сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-80-504

С.И.Златев, В.А.Матвеев, Г.А.Чечелашвили

ПРОБЛЕМА КОМПЕНСАЦИИ НУЛЕВЫХ МОД В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ СОЛИТОНА

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы большое внимание уделяется последовательной формулировке квантовой теории солитонных решений нелинейных полевых уравнений /1,2/.

Высказываются надежды, что солитонные решения, обладающие частицеподобными свойствами, могут служить основой описания сложной внутренней структуры элементарных частиц [/3/]. Кроме того, найденные в ряде работ последнего времени [/4/] точные топологически нетривиальные солитонные решения уравнений Янга-Миллса в евклидовом пространстве-времени /инстантоны/ могут пролить свет на структуру вакуума в квантовой теории калибровочных полей и проблему "невылетания" кварков.

Нахождение квантовых поправок к солитонным решениям является, однако, весьма нетривиальной проблемой. Как стандартные методы теории возмущений, так и непосредственное применение методов континуального интегрирования приводят здесь к бессмысленным выражениям ввиду появления инфракрасных расходимостей. Возникшая проблема получила название проблемы нулевых мод.

Заметим, что существо проблемы нулевых мод заключается в наличии вырождения в системе, обусловленного той или иной симметрией задачи, порождаемой группой непрерывных преобразований /например, преобразованиями группы трансляций или лоренцевых вращений/. Именно это обстоятельство приводит к появлению решений с нулевой частотой в уравнениях, определяющих спектр малых вариаций поля в окрестности заданного классического солитонного решения, нарушающего некоторую симметрию задачи. Так же, как голдстоуновские возбуждения в теории со спонтанным нарушением симметрии, эти решения нулевой моды могут стать причиной инфракрасной нестабильности и обусловить неприменимость теории возмущений.

В работе [/6/] на примере однопетлевого и двухпетлевого приближений в двумерной теории нелинейного скалярного поля было продемонстрировано, однако, что сингулярности, связанные с решениями нулевых мод, в точности сокращаются, и обычная диаграммная техника с подходящим образом определенной функцией Грина применима при нахождении квантовых поправок к односолитонным решениям.

Этот результат был обобщен в работе [7] на случай произвольных порядков петлевого разложения. Следует подчеркнуть, что необходимым условием справедливости результатов работ [6,7] является квадратичная неинтегрируемость решений нулевой моды /соответствующие состояния принадлежат непрерывному спектру/.

Другой путь преодоления обсуждаемых здесь трудностей опирается на использование метода коллективных координат, введенных Боголюбовым и Тябликовым в 1949 году при формулировке квантовой теории полярона [8] и получивших дальнейшее обобщение в работах по проблеме сильной связи в квантовой теории поля [9]. В этом подходе параметрам непрерывной группы преобразований симметрии сопоставляются динамические переменные /коллективные координаты/, причем канонически сопряженные им импульсы являются интегралами движения. Накладываемые на теорию связи, устраняющие излишние степени свободы, автоматически исключают появление нулевых мод.

Развиваемая на этой основе модифицированная диаграммная техника отличается от традиционной как выбором функции Грина, так и наличием целого ряда новых вершин. Последнее обстоятельство делает сравнение результатов метода коллективных координат с вычислениями в рамках стандартной теории возмущений с учетом упомянутого выше явления компенсации сингулярностей нулевой моды весьма непростой задачей.

Анализу этой проблемы на примере двухпетлевой поправки к массе солитона в двумерной теории были посвящены работы [5,10].

В настоящей работе на основе методов континуального интегрирования мы дадим подробный анализ проблемы компенсации сингулярностей нулевой моды в двумерной модели нелинейного скалярного поля в произвольных порядках петлевого разложения.

