

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

2059 / 2-80

12/5-80

P2-80-5

В.Л.Любошиц

О ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ,
ДВИЖУЩИХСЯ В ВЕЩЕСТВЕ

Направлено в ЯФ

1980

Любошиц В.Л.

P2-80-5

О деполаризации быстрых частиц, движущихся в веществе

Найдена связь между деполаризацией заряженных частиц, прошедших через слой вещества, и средним квадратом угла многократного кулоновского рассеяния. Получены простые формулы, описывающие степень деполаризации заряженных и нейтральных частиц. Вычислена степень деполаризации μ -мезонов, замедляющихся в веществе. При нерелятивистских скоростях деполаризация μ -мезонов пропорциональна их пробегу и для всех сред очень мала; в то же время при начальных импульсах $p_0 > 1$ ГэВ/с степень деполаризации μ -мезонов, движущихся в средах с большими Z и теряющих энергию на ионизацию, достигает заметной величины ~10%.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

Lyuboshitz V.L.

P2-80-5

On Depolarization of Fast Particle Moving in Matter

1. В работе^{1/} было показано, что при малых отклонениях заряженных частиц в электрическом поле от первоначального направления движения вектор спиновой поляризации ζ поворачивается вокруг нормали к плоскости, проходящей через начальный и конечный импульсы \vec{p}_0 и \vec{p}_1 , на угол

$$\theta = \left[\frac{1}{2} (g-2) \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right] \theta_0. \quad /1/$$

Здесь θ_0 - угол между импульсами \vec{p}_0 и \vec{p}_1 , γ - лоренцовский фактор, g - гиромагнитное отношение /по определению, магнитный момент $\mu = \frac{e\hbar}{2mc} g s$, где e - заряд, m - масса, s - спин частицы/.

Существенно, что при малом изменении кинетической энергии и при условии $\theta \ll 1$, $\theta_0 \ll 1$ формула /1/ справедлива независимо от характера промежуточного движения рассматриваемой частицы*. Легко видеть, что если $\theta \ll 1$, то угол отклонения вектора поляризации от начального направления ζ_0 равен

$$\tilde{\theta} = \theta \sin \psi, \quad /2/$$

где ψ - угол между ζ_0 и вектором $[\vec{p}_0, \vec{p}_1]$.

Ниже мы воспользуемся соотношениями /1/-/2/ для вычисления степени деполаризации быстрой заряженной частицы, движущейся в макроскопической среде. Рассмотрим сначала случай продольной поляризации ($\psi = \frac{\pi}{2}$). Ясно, что при многократном рассеянии частицы в кулоновском поле ядер и электронов средние значения поперечных компонент импульса и вектора поляризации равны нулю. Таким образом, вектор $\langle \zeta_{(II)} \rangle$ сохраняет свое направление. Однако, хотя в этом случае $\langle \zeta_{(I)} \rangle = 0$, величина $\langle \theta^2 \rangle = \langle \theta^2 \rangle = \langle \zeta_{(I)}^2 \rangle / \langle \zeta_{(II)}^2 \rangle$ отлична от нуля. В результате частица деполаризуется /уменьшается значение $|\zeta_{(II)}|$ /.

Согласно формуле /1/, средний квадрат угла отклонения вектора поляризации $\zeta_{(II)}$ от начального направления при прохождении частицы через тонкий слой вещества Δl связан со средним квадратом угла многократного кулоновского рассеяния в этом слое соотношением

* В частном случае квазиклассического движения по плоской траектории углы θ и θ_0 в /1/ могут иметь любую величину /см. /1/ /.

$$\langle \tilde{\theta} \rangle = \langle \theta^2 \rangle = \left[\frac{1}{2}(g-2) \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right]^2 \langle \theta_0^2 \rangle. \quad /3/$$

