объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-80-53

И.У.Христова, З.Омбоо, А.С.Пак, А.В.Тарасов

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ЖЕСТКОГО НАЛЕТАЮЩЕГО ЯДРА

Направлено в ЯФ

1980

Громоздкость вычислительного аппарата теории ядерно-ядерного рассеяния побуждает многих авторов при расчетах сечений конкретных процессов использовать различные приближенные модели. Одним из наиболее популярных приближений, особенно интенсивно используемых при расчетах сечений упругого рассеяния α-частиц сложными ядрами, является приближение жесткого налетающего ядра. Суть этого приближения состоит в трактовке α-частицы как элементарной /хотя и протяженной/ частицы и использовании для амплитуд упругого αA-рассеяния результатов эйкональной теории адрон-ядерного рассеяния

$$F_{\alpha A}(q)=\frac{i}{2\pi}\int d\vec{b}\, e^{i\vec{q}\vec{b}}\left[1-\exp\frac{iA}{2\pi}\int F_{\alpha N}(q')\,S_A(q')\,e^{-i\vec{q}'\vec{b}}\,d\vec{q}'\right] \qquad /1/$$

с условиями нормировки

$$\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{\alpha A}=\pi|F_{\alpha A}|^2,\qquad \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{\alpha N}=\pi|F_{\alpha N}|^2.$$

Амплитуда αN-рассеяния, в свою очередь, рассчитывается по модели многократного рассеяния

$$F_{\alpha N}(q)=\frac{iK(q)}{2\pi}\int d\vec{b}\, e^{i\vec{q}\vec{b}}\times \qquad /2/$$

$$\times\left[1-\left(1+\frac{i}{2\pi}\int F_{NN}(q')\,S_\alpha(q')\,e^{-i\vec{q}'\vec{b}}\,d\vec{q}'\right)\right]^4.$$

Обозначения в /1/ и /2/ следующие: $\bar{b}$ - прицельный параметр, $\bar{q}$ - передача импульса, A - атомный номер, $S_A(q)$ - формфактор ядра, $K(q)=\exp\frac{q^2R^2}{16}$, R^2 - параметр гауссовского распределения нуклонов в α частице.

Поскольку обнаруженное расхождение между предсказаниями модели жесткой α-частицы и экспериментальными данными при больших значениях переданного импульса иногда рассматривается как указание на существование каких-то новых физических эффектов /1/, а не как следствие приближенного характера самой вычислительной процедуры, то представляет интерес оценить ее точность. Предлагаемый ниже метод такой оценки основан на использовании математически равноправных приближений при переходе от двух точных и тождественно совпадающих выражений для амплитуды αA-рассеяния в эйкональной теории ядро-ядерного рассеяния

$$(F_{\alpha N})_1(q)=\frac{i}{2\pi}\int d\vec{b}\, e^{i\vec{q}\vec{b}}\left[1-\left\langle\exp\frac{iA}{2\pi}\int F_{\alpha N}(q',\{s\})\,S_A(q')\,e^{-i\vec{q}'\vec{b}}\,d\vec{q}'\right\rangle_1\right], \qquad /3/$$

$$(F_{\alpha N})_2(q)=\frac{iK(q)}{2\pi}\int d\vec{b}\, e^{i\vec{q}\vec{b}}\left[1-\left\langle\exp\frac{iA}{2\pi}\int F_{\alpha N}(q',\{s\})\,S_A(q')\,e^{-i\vec{q}'\vec{b}}\,d\vec{q}'\right\rangle_2\right], \qquad /4/$$

$$(F_{\alpha N})_1\equiv(F_{\alpha A})_2$$

к приближенным. При этом из первого получается результат /1/, а из второго - некий его аналог, который условно назовем приближением жесткой налетающей α-частицы с некоррелированным распределением нуклонов. Прежде всего, поясним смысл знаков усреднения $\langle\,\rangle_1$ и $\langle\,\rangle_2$ и обозначения для величины $F_{\alpha N}(q,\{s\})$. Величина $F_{\alpha N}(q,\{s\})$ есть амплитуда рассеяния нуклона на системе четырех нуклонов, положение которых в пространстве жестко зафиксировано:

$$F_{\alpha N}(q,\{s\}) = \frac{i}{2\pi}\int d\vec{b}\, e^{i\vec{q}\vec{b}} \left[1 - \prod_{i=1}^{4} (1-\gamma(b-s_i))\right], \qquad /5/$$