2. ПРОБЛЕМА КОМПЕНСАЦИИ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ НУЛЕВОЙ МОДЫ

Рассмотрим двумерную модель скалярного самодействующего поля $\phi(x)$ с функционалом действия

$$S[\phi] = \int d^2x \, [\, \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - U(\phi) \,] . \qquad /2.1/$$

Предполагается, что действие обладает нетривиальной экстремалью $\phi = \phi_{кл}(x)$, т.е.

$$\frac{\delta S}{\delta \phi}[\phi_{кл}] = -\Box \phi_{кл} - \frac{\partial U}{\partial \phi}(\phi_{кл}) = 0 . \qquad /2.2/$$

В дальнейшем для конкретности будем считать, что классическое уравнение /2.2/ допускает солитонное решение типа

$$\phi_{\text{кл}}(x) = \Phi(r-r_0), \qquad r = \frac{x - vt}{\sqrt{1-v^2}}, \ |v|<1, \qquad /2.3/$$

где $\Phi(r)$ при $|r| \to \infty$ достаточно быстро стремится к своим асимптотическим значениям

$$\Phi(r) \to \Phi^{\pm}, \qquad r \to \pm\infty . \qquad /2.4/$$

Соответствующее данному решению действие, как известно, линейно расходится

$$S[\phi_{\text{кл}}] = -M_0 \int d\tau ; \qquad \tau = \frac{t - vx}{\sqrt{1-v^2}}, \qquad /2.5/$$

определяя классическое значение массы солитона

$$M_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} dr (\Phi'(r))^2 . \qquad /2.6/$$

Квантовые поправки к односолитонному решению могут быть, в принципе, найдены с помощью диаграммной техники в терминах вершин

$$U_n = \left(\frac{d}{d\phi}\right)^n U(\phi)\Big|_{\phi=\Phi(r-r_0)} \quad ; \quad n \geq 3 \qquad /2.7/$$

и пропагатора

$$G = H^{-1} ; \ H = \partial_\tau^2 + \hat{h} , \qquad /2.8/$$

где $\hat{h} = -\partial_r^2 + U''(\phi)|_{\phi=\Phi(r-r_0)}$ - одномерный оператор Шредингера.

Однако, так как величина $\psi_0 = \partial_{r_0}\Phi(r-r_0) = -\Phi'(r-r_0)$ есть локализуемая собственная функция оператора $\hat{h}$ с нулевым собственным значением /т.е. $\hat{h}\psi = 0$ / и нормой

$$||\psi_0||^2 = \int_{\Phi^-}^{\Phi^+} d\Phi [2U(\phi)]^{1/2} = M_0 < \infty , \qquad /2.9/$$

поиск квантовых поправок к односолитонному решению сталкивается с проблемой нулевой моды при построении функции Грина $G = H^{-1} = (\partial_\tau^2 + \hat{h})^{-1}$.

Как было указано в работе [6], ввиду того, что функция ψ_0 квадратично неинтегрируема в двумерном пространстве-времени, хорошо определенная функция Грина уравнения $HG = \delta(t-t')\delta(x-x')$ может быть найдена в виде $G = G_0 + G_K$, где /далее всюду для удобства принято условие нормализации $||\psi_0||^2 = 1$ /

$$G_0 = \frac{1}{2}|\tau - \tau'| \psi_0(r) \psi_0(r'), \qquad /2.10a/$$

$$G_K = \frac{1}{2} i \int \frac{dk}{\omega_k} e^{-i\omega_k |\tau - \tau'|} \psi_k(r) \psi_k^*(r') \qquad /2.10б/$$

есть соответственно вклады дискретного локализованного состояния ψ_0 и состояний непрерывного спектра оператора $\hat{h}$, т.е. $\hat{h}\psi_k = \omega_k^2 \psi_k$, $\omega_k = \sqrt{k^2+\mu^2}$ и $\mu = [U''(0)]^{1/2}$ - масса свободного скалярного поля, причем выполняется обычное требование полноты

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk\, \psi_k(r)\, \psi_k^*(r') + \psi_0(r)\, \psi_0(r') = \delta(r-r'). \qquad /2.11/$$

Иными словами, можно сказать, что существование хорошо определенной функции Грина является следствием того обстоятельства, что квадратично неинтегрируемая функция нулевой моды ψ_0 принадлежит непрерывному спектру состояний оператора H, и соответствующее ей состояние имеет меру, равную нулю.