Известно, что величина $\langle \theta_0^2 \rangle$ с хорошей точностью описывается выражением^{2,3/}

$$\langle \theta_0^2 \rangle = z^2 \left(\frac{M_s}{m} \right)^2 \frac{\gamma^2}{(\gamma^2 - 1)^2} \cdot \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}, \quad /4/$$

где $z = \frac{e}{e_0}$ - отношение заряда частицы к заряду электрона, m - масса частицы, $M_s = \left(\frac{4\pi\hbar c}{e_0} \right)^{1/2} m_e = 21 \text{ МэВ}$, $L_{\text{рад}}$ - радиационная длина для электрона. Подставляя /4/ в /3/ и учитывая, что при малых $\langle \tilde{\theta}^2 \rangle$ степень деполяризации равна

$$\eta = 1 - \langle \cos \tilde{\theta} \rangle \approx \frac{1}{2} \langle \tilde{\theta}^2 \rangle, \quad /5/$$

мы приходим к следующей формуле, описывающей деполяризацию продольно поляризованных частиц:

$$\eta_{(\parallel)} = \frac{1}{2} z^2 \left(\frac{M_s}{m} \right)^2 \left[\frac{1}{2}(g-2) + \frac{1}{\gamma+1} \right]^2 \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}. \quad /6/$$

Если частица поляризована в направлении, перпендикулярном импульсу, то при фиксированном угле ψ между вектором поляризации $\zeta_{(\perp)}$ и нормалью к плоскости рассеяния степень деполяризации с учетом /2/ равна $\eta_{(\parallel)} \sin^2 \psi$. При усреднении по азимутальному углу ψ возникает фактор 1/2. Таким образом, при прохождении поляризованных частиц через слой вещества их деполяризация в поперечном направлении в два раза меньше, чем деполяризация в продольном направлении ($\eta_{(\perp)} = \frac{1}{2} \eta_{(\parallel)}$). Это приводит к тому, что в общем случае начальный угол ϕ между вектором поляризации и импульсом увеличивается на величину

$$\Delta \phi = \frac{1}{4} \eta_{(\parallel)} \sin^2 \phi, \quad /7/$$

где $\eta_{(\parallel)}$ определяется по формуле /6/. Величина $\Delta \phi$ достигает максимального значения при $\phi = \frac{\pi}{4}$ и обращается в нуль при $\phi = 0$ и $\phi = \frac{\pi}{2}$. При этом степень деполяризации составляет

$$\eta = (1 - \frac{1}{2} \sin^2 \phi) \eta_{(\parallel)} = (2 - \sin^2 \phi) \eta_{(\perp)}. \quad /8/$$

Согласно /6/ и /8/, при нерелятивистских энергиях

$$\eta = \frac{1}{8} z^2 \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \phi \right) \left(\frac{M_s}{m} \right)^2 (g-1)^2 \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}, \quad /9/$$

а при ультрарелятивистских энергиях

$$\eta = \frac{1}{8} z^2 \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \phi \right) \left(\frac{M_s}{m} \right)^2 (g-2)^2 \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}. \quad /10/$$

Подчеркнем, что наша основная формула /6/ справедлива для слоя фиксированной толщины, при прохождении которого частица теряет малую долю своей энергии, причем должно быть выполнено также условие $\eta \ll 1^*$. При сохранении последнего условия легко учесть энергетические потери, заменив выражение /6/ интегралом

$$\eta_{(\parallel)} = \frac{1}{2} z^2 \left(\frac{M_s}{m} \right)^2 \int_0^{\Delta \ell} \left[\frac{1}{2}(g-2) + \frac{1}{\gamma(x)+1} \right]^2 \frac{dx}{L_{\text{рад}}}, \quad /11/$$

где $\gamma(x)$ - лоренцовский фактор частицы на расстоянии x от передней границы вещества. При этом остаются в силе соотношения /7/ и /8/, а также выражение /9/ для нерелятивистских энергий.

