и для сравнения его с вкладом сильных взаимодействий необходимо знать поведение соответствующих сечений при передачах не больше некой фиксированной /достаточно малой/.

В настоящей работе получены удобные для анализа экспериментальных данных аналитические выражения для сечения тормозного излучения пионов в кулоновском поле ядра с учетом поляризуемости пионов. Амплитуда этого процесса в борновском приближении является суммой четырех диаграмм /см рис./; последняя

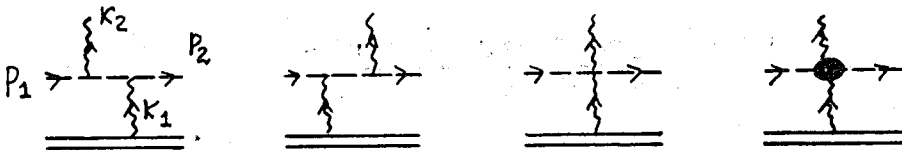
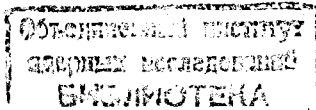


диаграмма соответствует вкладу поляризуемости пиона. Поляризуемость вводится^{/3/} феноменологически как коэффициент в низкоэнергетической поправке к амплитуде комптон-эффекта на точечном пионе, которая в борновском приближении на массовой поверхности принимает вид:

$$T(p_2, k_2 | p_1, k_1) = 2i(4\pi\alpha)\epsilon_\mu(k_1)\epsilon_\nu(k_2) \left[g^{\mu\nu} - \frac{p_1^\mu p_2^\nu}{p_2 k_2} + \frac{p_1^\nu p_2^\mu}{p_1 k_2} - \beta(g^{\mu\nu} k_1 k_2 - k_1^\nu k_2^\mu) \right],$$

/1.1/

где $k_1^\mu = (\omega_1, \vec{k}_1)$, $k_2^\mu = (\omega_2, \vec{k}_2)$ - импульсы фотонов; $\epsilon_\mu(k_1)$, $\epsilon_\nu(k_2)$ - их поляризации; $p_1^\mu = (\epsilon_1, \vec{p}_1)$, $p_2^\mu = (\epsilon_2, \vec{p}_2)$ - импульсы пионов; $\beta = a_\pi \cdot m_\pi / a$, a_π - поляризуемость пиона. Применимость низкоэнергетической характеристики в процессе тормозного излучения ультррелятивистских пионов на ядре связана с тем, что, как будет видно ниже, характерные инварианты комптон-эффекта $p_2 k_2$, $p_1 k_2$ и $k_1 k_2$ оказываются порядка m_π^2 . Максимальную передачу $t = k_1^2$ ограничим условием:



$$-t_{\min} \ll -t_{\max} \ll m_{\pi}^2, \quad /1.2/$$

где $-t_{\min} = (m_{\pi}^2 \omega_2 / 2 \epsilon_1 \epsilon_2)^2$ соответствует порогу реакции при данной энергии излучаемого фотона ω_2 . Если $\epsilon_2 \sim \omega_2$ и $\epsilon_1 \gg m_{\pi}$, то $-t_{\min} \ll m_{\pi}^2$. Ограничение сверху в /1.2/ обусловлено тем, что при передачах $-t \leq 10^{-2} m_{\pi}^2$ кулоновская амплитуда доминирует над амплитудой сильных взаимодействий^{/2/}. Ввиду малости передачи можно использовать амплитуду /1.1/ на массовой поверхности и пренебречь отдачей ядра.

В разделе 2 вычисляются дифференциальные по ω_2 , t , а также по ω_2 сечения интересующего нас процесса. Комптон-эффект наиболее естественно анализировать в системе покоя пи-мезона. В разделе 3 вычисления проводятся методом эквивалентных фотонов, что, как хорошо известно, позволяет связать сечение комптон-эффекта на пи-мезоне в системе покоя пиона с сечением процесса радиационного рассеяния.

