

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

5821/2-80

8/12-80

P2-80-499

С.Г.Коваленко

ЛОКАЛЬНАЯ ДУАЛЬНОСТЬ  
В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ  
И ЭКСКЛЮЗИВНЫЕ ЛЕПТОН-НУКЛОННЫЕ  
ПРОЦЕССЫ

1980



Коваленко С.Г.

P2-80-499

Локальная дуальность в квантовой хромодинамике  
и эксклюзивные лептон-нуклонные процессы

Рассмотрен феноменологический дуальный подход к описанию резонансного рождения барионов в лептон-нуклонных взаимодействиях при умеренных значениях  $Q^2$ . Подход основан на применении правил сумм, возникающих в КХД при учете степенных по  $\frac{m^2}{Q^2}$  и  $\frac{p_T^2}{Q^2}$  эффектов /  $m$  - масса нуклона,  $p_T$  - средний поперечный импульс кварка в нуклоне/. Последние учтены феноменологически путем введения новой скейлинговой переменной  $\xi$ . Рассчитаны слабые и электромагнитные упругие формфакторы нуклона, а также процессы рождения  $\Delta^{++}(1232)$ ,  $S^{++}(2260)$ ,  $S^{++}(2420)$ . Результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

Kovalenko S.G.

P2-80-499

Local Duality in Quantum Chromodynamics and  
Exclusive Lepton-Nucleon Processes

A phenomenological dual

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широко обсуждаются вопросы применения квантовой хромодинамики /КХД/ к изучению эксклюзивных процессов. Это стимулировано главным образом результатами работ <sup>/1/</sup>, где было установлено, что при больших значениях передач импульса  $Q^2$  поведение формфакторов элементарных частиц определяется механизмом жесткого перерасеяния кварков <sup>/2/</sup>. Иначе говоря, определяющая роль при больших передачах принадлежит динамике взаимодействий на малых расстояниях. Именно это позволило применить к расчету формфакторов теорию возмущения, основанную на асимптотической свободе КХД. В <sup>/1/</sup> были, в частности, получены формулы для электромагнитных формфакторов нуклона и  $\pi$ -мезона. С точностью до логарифмического фактора они совпали с предсказанием правил кваркового счета <sup>/2,3/</sup>.

Однако экстраполяция этих формул в область умеренных значений  $Q^2$  приводит к явному несогласию с экспериментальными данными. В принципе несогласие можно отнести на счет асимптотического характера формул механизма жесткого перерасеяния. Действительно, при экспериментальных значениях передач весьма ощутимо на поведении формфакторов может сказаться влияние зоны конфайнмента. Поскольку эффекты конфайнмента не укладываются в рамки КХД теории возмущения, попытаться учесть их в настоящее время можно лишь феноменологически. Так, в работе <sup>/4/</sup> предложен подход, естественным образом моделирующий воздействие конфайнмента на поведение формфактора  $\pi$ -мезона. При этом было достигнуто хорошее согласие с экспериментальными данными.

В настоящей статье предлагается феноменологический дуальный подход к вопросу о формфакторах нуклона при умеренных  $Q^2$ . Подход позволяет на единой основе рассмотреть как упругие формфакторы, так и формфакторы электрослабого резонансного рождения барионов на нуклоне. Такой основой служат правила сумм, аналогичные блум-гилмановским <sup>/7/</sup>, возникающие в рамках определенных допущений в КХД при учете степенных по  $m^2/Q^2$  и  $p_T^2/Q^2$  эффектов /  $m$  - масса нуклона,  $p_T$  - средний поперечный импульс кварка в нуклоне/. Последние нами учтены феноменологически. В известной мере их можно рассматривать как проявление конфайнмента.