2. Из соотношения /11/ следует, что степень деполяризации продольно поляризованных протонов или антипротонов $|z| = 1$, $\frac{g-2}{2} = 1,79$, $m = 938 \text{ МэВ}$ описывается выражением

$$\eta_{p(\parallel)} = 0,8 \cdot 10^{-3} \int_0^{\Delta \ell} \left(1 + \frac{0,28}{1 + 0,53 T(x)} \right)^2 \frac{dx}{L_{\text{рад}}}, \quad /12/$$

где $T(x) = E(x) - m_p c^2$ - кинетическая энергия /в ГэВ/. Легко видеть, что на ядерной длине столкновения в свинце ($\frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}} \approx 20$) протоны с энергией $T \geq 1 \text{ ГэВ}$ деполяризуются на $1,5 \pm 2\%$.

Мы можем аналогичным образом оценить также степень деполяризации проходящего пучка нейтральных частиц с магнитным моментом $\mu = \frac{e_0 \hbar}{2m_p c} g_n s_n$ /у нейтрона $g_n = -3,82$, у Λ -частицы $g_\Lambda = -1,2$ /. Действительно, в первом приближении нейтральная частица движется в том же электрическом поле, что и заряженная частица, отклоняющаяся на малые углы. В заданном электрическом поле отношение углов поворота спина рассматриваемой частицы и протона равно /см. /4.1/ /

$$b(\gamma) = g_n / \left(g_p - \frac{2\gamma}{\gamma+1} \right). \quad /13/$$

*Из /6/ следует, что если гиромангнитное отношение удовлетворяет неравенству $1 < g < 2$, то при полной энергии $E_0 = \frac{E}{2-g} m c^2$ электрическое поле не влияет на спин частицы, и деполяризация отсутствует /см. /1/ /. Для дейтрона $g = 1,72$ и $E_0 = 11,5 \text{ ГэВ}$.

С учетом /13/, /8/ и /11/ степень деполяризации произвольно поляризованных нейтральных частиц не зависит от энергии и описывается выражением

$$\eta_a = (1 - \frac{1}{2} \sin^2 \phi) \int_0^{\Delta \ell} b^2(\gamma) \frac{\partial \eta_{p(\parallel)}}{\partial x} dx = \frac{1}{8} (1 - \frac{1}{2} \sin^2 \phi) (\frac{M_a}{m_p})^2 g_a^2 \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}} \quad /14/$$

Данный результат можно также получить другим путем, рассматривая изменение поляризации при швингеровском рассеянии нейтральной частицы с отличным от нуля магнитным моментом в кулоновском поле ядра*. Из /14/, в частности, следует, что степень деполяризации продольно поляризованных нейтронов на радиационной длине $\eta_{n(\parallel)} = 9 \cdot 10^{-4}$; для Λ -гиперонов $\eta_{\Lambda(\parallel)} = 0,9 \cdot 10^{-4} \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}$.

Ввиду малости фактора $(g-2)$ зависимость деполяризации μ -мезонов и электронов от энергии является более существенной, чем в случае протонов. Для продольно поляризованных μ -мезонов $m_\mu = 105,6$ МэВ, $\frac{g-2}{2} = 1,16 \cdot 10^{-3}$ / формула /11/ дает

$$\eta_{\mu(\parallel)} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \int_0^{\Delta \ell} (2,32 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{1+4,7T(x)})^2 \frac{dx}{L_{\text{рад}}} \quad /15/$$

где $T(x)$ - кинетическая энергия μ -мезона /в ГэВ/. Степень деполяризации μ -мезонов, проходящих через слой свинца, может достигать 10% /см. п.3/, а для сред с малыми атомными номерами

*В элементарном акте швингеровского рассеяния вектор поляризации рассеянных частиц $\vec{\zeta} = -\vec{\zeta}_0 + 2\vec{n}(\vec{\zeta}_0 \vec{n})$, где \vec{n} - единичный вектор вдоль нормали к плоскости рассеяния^{/4/}. После усреднения по азимутальному углу мы имеем $\zeta_{(\parallel)} = -\zeta_{0(\parallel)}$, $\zeta_{(\perp)} = 0$. Отсюда следует, что в слое толщиной $\Delta \ell$