Единственным последствием существования нулевых мод является неоднозначность функции распространения. Так, любая подстановка

$$G \to G + c\psi_0(r)\,\psi_0(r') \qquad /2.12/$$

также дает решение уравнения $HG = \delta(t-t')\delta(x-x')$. В работе [6] на примере одно- и двухпетлевого приближений к массе солитона было показано, что сингулярности, обусловленные нулевыми модами, в точности компенсируются, и конечный результат не зависит от произвольной константы c в выражении /2.12/. Это доказательство было обобщено затем на случай произвольных порядков петлевого разложения, на основе анализа операторных тождеств, возникающих как следствие точной трансляционной симметрии задачи [7]. Ниже мы дадим последовательный вывод утверждения о компенсации сингулярностей нулевых мод и отсутствии неоднозначностей вследствие произвола в выборе пропагатора /2.12/ на основе методов континуального интегрирования.

Как известно, появление нулевых мод в разложении поля в окрестности заданного классического решения обусловлено инвариантностью действия $S[\phi]$ относительно некоторой непрерывной группы преобразований. В самом деле, пусть действие $S[\phi]$ остается инвариантным при преобразованиях поля $\phi \to \phi_g$, образующих некоторое представление группы симметрии G, т.е.

$$S[\phi_g] = S[\phi]; \quad g \in G.$$

Тогда

$$\partial_g S[\phi_g] = \int d^2x \frac{\delta S}{\delta\phi(x)}[\phi_g]\,\partial_g \phi_g(x) = 0 \qquad /2.13/$$

для произвольного поля ϕ и $g \in G$, а следовательно,

$$\frac{\delta}{\delta\phi_g(x)}(\partial_g S[\phi_g]) = \int d^2y \frac{\delta^2 S}{\delta\phi(x)\,\delta\phi(y)}[\phi_g|\partial_g\phi_g(x) +$$

$$+\int d^2y \frac{\delta S}{\delta\phi(y)}[\phi_g]\,\frac{\delta}{\delta\phi_g(y)}(\partial_g\phi_g(y)) = 0. \qquad /2.14/$$

Подставляя сюда классическое решение $\phi_g=\phi_{КЛ.}(x)$, где параметры группы g выступают в роли произвольных параметров, от которых может зависеть решение классических уравнений движения $\frac{\delta S}{\delta\phi}=0$, найдем, что величина $\psi=\partial_g\phi_{КЛ}$ есть функция нулевой моды, т.е.

$$\int H(x,y)\,\psi(y)\,d^2y = 0\,, \qquad /2.15/$$

где

$$H(x,y) = -\frac{\delta^2 S}{\delta\phi(x)\,\delta\phi(y)}[\phi_{КЛ}] = H\cdot\delta(x-y)\,.$$

Как легко заметить, количество нулевых мод определяется числом непрерывных параметров группы симметрии, от которых заданное классическое решение зависит нетривиальным образом.

Этот общий анализ показывает, насколько важно при формулировке квантовой теории солитонов в рамках методов континуального интегрирования учесть точные свойства симметрии задачи.