В §1 мы обсудим исходные для нашего рассмотрения результаты работ /5/. Затем введем феноменологическую скейлинговую переменную  $\xi$ , учитывающую конечный размер нуклона /т.е.  $p_T$  /, и получим "локальные" правила сумм. В §2 на их основе мы сформируем метод расчета структурных функций /формфакторов/ резонансного рождения барионов в лептон-нуклонных взаимодействиях. И, наконец, в §3 рассчитаем три конкретных процесса и сравним полученные результаты с экспериментальными данными.

### §1. $\tilde{\xi}$ - СКЕЙЛИНГОВАЯ ПЕРЕМЕННАЯ И ПРАВИЛА СУММ

Основа для понимания дуальности Блума-Гилмана /7/ в рамках КХД была найдена в работах /5/ в форме уравнения

$$\int_0^1 d\xi \xi^n \cdot F(\xi, Q^2) = A_n(Q^2) + \sum_{k=1}^{\infty} B_{n,k}(Q^2) \cdot \left(n \frac{M_0^2}{Q^2}\right)^k, \quad /1.1/$$

вытекающего из стандартного анализа на световом конусе. Смысл входящих в него величин следующий.  $F(\xi, Q^2)$  - несинглетная часть одной из структурных функций:  $F_2$ ,  $xF_1$  или  $xF_3$ . Это физические, экспериментально измеряемые структурные функции, в отличие от теоретических  $F^s$  /аналоги блум-гилмановских скейлинговых кривых /7/ /, моменты которых

$$A_n(Q^2) = \int_0^1 d\xi \xi^n F^s(\xi, Q^2) \quad /1.2/$$

вычисляются в КХД с точностью до логарифмических по  $Q^2$  поправок. Такое приближение соответствует учету в вильсоновских разложениях только вклада операторов твиста 2. Добавляя вклады операторов высших твистов, т.е. степенные по  $1/Q^2$  поправки, отвечающие бесконечной сумме в /1.1/, получаем физические структурные функции  $F$ . Масштаб степенных поправок  $M_0$  определяется наибольшим из характерных адронных масштабов. Таковым, по-видимому, является  $M_0 \sim \frac{1}{R_c} \sim p_T / R_c$  - радиус конфайнмента,  $p_T \approx 0,4$  ГэВ/с - средний поперечный импульс кварка/. Масштаб массы нуклона  $M_0 \sim m$  учтен с помощью введения  $\xi$ -скейлинга с переменной

$$\xi = Q^2 / (\nu + \sqrt{\nu^2 + Q^2})_m. \quad /1.3/$$

Для коэффициентов ряда  $B_{n,k}$  в работах /5/ дана оценка  $|B_{n,k}(Q^2)/A_n(Q^2)| \sim 1$  при любых  $n, k, Q^2$ . Переписывая /1.1/

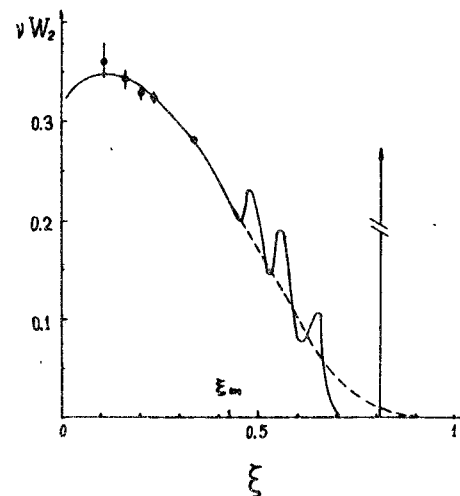


Рис.1. Иллюстрация дуальности: сплошная кривая - фит экспериментальных данных (SLAC), пунктирная - теоретическая структурная функция  $F^s$ .