$\eta_{a(\parallel)} = 2\eta_{a(\perp)} = 2N \int \sigma_{\text{шв}}(\theta_0) d\Omega \Delta \ell$.
Здесь N - число ядер в единице объема,

$$\sigma_{\text{шв}}(\theta_0) = \frac{1}{4} \left(\frac{Ze_0^2}{m_p c^2 \theta_0} \right)^2 g_a^2 \mathcal{F}^2(m_a \sqrt{\gamma^2 - 1} \theta_0),$$

\mathcal{F} - формфактор, учитывающий экранирование поля ядра электронами и влияние конечных размеров ядра. Интегрирование по телесному углу дает /ср. с аналогичными вычислениями в^{/2/}/

$$2N \int \sigma_{\text{шв}}(\theta_0) d\Omega \Delta \ell = \frac{1}{8} \left(\frac{M_a}{m_p} \right)^2 g_a^2 \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}$$

Z составляет только доли процента. Что касается электронов, то для них развитый здесь подход применим только при условии

$$\Delta \ell \ll L_{\text{рад}}, T \gg 15 \sqrt{\frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}} \text{ МэВ. При этом}$$

$$\eta_{e(\parallel)} = 220 (2,32 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{T})^2 \frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}} \quad /16/$$

где T выражается в МэВ. При энергиях $T < 10 \sqrt{\frac{\Delta \ell}{L_{\text{рад}}}}$ МэВ электроны полностью деполяризуются.

3. Определим теперь степень деполяризации тяжелой частицы с зарядом ze_0 , массой m и начальной энергией $mc^2 \gamma_0$, замедляющейся в веществе и имеющей при выходе из него энергию $mc^2 \gamma_1$. С помощью формулы /11/ находим

$$\eta_{(\parallel)}(\gamma_0, \gamma_1) = \frac{1}{2} z^2 \frac{M_s^2 c^2}{m L_{\text{рад}}} \int_{\gamma_1}^{\gamma_0} \left[\frac{1}{2}(g-2) + \frac{1}{\gamma+1} \right]^2 \frac{d\gamma}{(-\frac{dE}{dx})} \quad /17/$$

где $(-\frac{dE}{dx})$ - потери энергии на единице пути. При не слишком больших энергиях ($T < (10 \pm 100) (\frac{m}{m_e})^2$ МэВ) основную роль играют ионизационные потери, которые описываются известной формулой Бете-Блоха /см., например, ^{/2,3,5/} /. Так как в этом случае величина $(-\frac{dE}{dx})$ практически не зависит от массы частицы и пропорциональна квадрату ее заряда, степень деполяризации не зависит от z и обратно пропорциональна массе m .

Введем пробег рассматриваемой частицы:

$$R(\gamma) = mc^2 \int_1^\gamma \frac{d\gamma}{(-\frac{dE}{dx})} = \frac{1}{z^2} \tilde{R}(\gamma) \quad /18/$$

С учетом /18/ формула /17/ преобразуется к виду

$$\eta_{(\parallel)}(\gamma_0, \gamma_1) = \eta_{(\parallel)}(\gamma_0) - \eta_{(\parallel)}(\gamma_1), \quad /19/$$

где

$$\eta_{(\parallel)}(\gamma) = \eta_{(\parallel)}(\gamma, 1) = \frac{1}{2} \left(\frac{M_a}{m} \right)^2 \frac{1}{L_{\text{рад}}} \{ \tilde{R}(\gamma) \left[\frac{1}{2}(g-2) + \frac{1}{\gamma+1} \right]^2 + (g-2) \int_1^\gamma \frac{\tilde{R}(\gamma')}{(\gamma'+1)^2} d\gamma' + 2 \int_1^\gamma \frac{\tilde{R}(\gamma')}{(\gamma'+1)^3} d\gamma' \}. \quad /20/$$