Используя тождество

$$1 = \int da\,\delta[\int d^2x\,\phi(x)\,\psi_a(x) + \lambda]\,|\int d^2x\,\phi(x)\,\partial_a\psi_a(x)|\,, \qquad /2.16/$$

где

$$\phi = \Phi(r-a) + g(x)\,;\quad \psi_a = \partial_a\,\Phi(r-a)\,,$$

запишем полный континуальный интеграл в односолитонном секторе в следующем виде:

$$W_{1-солитон} = e^{-iS[\phi_{КЛ}]}\int da\int D\,g(x)\,e^{i\mathcal{E}[g]+i\Gamma[g]}\,\times$$

$$\times\,\delta\Big(\frac{1}{T}\int d^2x\,g\psi_a+\lambda\Big)\Big(1+\frac{1}{T}\int d^2x\,g\psi_a'\Big), \qquad /2.17/$$

где

$$\mathcal{E}[g]=\frac{1}{2}\int d^2x\,gHg=\frac{1}{2}\int_{-T/2}^{T/2}d\tau\int_{-\infty}^{+\infty}dr\,gHg,$$
$$\Gamma[g]=\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n!}\int d^2x\,U_n g^n, \qquad /2.18/$$

T - полное время и $\psi_a'(x)=-\Phi''(r-a)$, причем, как было отмечено выше, накладывается условие нормировки $\int(\Phi')^2dr=1$.

В силу трансляционной инвариантности действия и элемента объема в функциональном пространстве, т.е. $Dg(x)|_{r\to r-a}=Dg(x)$, входящий в выражение /2.17/ континуальный интеграл не зависит от параметра a, а следовательно, и от параметра r_0, фиксирующего положение центра тяжести солитона /2.3/. Таким образом, формально бесконечный интеграл $\int da$ /объем группы трансляций/ факторизуется в выражении /2.17/ и не является существенным при нахождении квантовых поправок к односолитонному решению.

Следует показать, однако, независимость определенного здесь континуального интеграла

$$W_\lambda=\int Dg(x)\,e^{i\mathcal{E}[g]+i\Gamma[g]}\quad\delta\left(\frac{1}{T}\int d^2x\,g\psi_a+\lambda\right)\times$$
$$\times\left(1+\frac{1}{T}\int d^2x\,g\psi_a'\right) \qquad /2.19/$$

от выбора конкретного значения параметра λ. Найдем для этого производную W_λ по параметру λ. Нетрудно показать, что

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}W_\lambda=\int Dg(x)\,e^{i\mathcal{E}[g]+i\Gamma[g]}\quad\left(\frac{\partial}{\partial\lambda}-\frac{\partial}{\partial a}\right)\delta\left(\frac{1}{T}\int d^2x\,d\psi_a+\lambda\right). \qquad /2.20/$$

Введем операторы [7]

$$\mathcal{T}=\int d^2x\,\psi_a\frac{\delta}{\delta g}, \qquad /2.21а/$$

$$\mathcal{D}_a=e^{-i\mathcal{E}[g]}\partial_a e^{i\mathcal{E}[g]}=\partial_a+\frac{1}{2}i\int U_3\psi_a g^2 d^2x. \qquad /2.21б/$$

Исходя из равенства нулю производной

$$\partial_a\int Dg(x)\,e^{i\mathcal{E}[g]+i\Gamma[g]}\delta\left(\frac{1}{T}\int d^2x\,g\psi_a+\lambda\right)=0 \qquad /2.22/$$

и инвариантности величины $Dg(x)\,e^{i\mathcal{E}[g]}$ при сдвигах функциональной переменной $g \to g + \lambda\psi_a$, найдем

$$\frac{\partial}{\partial\lambda} W_\lambda = \int Dg(x)\, e^{i\mathfrak{S}[g]}\, \delta\left(\frac{1}{T}\int g\psi_a d^2x\right) e^{-\lambda T} \left(\mathcal{D}_a - T\right) e^{i\Gamma[g]} \quad . \qquad /2.23/$$

Опираясь на установленное в работе [7] операторное тождество

$$T e^{i\Gamma[g]} = \mathcal{D}_a\, e^{i\Gamma[g]} \quad , \qquad /2.24/$$

приходим к выводу о независимости континуального интеграла /2.19/ от выбора значения параметра λ.