в виде

$$\int_0^1 d\xi \xi^n (F(\xi, Q^2) - F^s(\xi, Q^2)) = A_n(Q^2) \sum_{k=1}^{\infty} \left(n \frac{M_0^2}{Q^2}\right)^k, \quad /1.4/$$

получим серию правил сумм (SR):

$$\int_{\xi_m}^1 d\xi \xi^n (F(\xi, Q^2) - F^s(\xi, Q^2)) \approx 0 \quad \text{при} \quad n < \frac{Q^2}{M_0^2}. \quad /1.5/$$

Обрезание  $\xi_m$  на нижнем пределе нами введено, чтобы отразить факт наступления раннего скейлинга по  $\xi$  при  $\xi < \xi_m$  /нерезонансная область/. По форме записи и по смыслу SR /1.5/ аналогичны хорошо известным правилам сумм при конечной энергии (FESR). Как и последние, они выражают свойство глобальной дуальности: в резонансной области гладкая асимптотическая /теоретическая/ кривая  $F^s$  усредняет физическую осциллирующую вокруг нее функцию  $F$  /рис.1/. Основываясь на SR/1.5/, можно дать объяснение "локальной" дуальности, т.е. равенству этих

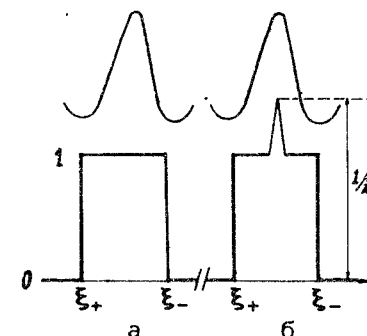


Рис.2. Профили локализирующих полиномов.



функций в окрестности отдельного резонанса. Действительно, построим локализирующий полином  $\mathcal{P}$ , обладающий с хорошей точностью свойством /рис.2а/

$$\mathcal{P}(\xi | \xi_+, \xi_-) = \sum_n a_n \xi^n \approx \theta(\xi - \xi_+) \theta(\xi_- - \xi), \quad \xi_- > \xi_+,$$

где  $\xi_{\pm}$  - пределы охвата резонансного пика. Поскольку к каждому слагаемому полинома применимы SR/1.5/, можно записать

$$\int_{\xi_m}^1 d\xi \mathcal{P}(\xi | \xi_+, \xi_-) (F(\xi, Q^2) - F^s(\xi, Q^2)) = \int_{\xi_+}^{\xi_-} d\xi (F(\xi, Q^2) - F^s(\xi, Q^2)) \approx 0. \quad /1.6/$$

Локально-дуальная интерпретация данного соотношения очевидна.

Для практических целей формулы /1.6/, однако, мало пригодны. По мере уменьшения  $Q^2$  высшие степени локализирующего полинома  $\mathcal{P}$  должны отбрасываться, т.к. для них перестают выполняться SR/1.5/. Из-за этого  $\mathcal{P}$  начинает расплываться, и правила сумм /1.6/ теряют смысл. Хорошей точности от SR/1.6/ можно ожидать только при  $Q^2 \gg M_0^2$ .

В настоящей работе мы попытались расширить область применимости /1.5/, /1.6/. Главный вопрос при этом - учет в структурных функциях  $F^s$  степенных поправок большого масштаба  $M_0 \sim p_T$ . Переход к формализму  $\xi$ -скейлинга и переменной  $\xi$  позволил учесть степенные поправки масштаба массы мишени  $m^{1/5}$ . По аналогии с этим на основе введения новой скейлинговой переменной  $\tilde{\xi}$  можно надеяться учесть поправки масштаба  $M_0$ . В отличие от предыдущей, такая задача в настоящее время строго решена быть не может, поскольку речь идет об учета эффектов больших расстояний, находящемся во взаимосвязи с проблемой удержания кварков. Поэтому рассматриваемую задачу следует отнести к предмету феноменологии.