Величина $\eta_{(\parallel)}(\gamma)$ определяет степень деполяризации продольно поляризованной заряженной частицы с энергией $m\gamma c^2$ при ее замедлении в макроскопической среде вплоть до остановки. В нерелятивистском пределе

$$\eta_{(\parallel)}(\gamma_0) = \frac{1}{8} \left(\frac{M_s}{m} \right)^2 \frac{\tilde{R}(\gamma_0)}{L_{\text{рад}}} (g-1)^2. \quad /21/$$

При очень малых скоростях эффект деполяризации пренебрежимо мал.

В формулы /17/ и /20/ входят табулированные функции $(-dE/dx)$ и $\tilde{R}(\gamma)$, графики которых приведены, например, в /2,3/. Заметим, что отношение пробега $\tilde{R}(\gamma)$ к радиационной длине не зависит от плотности и агрегатного состояния вещества и растет с увеличением атомного номера вещества Z.

Сказанное в равной мере относится и к степени деполяризации $\eta_{(\parallel)}(\gamma)$. Полезным для оценок является вытекающее из /17/ неравенство

$$\eta_{(\parallel)}(\gamma_0) < \frac{1}{2} \frac{M_s^2 c^2}{m \left(-\frac{dE}{dt} \right)_{\min}} \left\{ \left(\frac{g-2}{2} \right)^2 (\gamma_0 - 1) + (g-2) \ln \frac{\gamma_0 + 1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1} \right\}, \quad /22/$$

где $\left(-\frac{dE}{dt} \right)_{\min} = \left(-\frac{dE}{dx} \right)_{\min} L_{\text{рад}}$ - константа среды, определяющая минимальные ионизационные потери однозарядной частицы на радиационной длине и зависящая только от атомного номера Z /3/ /в свинце $\left(-\frac{dE}{dt} \right)_{\min} = 7,2$ МэВ, в ксеноне - 11 МэВ, в воздухе - 68 МэВ/.

В случае μ -мезонов при $\gamma_0 \ll 10^5$ вкладом аномального магнитного момента в величину $\eta_{\mu(\parallel)}(\gamma_0)$ можно пренебречь. В соответствии с этим

$$\eta_{\mu(\parallel)}(\gamma_0) = \frac{1}{2} \frac{M_s^2 c^2}{m_{\mu} L_{\text{рад}}} \int_1^{\gamma_0} \frac{d\gamma}{(\gamma+1)^2 \left(-\frac{dE}{dx} \right)_{\text{рад}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{M_s}{m_{\mu}} \right)^2 \left(\frac{1}{(\gamma_0+1)^2} + 2 \int_1^{\gamma_0} \frac{R_{\mu}(\gamma)}{(\gamma+1)^3} d\gamma \right), \quad /23/ *$$

причем

$$\eta_{\mu(\parallel)}(\gamma_0) < \frac{1}{4} \frac{M_s^2 c^2}{m_{\mu} \left(-\frac{dE}{dt} \right)_{\min}} \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1} = \frac{1,05 \text{ МэВ}}{\left(-\frac{dE}{dt} \right)_{\min}} \cdot \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}. \quad /24/$$

* В формулу /23/ по-прежнему входит радиационная длина для электрона.

На рисунке дан график зависимости продольно-поляризованных μ -мезонов, замедляющихся до остановки в свинце, от энергетической переменной