где $\gamma(b)$ - известные в эйкональной теории функции профиля амплитуд NN-рассеяния, $\{s\}$ означает совокупность поперечных координат нуклонов в α-частице. Знак $\langle\,\rangle_1$ означает, что усреднение по координатам нуклонов в α-частице проводится с учетом условия $\sum_{i=1}^{4} s_i = 0$ /т.е. с учетом корреляций центра масс/. Если распределение нуклонов в α-частице параметризуется, как обычно, гауссовской функцией, то, как известно, задачу можно свести к независимому усреднению по координатам всех четырех нуклонов /как бы некоррелированное распределение нуклонов в α-частице/, но при этом результат такого усреднения, обозначенного знаком $\langle\,\rangle_2$, следует умножить на фактор $K(q) = \exp q^2R^2/16$. Подчеркнем еще раз, что оба представления для амплитуды αA-рассеяния /3/ и /4/ абсолютно эквивалентны, если распределение нуклонов в α-частице задается гауссовской функцией, и должны приводить к тождественно совпадающим результатам, если усреднение экспонент проводить строго, то есть по формуле

$$\langle \exp\phi \rangle = \exp \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}\phi^{(n)}, \qquad /6/$$

где

$$\phi^{(1)} = \langle\phi\rangle,\quad \phi^{(2)} = \langle\phi^2\rangle - (\langle\phi\rangle)^2,\quad \phi^{(3)} = \langle(\phi - \langle\phi\rangle)^3\rangle$$

и т.д.[2].

Если функция распределения в /6/ имеет δ-образный характер, то в бесконечной сумме в аргументе экспоненты в правой части соотношения /6/ отличным от нуля будет только первое слагаемое. Если же распределение близко к δ-образному, то можно ожидать, что первое слагаемое вносит наиболее существенный вклад в эту сумму. Руководствуясь подобного сорта соображениями в задачах о вычислении амплитуды рассеяния такого компактного ядра как α-частица на средних и тяжелых ядрах, усреднение экспоненты в /6/ проводят приближенно, полагая

$$\langle \exp\phi \rangle \simeq \exp\langle\phi\rangle, \qquad /7/$$

что и приводит к выражению /1/, называемому приближением жесткой α-частицы. Но если такая процедура вносит малую погрешность в результат усреднения в выражении /3/, то очевидно, что того же порядка ошибка допускается, если подобную процедуру применить к усреднению экспоненты в выражении /4/. В этом случае мы приходим к другому варианту модели жесткой α-частицы для амплитуды αA-рассеяния

$$F_{\alpha A}(q) = \frac{iK(q)}{2\pi}\int d\vec{b}\, e^{i\vec{q}\vec{b}} \left[1 - \exp\frac{iA}{2\pi}\int K^{-1}(q')\, F_{\alpha N}(q')\, S_A(q')\, e^{-i\vec{q}'\vec{b}}\, dq'\right]. \qquad /8/$$

Очевидно, что различие между двумя приближенными выражениями /1/ и /8/ для амплитуды αA-рассеяния и служит мерой точности обсуждаемого приближения. На *рис.1* представлено отношение сечений упругого αA-рассеяния ($A = {}^{12}C,\ {}^{27}Al,\ {}^{64}Cu$) $R = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_2 / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_1$, рассчитанного с помощью формул /8/ и /1/ для амплитуд этих процессов в зависимости от переданного импульса. Немонотонность кривых связана с несовпадением положений диф-