2. Дифференциальное сечение в лабораторной системе имеет вид:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + k_1 - p_2 - k_2) (M.Э.)^2 d\vec{p}_2 d\vec{k}_1 d\vec{k}_2}{4\epsilon_1 (2\pi)^3 \cdot 8\epsilon_2 \omega_2}, \quad /2.1/$$

где матричный элемент

$$M.Э. = \frac{4Z \cdot (4\pi\alpha)^{3/2}}{k_1^2} \left\{ g^{0\nu} - \frac{\epsilon_1 p_2^\nu}{k_2 p_2} + \frac{\epsilon_2 p_1^\nu}{k_2 p_1} - \beta (g^{0\nu} k_1 k_2 - k_1^\nu \omega_2) \right\} \epsilon_\nu(k_2), \quad /2.2/$$

Z - заряд ядра.

Рассмотрим угловые переменные в /2.1/:

$$d\Omega_{\vec{p}_2} d\Omega_{\vec{k}_2} = 2\pi \sin \theta_1 d\theta_1 \sin \theta_2 d\theta_2 d\phi, \quad /2.3/$$

где θ_1 и θ_2 - углы между \vec{k}_2 и \vec{p}_1 , \vec{k}_2 и \vec{p}_2 соответственно, а ϕ - угол между плоскостями (\vec{k}_2, \vec{p}_1) и (\vec{k}_2, \vec{p}_2) . Введем^{/4/} удобные переменные:

$$\delta_1 = \epsilon_1 \theta_1 / m_{\pi}, \quad \delta_2 = \epsilon_2 \theta_2 / m_{\pi}. \quad /2.4/$$

После разделения передачи \vec{k}_1 на продольную и поперечную по отношению к \vec{k}_2 :

$$\vec{k}_1^2 = k_{1\parallel}^2 + k_{1\perp}^2, \quad /2.5/$$

интеграл по $d\phi$ можно заменить интегралом по $dk_{1\perp}^2$:

$$d\phi = \frac{2dk_{1\perp}^2 / m_{\pi}^2}{[(\delta_1 + \delta_2)^2 - k_{1\perp}^2 / m_{\pi}^2]^{1/2} [k_{1\perp}^2 / m_{\pi}^2 - (\delta_2 - \delta_1)^2]^{1/2}}. \quad /2.6/$$

Наконец, формула /2.6/ подсказывает следующую замену:

$$\delta_1 + \delta_2 = \xi; \quad \delta_2 - \delta_1 = \Delta. \quad /2.7/$$

Переменные ξ и Δ изменяются в областях $\xi \geq k_{1\perp} / m_{\pi}$, $|\Delta| \leq k_{1\perp} / m_{\pi}$. Учитывая, что существенная область по $\xi \sim 1 \gg |\Delta|$, перейдем усредненное по поляризации сечение /2.1/ в пренебрежении квадратом поляризуемости/ в виде:

$$d\sigma = \frac{4z^2 \alpha^3 \epsilon_2 d\omega_2 dk_{1\perp}^2 \xi d\xi d\Delta}{\pi \epsilon_1 \omega_2 k_1^4 (k_{1\perp}^2 / m_{\pi}^2 - \Delta^2)^{1/2}} \times \left\{ \frac{k_{1\perp}^2 / m_{\pi}^2}{(1 + \xi^2/4)^2} - \frac{\xi^2 \Delta^2}{(1 + \xi^2/4)^4} - \frac{\beta m_{\pi}^2 \omega_2^2}{\epsilon_1 \epsilon_2} \left[\frac{k_{1\perp}^2 / m_{\pi}^2}{1 + \xi^2/4} - \frac{\xi^2 \Delta^2}{2(1 + \xi^2/4)^2} \right] \right\}. \quad /2.8/$$