Покажем теперь, что соответствующая континуальному интегралу /2.19/ теория возмущений не содержит каких-либо неопределенностей, связанных с произвольным вкладом нулевых мод в выражение для функции Грина /2.12/. Действительно, т.к. величина

$$\tilde{W}_c = \frac{1}{\sqrt{2\pi i c}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda \exp\left\{\frac{i\lambda^2}{2c}\right\} W_\lambda =$$

$$/2.25/$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi i c}} \int Dg(x) \exp\left\{\frac{i}{2}\int g(x_1)\left[H(x_1,x_2) + \frac{1}{cT^2}\psi_a(r_1)\,\psi_a(r_2)\right] g(x_2)\, d^2x_1 d^2x_2\right\} \times$$

$$\times \exp\{i\Gamma[g]\}\left(1 + \frac{1}{T}\int g\psi_a' d^2x\right)$$

не зависит от параметра c $\left(\frac{\partial\tilde{W}_c}{\partial c} = \frac{\partial W_\lambda}{\partial\lambda} = 0\right)$, соответствующее ей операторное выражение

$$N \cdot \exp\left\{\frac{i}{2}\int d^2x_1 d^2x_2 \left(G_\perp + c\,\psi_a \cdot \psi_a\right) \frac{\delta^2}{\delta g(x_1)\delta g(x_2)}\right\} \times$$

$$/2.26/$$

$$\times \left[e^{i\Gamma[g]}\left(1 + \frac{1}{T}\int d^2x\, g\psi_a'\right)\right],$$

$$HG_\perp = \delta^2(x_1 - x_2) - \frac{1}{T}\psi_a(r_1)\psi_a(r_2), \quad G_\perp\psi_a = 0,$$

порождающее ряд теории возмущений в окрестности заданного классического односолитонного решения, не будет содержать произвола в выборе функции Грина.

Заметим, что нормировочный фактор N в /2.26/, заданный соотношением

$$N = \frac{1}{\sqrt{2\pi i c}} [\operatorname{Det} 2\pi i (H + \frac{1}{cT^2} \psi_a \cdot \psi_a)^{-1}]^{1/2} =$$

$$= T^{1/2} [\operatorname{Det}' 2\pi i H^{-1}]^{1/2} = \int Dg(x)\, e^{i\mathcal{E}[g]}\, \delta(\frac{1}{T} \int d^2x\, g\psi_a), \qquad /2.27/$$

также не зависит от параметра c и определяет вклад однопетлевой поправки к массе солитона. /Штрих над знаком детерминанта означает сужение на подпространство функций, ортогональных нулевой моде ψ_a /.

Приведенные выше аргументы позволяют сделать заключение о точной компенсации вкладов нулевых мод и соответствующих им неоднозначностей в выборе функции Грина в сумме диаграмм произвольного порядка петлевого разложения, заданного формулой:

$$W \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n W_n =$$

$$= \int Dg(x)\, e^{i\mathcal{E}[g]}\, \delta(\frac{1}{T} \int d^2x\, g\psi_a)\, (1 + \frac{\alpha}{T} \int d^2x\, g\psi_a')\, e^{\frac{1}{\alpha^2}\Gamma[\alpha g]} \qquad /2.28/$$

Исходя из разложения

$$e^{\frac{1}{\alpha^2}\Gamma[\alpha g]} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n L_n, \qquad /2.29/$$

придем к следующему выражению для n-петлевого приближения теории возмущений:

$$W_n = \int Dg(x)\, e^{i\mathcal{E}[g]}\delta(\frac{1}{T} \int d^2x\, g\psi_a) \{L_n + \frac{1}{T} \int g\psi_a d^2x . L_{n-1} \}. \qquad /2.30/$$

Компенсация вкладов нулевых мод здесь обеспечивается операторными тождествами

$$(T - \alpha \mathcal{D}_\alpha) e^{\frac{1}{\alpha^2}\Gamma[\alpha g]} = 0 \qquad /2.31/$$

или

$$T L_n = \mathcal{D}_a L_{n-1} \qquad /2.32/$$

В приложении к работе на примере двухпетлевого приближения демонстрируется утверждение о компенсации вклада нулевых мод.