В качестве новой феноменологической скейлинговой переменной, учитывающей конечный размер нуклона ( $p_T \neq 0$ ), мы выбираем следующую:

$$\tilde{\xi} = (Q^2 + p_T^2 + \frac{p_T^2}{1 + Q^2/p_T^2}) / (\nu + \sqrt{\nu^2 + Q^2}) \approx \xi (1 + \frac{p_T^2}{Q^2} + O(\frac{p_T^4}{Q^4})). \quad /1.7/$$

Нетрудно проверить, что при подстановке такой переменной в SR/1.5/ учитываются степенные поправки масштаба  $\sim p_T$ , правильно воспроизводящие характер степенного /по  $1/Q^2$  / ряда в /1.1/. В самом деле /6/, разложим  $F^s(\tilde{\xi}, Q^2)$  по степеням  $p_T^2/Q^2$ , используя /1.7/:

$$F^s(\tilde{\xi}, Q^2) = F^s(\xi, Q^2) + \frac{p_T^2}{Q^2} \xi \frac{\partial F^s(\xi, Q^2)}{\partial \xi} + O(\frac{p_T^4}{Q^4}), \quad /1.8/$$

и вычислим моменты

$$\int_0^1 d\xi \xi^n F^s(\tilde{\xi}, Q^2) = \int_0^1 d\xi \xi^n F^s(\xi, Q^2) - (n+1) \frac{p_T^2}{Q^2} \int_0^1 d\xi \xi^n F^s(\xi, Q^2) + O(\frac{p_T^4}{Q^4}). \quad /1.9/$$

Второй член получен после интегрирования по частям. Возвращаясь с учетом этого в /1.5/ к интегрированию по  $\xi$ , находим

$$\int_0^1 d\xi \xi^n (F(\xi, Q^2) - F^s(\xi, Q^2)) = A_n (1 - (n+1) \frac{p_T^2}{Q^2} + O(\frac{p_T^4}{Q^4})), \quad /1.10/$$

что согласуется с /1.1/ и подтверждает тем самым вышесказанное / $n$ -зависимость в /1.1/ отражена только качественно/. Более того, вклад операторов твиста 4 точно соответствует результату, полученному в /5/ на основе КХД. Мы предположим, что введением переменной  $\tilde{\xi}$  /1.7/ в SR/1.5/ нам удалось учесть поправки большого масштаба  $\sim p_T$ , а неучтенными остались, возможно, лишь поправки масштаба  $\mu \ll p_T$ . Тогда порядок SR/1.5/  $n$  ограничен условием  $n < \frac{Q^2}{\mu^2}$ , которое допускает гораздо большие значения  $n$  по сравнению с  $n < \frac{Q^2}{p_T^2}$ , имевшим место при использовании  $\xi$  /1.3/. Как следствие этого мы ожидаем улучшения локальных свойств SR типа /1.6/ со скейлинговой переменной  $\tilde{\xi}$  /1.7/. В этом случае условием их применимости будет уже  $Q^2 \gg \mu^2$ .

Отметим, что при интегрировании по окрестности отдельного резонанса в SR/1.6/ предполагается соответствие в нормировках формфактора возбуждения резонанса и структурной функции  $F^s$ . Мы приведем пример модели /8/, в которой  $F^s$  обладает таким свойством, однако в общем случае такое соответствие представляется необоснованным. На рассмотренной выше основе можно получить правила сумм, учитывающие явным образом возможное различие в нормировках формфакторов и  $F^s$ . Используем в /1.6/ локализирующий полином с профилем, указанным на рис.2б. В силу узости "нормировочного" пика высотой  $1/2$ , расположенного напротив вершины резонанса, а также принимая во внимание гладкость  $F^s$ , запишем

$$\int_{\tilde{\xi}_m}^1 d\xi \mathcal{P}_z(\tilde{\xi} | \tilde{\xi}_+, \tilde{\xi}_-) F(\tilde{\xi}, Q^2) = \int_{\tilde{\xi}_+}^{\tilde{\xi}_-} d\tilde{\xi} F^s(\tilde{\xi}, Q^2). \quad /1.11/$$



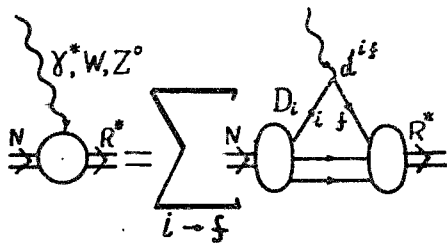


Рис.3. Диаграмма резонансного рождения бариона  $R^*$  и партонный рецепт ее вычисления.