После интегрирования по Δ в пределах от 0 до $k_{1\perp} / m_{\pi}$ получим:

$$d\sigma = \frac{z^2 \alpha^3 \epsilon_2 d\omega_2}{m_{\pi}^2 \epsilon_1 \omega_2} \frac{k_{1\perp}^2 dk_{1\perp}^2 d\xi^2}{[k_{1\perp}^2 + k_{1\min}^2 (1 + \xi^2/4)^2]^2 (1 + \xi^2/4)^2} \times \left\{ 1 - \frac{\xi^2/2}{(1 + \xi^2/4)^2} - \frac{\beta m_{\pi}^2 \omega_2^2}{\epsilon_1 \epsilon_2} \right\}. \quad /2.9/$$

Из /2.9/ следует, что интеграл по ξ естественно обрывается при $\xi \geq 2$, что с учетом /2.4/ и /2.7/ означает малость инвариантов комптон-эффекта $k_2 p_2$, $k_2 p_1$, $k_1 k_2$. Например:

$$k_2 p_2 = \omega_2 \epsilon_2 \left(\frac{m_{\pi}^2}{2\epsilon_2^2} + \frac{\theta_2^2}{2} \right) \leq \frac{\omega_2}{\epsilon_2} m_{\pi}^2. \quad /2.10/$$

Область интегрирования по $k_{1\perp}$ и ξ^2 имеет следующий вид:
 $\xi^2 > k_{1\perp}^2/m_\pi^2$ заменяем на $\xi^2 > 0$ ввиду малости $k_{1\perp}^2/m_\pi^2$,
 $k_{1\perp}^2 + k_{1\perp}^2 (1+\xi^2/4)^2 \leq k_{1\perp}^2$. Полагая $1+\xi^2/4 = y$
интегрируя по y от $y_{\min} = 1$ до $y_{\max} = [(k_{1\perp}^2 - k_{1\perp}^2)/k_{1\perp}^2]^{1/2}$,
находим дифференциальное по ω_2 и $k_{1\perp}^2$ сечение:

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_2 dk_{1\perp}^2} = \frac{4z^2 a^3}{m_\pi^2} \frac{\epsilon_2 k_{1\perp}^2}{\epsilon_1 \omega_2 k_{1\perp}^4} \left\{ \frac{1}{x^2 y} - \frac{y}{2x^2(x+y^2)} - \frac{3}{2x^{5/2}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x^{1/2}} + \frac{1}{x^2 y^2} + \frac{1}{x^2(x+y^2)} + \frac{2}{x^3} \ln \frac{y^2}{x+y^2} - \frac{2}{3x^2 y^3} + \frac{4}{x^3 y} + \frac{y}{x^3(x+y^2)} + \frac{5}{x^{7/2}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x^{1/2}} \right\}_{y_{\min}}^{y_{\max}} - \frac{4z^2 a^3 \beta \omega_2 k_{1\perp}^2}{\epsilon_1^2 k_{1\perp}^4} \left\{ \frac{1}{x^2 y} - \frac{y}{2x^2(x+y^2)} - \frac{3}{2x^{5/2}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x^{1/2}} \right\}_{y_{\min}}^{y_{\max}}, \quad /2.11/$$

где $x = k_{1\perp}^2/k_{1\perp}^2$ /2.11/ можно рассматривать как дифференциальное по полной передаче t сечение, так как $t = -k_{1\perp}^2$, за исключением области $t \sim t_{\min}$.
Наконец, интегрируя /2.9/ по $k_{1\perp}^2$, а затем по ξ , получим:

$$\frac{d\sigma}{d\omega_2} = \frac{4z^2 a^3}{m_\pi^2} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 \omega_2} \left\{ \frac{2}{3} \ln \frac{t_{\max}}{t_{\min}} - \frac{19}{9} + 4 \sqrt{\frac{t_{\min}}{t_{\max}}} \right\} - \frac{4z^2 a^3 \beta \omega_2}{\epsilon_1^2} \left\{ \ln \frac{t_{\max}}{t_{\min}} - 3 + 4 \sqrt{\frac{t_{\min}}{t_{\max}}} \right\}. \quad /2.12/$$

Формула /2.12/ имеет относительную ошибку порядка $t_{\min}/t_{\max} \ll 1$.