До сих пор при обсуждении проблемы нулевых мод мы игнорировали необходимость перенормировок, с которой сталкивается задача нахождения квантовых поправок к классическому односолитонному решению. Вводимые с этой целью контрчлены в функции Лагранжа могли бы, вообще говоря, нарушить обсуждавшиеся выше операторные тождества и привести к несокращению вклада нулевых мод в наблюдаемые величины. Однако, если учесть, что контрчлены не нарушают трансляционной инвариантности задачи, а их зависимость от параметра r_0 /или a / входит лишь через функцию классического решения, нетрудно видеть, что компенсация нулевых мод сохраняет свою силу и в этом случае.

• Авторы глубоко благодарны Н.Н.Боголюбову, А.Н.Тавхелидзе Н.В.Красникову и Ш.И.Вашакидзе за интерес к работе и полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Проиллюстрируем взаимное сокращение вкладов от нулевых мод на примере двухпетлевого приближения, которое имеет вид

$$W_c^{(2)} = -\frac{i}{8}\Big[\int U_4(x)\, G_c^2(x,t,x,t)\,dx\,dt\, -$$

$$-\int U_3(x_1)U_3(x_2)G_c(x_1,t_1,x_2,t_2)G_c(x_1,t_1,x_2,t_2)G_c(x_2,t_2,x_2,t_2)\,dx_1dt_1dx_2dt_2 -$$

$$-\frac{2}{3}\int U_3(x_1)U_3(x_2)G_c^3(x_1,t_1,x_2,t_2)\,dx_1dt_1dx_2dt_2 \; +$$

$$+\frac{4}{T}\int U_3(x_1)\psi_a'(x_2)G_c(x_1,t_1,x_1,t_1)G_c(x_1,t_1,x_2,t_2)\,dx_1dt_1dx_2dt_2 .$$

Здесь $G_c = G_\perp + c\,\psi_a\cdot\psi_a$.

Рассмотрим по отдельности члены разложения $W_c^{(2)}$ по степеням c. Коэффициент при c^3

$$K_3 \sim \left(\int U_3(x)\,\psi_a^3(x)\,dx\right)^2 = 0 .$$

Коэффициент при c^2

$$K_2 \sim \int U_4(x)\psi_a^4(x)\,dx\,dt - 3\int U_3(x_1)U_3(x_2)\,G_\perp(x_1,t_1,x_2,t_2)\,\psi_a^2(x_1)\psi_a^2(x_2)\,dx_1dt_1dx_2dt_2 .$$

Приняв во внимание, что $\partial_a\psi_a(x) = -\int U_3(x_1)\psi_a^2(x_1)G_\perp(x,t,x_1,t_1)\,dx_1dt_1$, получим

$$K_2 \sim \partial_a \int U_3(x)\, \psi_a^3(x)\, dx .$$

Коэффициент при c

$$K_1 \sim 2\int dt dx\, G_\perp(t,x,t,x)\, U_4(x)\, \psi_a^2(x) -$$

$$-2\int dt_1 dx_1 dt_2 dx_2\, G_\perp(t_1,x_1,t_1,x_1)\, U_3(x_1)\, G_\perp(t_1,x_1,t_2,x_2)\, U_3(x_2)\, \psi_a^2(x_2) -$$

$$-2\int dt_1 dx_1 dt_2 dx_2\, \psi_a(x_1)\, U_3(x_1)\, G_\perp^2(t_1,x_1,t_2,x_2) U_3(x_2)\, \psi_a(x_2) +$$

$$+\frac{4}{T}\int U_3(x_1)\, \psi_a'(x_2)\, \psi_a^2(x_1)\, G_\perp(x_1,t_1,x_2,t_2)\, dt_1 dx_1 dt_2 dx_2 -$$

$$-\left[\int U_3(x)\, G_\perp(x,t,x,t)\, \psi_a(x)\, dx\, dt\right]^2 .$$

Последний член в K_1 равняется нулю, так как

$$\int U_3(x)\psi(x)\, G_\perp(x,t,x,t)\, dx\, dt =$$
$$= \partial_a \ln \int Dg(x)\, \exp\left\{\frac{1}{2}\int gHg\, d^2x\right\}\delta\left(\frac{1}{T}\int g\psi_a'\, d^2x\right) = 0 .$$