## §2. МЕТОД РАСЧЕТА РЕЗОНАНСНЫХ ПРОЦЕССОВ

Сформулируем исходя из SR/1.11/ дуальный метод расчета структурных функций резонансного рождения барионов в лептон-нуклонных взаимодействиях /рис.3/. В приближении нулевой ширины физические структурные функции  $F$  в окрестности резонанса  $R^*$  массы  $M_R$  имеют вид

$$F_1(\nu, Q^2) = \bar{W}_1^R(Q^2) \delta(\nu - \nu_R),$$

$$F_{2,3}(\nu, Q^2) = \bar{W}_{2,3}^R(Q^2) \delta(\nu - \nu_R) \frac{\nu}{2m}, \quad /2.1/$$

где  $\nu_R = (M_R^2 - m^2 + Q^2)/2m$ ,  $\bar{W}_i^R$  - искомые структурные функции процесса рождения резонанса  $R^*$ . Такая запись соответствует тому, что физическая структурная функция в левой части SR/1.11/ предполагается чисто резонансной /не содержит фона/. Это в свою очередь отвечает известной двухкомпонентной модели для амплитуды рассеяния, где совокупности несинглетных реджевских траекторий сопоставляется резонансная часть амплитуды. В нашем случае эквивалентом несинглетных траекторий является несинглетная /валентная/ теоретическая структурная функция  $F^s$ .

Подставляя /2.1/ в /1.11/ и учитывая свойства локализуемого полинома  $P_z$ , получим

$$\bar{W}_i^R(Q^2) = z \mathcal{F}_i(Q^2) \int_{\bar{\xi}_-(Q^2)}^{\bar{\xi}_+(Q^2)} d\xi \xi^{\nu-1} F_i^s(\xi, Q^2), \quad /2.2/$$

Этим правилом сумм мы и воспользуемся для вычисления формфакторов электрослабого возбуждения резонансов. Сравнение результатов таких расчетов с экспериментальными данными может служить одним из критериев справедливости SR/1.11/. Подчеркнем, что нормировочную константу  $z$  мы будем считать универсальной для всех резонансов.

где  $\sigma_i = (1, 0, 1)$ ;  $\bar{\xi}_{\pm} = \bar{\xi}(\nu_{\pm}, Q^2)$ ;  $\nu_{\pm} = \frac{M_{\pm}^2 - m^2 + Q^2}{2m}$ ;  $M_{\pm} = M_R \pm \Delta M$ ;  $\Delta M$  - ширина охвата резонансного пика /свободный параметр, ограниченный расстоянием до ближайшего резонанса/.

$$\mathcal{F}_1(Q^2) = \frac{Q^2}{4m^2} \mathcal{F}_3(Q^2) = \frac{Q^2 H(Q^2) (H(Q^2) + 4m^2) (p_T^2 + Q^2)}{4m^2 [(p_T^2 + Q^2)^2 + p_T^4]}, \quad /2.3/$$

$$\mathcal{F}_2(Q^2) = \frac{2m(p_T^2 + Q^2)}{(p_T^2 + Q^2)^2 + p_T^4}; \quad H(Q^2) = Q^2 + 4m^2 + \sqrt{Q^4 + 4m^2 Q^2}.$$

Структурные функции  $F^s$  запишем в виде суммы по парциальным структурным функциям  $F_{if}^{s(V)}$  элементарных переходов валентных кварков  $q_i \rightarrow q_f$ :

$$F_k^s(\xi, Q^2) = \sum_{i \rightarrow f} F_{if(k)}^{s(V)}(\xi, Q^2), \quad /2.4/$$