3. Здесь мы вычисляем дифференциальные сечения $d^2\sigma/d\omega_2 dt$, $d\sigma/d\omega_2$ методом эквивалентных фотонов /см. например, /4//. Для этого найдем сначала сечение комптон-эффекта на пионе с учетом поляризуемости пиона. Дифференциальное сечение этого процесса имеет следующий вид в системе покоя начального пиона /в этой системе используются штрихованные импульсы/:

$$d\sigma_{K-\gamma} = \frac{\delta^{(4)}(p_1' + k_1' - p_2' - k_2') |T|^2 d\vec{p}_2' d\vec{k}_2'}{(2\pi)^2 16 \omega_1' m_\pi \omega_2' \epsilon_2'} \quad /3.1/$$

Усреднение и суммирование $|T|^2$ по поляризациям фотонов дают:

$$|T|^2 = 32 \pi^2 a^2 \{ 1 + \cos^2 \theta - 2\beta \omega_1' \omega_2' (1 - \cos \theta)^2 \}, \quad /3.2/$$

где θ - угол рассеяния фотона; он связан с изменением энергии фотона $1/\omega_2' - 1/\omega_1' = (1 - \cos \theta)/m_\pi$. После устранения в /3.1/ δ - функции и тривиальной зависимости от азимута

$$d\sigma_{K-\gamma}(\omega_1', \omega_2') = \frac{\pi a^2}{m_\pi} \frac{d\omega_2'}{\omega_1'^2} \left[2 + \left(\frac{m_\pi}{\omega_2'} - \frac{m_\pi}{\omega_1'} \right) - 2 \left(\frac{m_\pi}{\omega_2'} - \frac{m_\pi}{\omega_1'} \right) - 2\beta \omega_1' \omega_2' \left(\frac{m_\pi}{\omega_2'} - \frac{m_\pi}{\omega_1'} \right)^2 \right]. \quad /3.3/$$

Дифференциальное по энергии фотона и поперечной передаче сечение процесса тормозного излучения в лабораторной системе связано с сечением комптон-эффекта соотношением

$$d\sigma_{\text{изл.}}(\omega_2, k_{1\perp}) = \int d\omega_1' n(\omega_1', k_{1\perp}) dk_{1\perp}^2 d\sigma_{K-\gamma}(\omega_1', \omega_2'), \quad /3.4/$$

где $n(\omega, k_{1\perp}) = z^2 a k_{1\perp}^2 / \pi \omega (k_{1\perp}^2 + \omega^2 m_\pi^2 / \epsilon_1^2)^2$ - плотность числа эквивалентных фотонов.

В подынтегральном выражении

$$\omega_2' = \omega_1' \epsilon_2 / \epsilon_1, \quad d\omega_2' = \omega_1' d\omega_2 / \epsilon_1. \quad /3.5/$$

Пределы интегрирования по ω_1' , определяются уравнением

$$-t = k_{1\perp}^2 + \omega_1'^2 m_\pi^2 / \epsilon_1^2, \quad \text{откуда } \omega_{1\min}' = (-t_{\min})^{1/2} \frac{\epsilon_1}{m_\pi} = \frac{m_\pi \omega_2}{2\epsilon_2};$$

$$\omega_{1\max}' = \epsilon_1 (-t_{\max} - k_{1\perp}^2)^{1/2} / m_\pi. \quad \text{Вычисляя интеграл } \omega_1', \text{ получим /2.11/, а интегрируя затем по } k_{1\perp}, \text{ получим /2.12/.$$

Экспериментальные данные по процессу радиационного рассеяния можно анализировать как по формулам /2.11/, /2.12/, так и по формуле /3.3/ для сечения комптон-эффекта в системе покоя пиона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Poteranchuk I.Ya., Shmushkevich I.M. Nucl.Phys., 1961, 23, p.452.
2. Гальперин А.С. и др. ОИЯИ, P2-8035, Дубна, 1980; ЯФ, 1980, 32, с.1057.
3. Терентьев М.В. УФН, 1974, 112, с.37.
4. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Релятивистская квантовая теория. "Наука", М., 1978, ч.1.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 августа 1980 года.