Применив равенство

$$\int G_\perp(x_2,t_2,x,t)\, U_3(x)\, \psi_a(x)\, G_\perp(x,t,x_1,t_1)\, dx\, dt =$$

$$= -\partial_a G_\perp(x_2,t_2,x_1,t_1) + \frac{1}{T}\psi_a(x_2)\int G_\perp(x_1,t_1,x,t)\, \psi_a'(x)\, dx\, dt +$$

$$+\frac{1}{T}\psi_a(x_1)\int G_\perp(x_2,t_2,x,t)\, \psi_a'(x)\, dx\, dt$$

к третьему члену и просуммировав все оставшиеся члены, убеждаемся, что

$$K_1 \sim \partial_a \int U_3(x)\, \psi_a(x)\, G_\perp(x,t,x,t)\, dx\, dt .$$

В итоге заключаем, что $W_c^{(2)} = W_0^{(2)}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Extended Systems in Field Theory. Phys.Rep., 1976, 23C, p.240; Nonlocal, Nonlinear and Nonrenormalizable Field Theories. Proc. of the IV Internat'onal Workshop in Alushta, April 1976. JINR, D2-9788, Dubna, 1976.
2. Dashen R., Hasslacher B., Neveu A. Phys.Rev., 1974, D10, pp.4114, 4130; Faddeev L.D. Les Houches Lectures, 1975; Goldstone J., Jackiw R. Phys.Rev., 1975, D11, p.1486; Christ N.H., Lee T.D. Phys.Rev., 1975, D12, p.1606; Callan C., Gross D. Nucl.Phys., 1975, B93, p.29; Gervais J.L.,

Sakita B. Phys.Rev., 1975, D11, p.2943; Gervais J.L., Jevicki A., Sakita B. Phys.Rev., 1975, D12, p.1038; Tomboulis E. Phys.Rev., 1975, D12, p.1678; Creutz M. Phys.Rev., 1975, D12, p.3126.
3. Friedberg R., Lee T.D., Sirlin A. Columbia University Preprint, 1976.
4. Polyakov A.M. Phys.Lett., 1975, 59B, p.82; 't Hooft G. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, p.8; Belavin A.A. et al. Phys. Lett., 1975, 59B, p.85; Callan C., Dashen R., Gross D. Phys.Lett., 1976, 63B, p.33; Jackiw R., Rebbi C. Phys.Rev. Lett., 1976, 37, p.172; De Alfaro V., Fubini S., Furlan G. Phys.Lett., 1976, 65B, p.163.
5. Jevicki A. Nucl.Phys., 1976, B117, p.365.
6. Faddeev L.D., Korepin V.E. Phys.Lett., 1976, 63B, p.435.
7. Matveev V.A. Nucl.Phys., 1977, B121, p.403.
8. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В. ЖЭТФ, 1949, 19, с.256.
9. Солодовникова Е.П., Тавхелидзе А.Н., Хрусталев О.А. ТМФ, 1972, 10, с.162; Разумов А.В., Хрусталев О.А. ТМФ, 1976, 29, с.300; Kuleshov S.P., Matveev V.A., Smondyrev M.A. JINR, E2-9116, 1975; Creutz M., 1976, BNL-21923.
10. De Vega H.J. Nucl.Phys., 1976, B115, p.411.
11. Корепин В.Е., Фаддеев Л.Д. ТМФ, 1975, 25, с.147.