где учтены только переходы, приводящие к кварковому составу рассматриваемого резонанса. Для V-A токов кварковых переходов

$$j_{if} = \bar{q}_f \gamma_{\mu} (C_{if}^V + C_{if}^A \gamma_5) q_i \quad /2.5/$$

/  $C_{if}^A$ ,  $C_{if}^V$  - аксиальные и векторные константы связи/ можно получить правила соответствия между парциальными структурными функциями  $F_{if}^{s(V)}$  и функциями распределения  $\phi_i$  начальных валентных кварков в нуклоне. Мы запишем эти правила в символическом виде:

$$F_{if(k)}^{s(V)} = a_k^{if} \hat{\eta}_k(\phi_i | \xi, Q^2). \quad /2.6/$$

Здесь

$$a_k^{if} = (C_{if}^{V2} + C_{if}^{A2}) (\delta_{1k} + \delta_{2k}) - 2C_{if}^V C_{if}^A \delta_{3k} \quad /2.7/$$

- структурные функции точечного кварка;  $\hat{\eta}$  - сокращенная символическая запись блоков формул, не зависящих от параметров V-A перехода /2.5/. Такова структура как строгих формул работы /9/, так и обычных партонных /10/. В конкретных вычислениях воспользуемся партонными формулами, применяя скейлинговую переменную  $\xi$  /1.6/. Это позволит при незначительной потере в точности существенно упростить расчет.

Подставив /2.6/ в SR/2.2/, получим

$$\bar{W}_k^R(Q^2) = \sum_{i \rightarrow f} a_k^{if} D_{i(k)}^R(Q^2 | \mathcal{M}_{\pm}, p_T), \quad /2.8/$$

$$D_{i(k)}^R(Q^2) = z \mathcal{F}_k(Q^2) \int_{\xi_+}^{\xi_-} d\xi \hat{\eta}_k(\phi_i | \xi, Q^2). \quad /2.9/$$

Нетрудно видеть, что мы пришли к партоноподобной картине резонансного рождения барионов: рассеяние происходит на точечном кварке-партоне, после чего провзаимодействовавший кварк рекомбинирует с двумя кварками-спектаторами в заданный барионный резонанс. Роль функции распределения партонов здесь играет кварковый фактор  $D_i$ . Это интегральный образ /2.9/ функции распределения валентного кварка  $i$ -типа. Контроль за процессом рекомбинации осуществляется входящими в  $D_i$  массой резонанса  $\mathcal{M}_R$  и шириной его охвата  $\Delta\mathcal{M}$ . В  $D_i$  заложена и гипотетическая информация о больших расстояниях /зависимость от  $p_T$ /. Иллюстрацией к сказанному служит рис.3, который дает также наглядный рецепт вычисления структурных функций резонансных процессов  $\bar{W}_k$ .

Обратим внимание на то, что в изложенном нами дуальном подходе асимптотика формфакторов ( $Q^2 \rightarrow \infty$ ) определяется поведением кварковых распределений  $\phi_i$  в пределе  $x \rightarrow 1$ , т.е. такой конфигурацией кварков, когда один из них несет весь импульс нуклона. Следовательно, в асимптотике дуальный подход приводит к механизму Фейнмана /11/.

При использовании формул /2.8/, /2.9/ в области малых  $Q^2 (\sim p_T)^2$  будем производить замену  $Q^2$  на  $Q^2 + p_T^2$  во всех  $\phi_i(Q^2, \xi)$ . Дело в том, что глюоны внутри нуклона в силу принципа неопределенности не могут иметь нулевой импульс, среднее его значение равно  $p_T \sim \frac{1}{R_{conf}}$ . Таким образом, во всех КХД взаимодействиях, приводящих к нарушению скейлинга /к  $Q^2$ -зависимости в  $\phi_i$ /, глюоны участвуют с импульсом  $Q + p_T$ , а не  $Q$ . Именно это дает основание для указанной замены. По существу она является проявлением известного эффекта "вымораживания" кварк-глюонной константы связи.