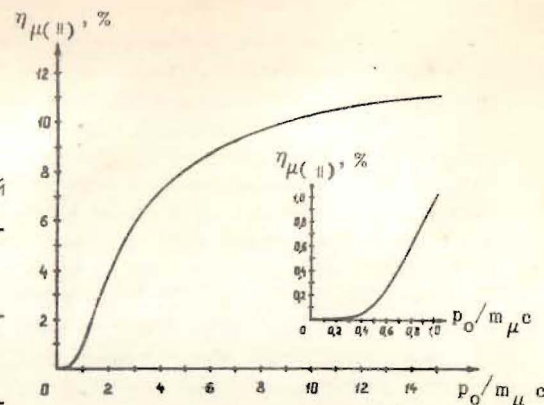
$p_0/m_{\mu} = \sqrt{\gamma_0^2 - 1} / p_0$ - начальный импульс/. Величина $\eta_{\mu(\parallel)}(\gamma_0)$ растет с увеличением энергии, приближаясь в области $p_0 > 10$ ГэВ/с к асимптотическому значению, составляющему около 13%. Степень деполяризации μ -мезонов в других средах может быть определена с помощью приближенного масштабного соотношения

$$\eta_{\mu(\parallel)}^{(X)}(\gamma_0) = \eta_{\mu(\parallel)}^{(\text{Pb})}(\gamma_0) \left[\left(-\frac{dE}{dt} \right)_{\min}^{(\text{Pb})} / \left(-\frac{dE}{dt} \right)_{\min}^{(X)} \right]. \quad /25/$$

В таблице приведены вычисленные с помощью формулы /23/ значения $\eta_{\mu(\parallel)}(\gamma_0)$ для различных веществ в интервале импульсов 100 МэВ/с \div 10 ГэВ/с /предпоследний столбец соответствует μ -мезонам, образовавшимся в результате распада остановившихся K-мезонов/.

Таблица

	$\eta_{\mu(\parallel)} \%$						
	$p_0/m_{\mu} c$	100	20	10	5	2,23	1
Водород	0,36	0,32	0,29	0,23	0,13	0,03	
Пропан	0,9	0,8	0,72	0,55	0,3	0,075	
Воздух	1,4	1,25	1,1	0,9	0,5	0,12	
Ксенон	8,5	7,5	6,8	5,5	3	0,72	
Свинец	12,8	11,5	10,3	8,2	4,5	1,1	



Подчеркнем, что формула /23/ определяет деполяризацию μ -мезонов "на лету", возникающую до начала действия известного механизма деполяризации остановившихся μ^- -и μ^+ -мезонов, связанного с образованием мезоатомов или мюония^{5/}. При этом мы считаем, что деполяризация быстрых частиц, движущихся со скоростями, превышающими скорости атомных электронов, практически целиком определяется воздействием на спин частицы электрического поля ядер и электронов макроскопической среды. Анализ показывает, что на рассматриваемой стадии влиянием других деполяризующих факторов /среди которых основную роль играет магнитное спин-спиновое взаимодействие с электронами атомных оболочек/ можно пренебречь.

Из приведенных выше соотношений следует, что при нерелятивистских энергиях деполяризация μ -мезонов "на лету" в любых веществах очень мала /в частности, если $p_0/m_{\mu}c \approx 0,2$, то в свинце $\eta_{\mu(0)} = 10^{-2}$, а в воздухе $\eta_{\mu(0)} = 10^{-3}$ /. Это согласуется с приближенными оценками работ /6,7/. Однако при начальных импульсах $p_0 > 1$ ГэВ/с эффект деполяризации μ -мезонов, замедляющихся в средах с большими Z становится заметным /~10%/.

Автор выражает благодарность В.Г.Барышевскому, М.И.Подгорецкому и В.А.Шебанову за интерес к работе и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Любошиц В.Л. ОИЯИ, P2-12559, Дубна, 1979.
2. Росси Б., Грейзен К. Взаимодействие космических лучей с веществом. ИИЛ, М., 1948, §§3-5,22.
3. Review of Particle Properties. Phys.Lett., 1978, 75B.
4. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Релятивистская квантовая теория. "Наука", М., 1968, ч.1, §§41,42.
5. Friedman I., Telegdi V. Phys.Rev., 1957, 106, p.1290; Orear I. et al. Phys.Rev., 1957, 107, p.322.
6. Wentzel G. Phys.Rev., 1949, 75, p.1810.
7. Вайсенберг А.О. УФН, 1960, 53, с.429.