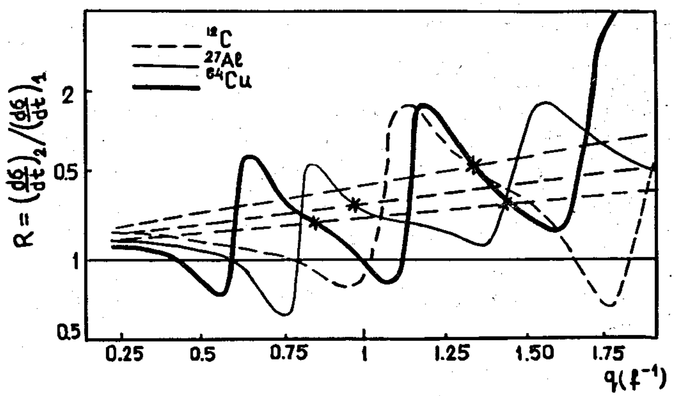

Рис.1

ракционных минимумов, даваемых двумя приближениями /8/ и /1/. Для выяснения общей тенденции удобно сравнивать расчетные сечения в точках дифракционных максимумов. Пунктирные кривые проведены через точки, отвечающие отношению сечений в максимумах. Видно, что точность приближения жесткой α-частицы ухудшается с ростом переданного импульса, причем она тем хуже, чем легче мишень, что соответствует качественно ожидаемому результату. В свете этих результатов расхождение предсказаний модели с экспериментом при больших значениях q не является неожиданным.

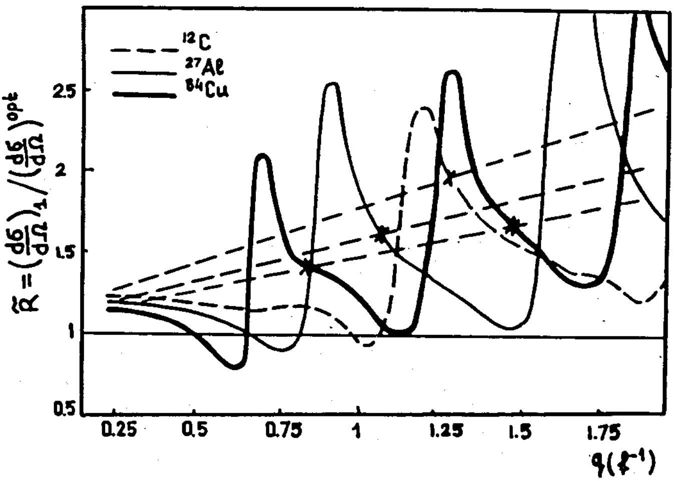

Рис.2

В подтверждение того, что отличие от единицы отношения $R=(\frac{d\sigma}{d\Omega})_2/(\frac{d\sigma}{d\Omega})_1$ является численной мерой точности приближения жесткой налетающей α-частицы, нами рассчитано отношение $\tilde{R}=(\frac{d\sigma}{d\Omega})_1/(\frac{d\sigma}{d\Omega})^{opt}$, где $(\frac{d\sigma}{d\Omega})^{opt}$ - результат расчета сечения αA - рассеяния в оптическом приближении /2/ с учетом поправок $\sim 1/A_\alpha$, которое более удовлетворительно описывает экспериментальные данные группы Сакле /3/. Результаты расчета отношения приведены на *рис.2* /смысл пунктирных кривых тот же, что и на *рис.1*/. Оба расчета соответствуют энергиям порядка нескольких ГэВ/нуклон /$\sigma_{NN} \simeq 40$ мб/.

Авторы благодарят Л.И.Лапидуса и В.В.Ужинского за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алхазов Г.Д. и др. Препринт ЛИЯФ, 1979, 465,473.
2. Пак А.С. и др. ЯФ, 1979, 30, с.102.
3. Alkhazov G.D. et al. Nucl.Phys., 1977, A280, p.365; Chaumeaux A. et al. Nucl.Phys., 1976, A267, p.413.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 января 1980 года.