### §3. КОНКРЕТНЫЕ ПРОЦЕССЫ.

#### РАСЧЕТ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Рассчитаем в рамках изложенного подхода несколько наиболее интересных упругих и квазиупругих процессов лептон-нуклонного рассеяния. Результаты расчетов сравним с экспериментальными данными.

1. Прежде всего обратимся к слабым  $F_{V,M,A}$  и электромагнитным  $G_{E,M}$  формфакторам нуклонов. Выпишем их связь с введенными выше резонансными структурными функциями:

$$\bar{W}_2^{эл.}(Q^2) = 2m(G_{Ep}^2 + \frac{Q^2}{4m^2} G_{Mp}^2) / \tau, \quad /3.1/$$

$$\bar{W}_2^{сд.}(Q^2) = 2m(F_V^2 + \frac{Q^2}{4m^2} F_M^2) / \tau, \quad /3.2/$$

где  $\tau = 1 + Q^2/4m^2$ . Попытаемся продвинуться до  $Q^2$  вплоть до 0. При этом будем принимать во внимание следующие, хорошо установленные в этой области свойства формфакторов нуклона. Во-первых, масштабный закон для электромагнитных формфакторов:

$$G_{Ep} = G_{Mp} / \mu_p = G_{Mn} / \mu_n, \quad G_{En} = 0, \quad /3.3/$$

где  $\mu_p = 2,79$ ,  $\mu_n = -1,91$  - магнитные моменты протона и нейтрона соответственно.

Во-вторых, сохранение векторного тока /СВТ/. Из последнего, в частности, следует

$$F_{V,M} = F_{1,2}^p - F_{1,2}^n. \quad /3.4/$$

Здесь

$$F_2 = (G_M - G_E) / \tau, \quad /3.5/$$

$$F_1 = (G_E + \frac{Q^2}{4m^2} G_M) / \tau. \quad /3.6/$$

Соотношения /3.3/, /3.4/ несут дополнительную информацию о поведении формфакторов в зоне конфайнмента ( $Q^2 \sim p_T$ ).

Используя /3.3/-/3.6/, выразим искомые формфакторы через  $\bar{W}_2^{сд.}$  и  $\bar{W}_2^{эл.}$ . /3.1/ с учетом свойства /3.3/ приводит к соотношению

$$G_{Ep} = \sqrt{\frac{\tau \bar{W}_2^{эл.}}{1 + \mu_p^2 Q^2 / 4m^2}} = S(Q^2) \sqrt{\bar{W}_2^{эл.}}. \quad /3.7/$$

Из /3.3/, /3.4/ и /3.7/ находим

$$F_M = \frac{\mu_p - \mu_n - 1}{\tau} G_{Ep} = P_M(Q^2) \sqrt{\bar{W}_2^{эл.}}, \quad /3.8/$$



$$F_V = \frac{(\mu_p - \mu_n) \frac{Q^2}{4m^2} + 1}{\tau} G_{Ep} = P_V(Q^2) \sqrt{\bar{W}_2^{\text{эл.}}}, \quad /3.9/$$

где

$$P_M(Q^2) = \frac{\mu_p - \mu_n - 1}{\tau} S(Q^2), \quad /3.10/$$

$$P_V(Q^2) = \frac{1 + \frac{Q^2}{4m^2} (\mu_p - \mu_n)}{\tau} S(Q^2). \quad /3.11/$$

Подставляя /3.8/, /3.9/ в /3.2/, определим аксиальный формфактор:

$$F_A = \sqrt{(\bar{W}_2^{\text{с.л.}} - t(Q^2) \bar{W}_2^{\text{эл.}}) / 2m}, \quad /3.12/$$

где

$$t(Q^2) = 2m(P_V^2 + \frac{Q^2}{4m^2} P_M^2). \quad /3.13/$$

Входящие в /3.7/-/3.8/ резонансные структурные функции легко вычисляются на основе рассмотренного нами дуального подхода. Их вид следующий:

$$\bar{W}_2^{\text{эл.}} = \sum_i e_i^2 D_2^i(Q^2 | \mathcal{M}_\pm, p_T) = D_2^d(Q^2 | \mathcal{M}_\pm, p_T), \quad /3.14/$$

$$\bar{W}_2^{\text{с.л.}} = 4 \cos^2 \theta_C D_2^d(Q^2 | \mathcal{M}_\pm, p_T). \quad /3.15/$$

Здесь  $e_i$  - заряд кварка  $i$ -того аромата;  $\theta_C$  - угол Кабиббо;  $\mathcal{M}_- = 0$ ;  $\mathcal{M}_+ = 1, 2, 3$  ГэВ /охват нуклонного пика вплоть до 1-го нуклонного резонанса/.

Для вычисления  $D_2^d$  мы воспользуемся двумя вариантами кварковых распределений: первый соответствует модели, предложенной в /8/, второй - КХД параметризации Бураса-Гемерса /12/.

Первый вариант интересен тем, что из условия нормировки формфактора  $G_E(0) = 1$  удается получить разумное значение среднего поперечного импульса кварка в нуклоне. Соответствующее уравнение имеет вид

$$D_2^d(Q^2 = 0 | \mathcal{M}_\pm, p_T) = 2m. \quad /3.16/$$

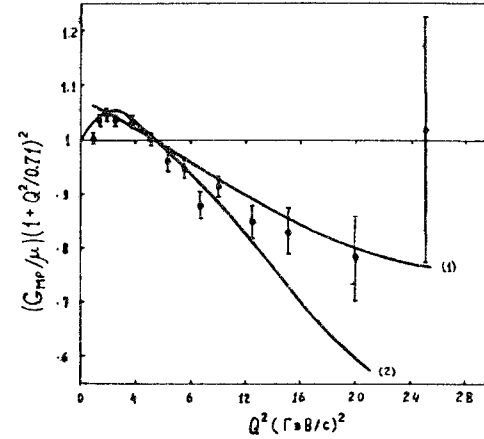


Рис.4. Магнитный формфактор протона: точки - экспериментальные данные /12/, кривые соответствуют кварковым распределениям: 1 - Бураса-Гемерса /12/, 2 - модели /8/.

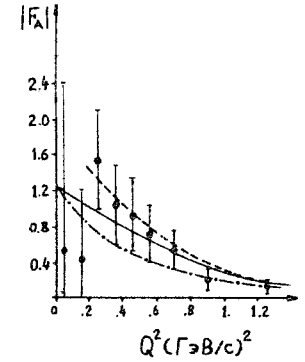


Рис.5. Аксиальный нуклонный формфактор: точки - экспериментальные данные /13/, кривые /сверху вниз/ соответствуют кварковым распределениям Бураса-Гемерса /12/, модели /8/ и результату дипольной формулы.

Откуда при указанных выше  $\mathcal{M}_\pm$  получаем  $p_T^2 = 0,168$  ГэВ<sup>2</sup>, что согласуется с имеющимися в литературе оценками /5/. Подчеркнем, что в таком варианте нормировочная константа  $z = 1$ . При этих значениях параметров на рис.4,5 построены кривые для наиболее интересных величин  $G_{Mp}(1+0,71 \cdot Q^2)/\mu_p$ ,  $F_A$ . Как видно, кривые хорошо согласуются с экспериментальными данными /13,14/.

Переходя ко второму варианту распределений валентных кварков /12, /:

$$\phi_i(x, Q^2) = \frac{x^{\eta_1(s)-1}}{B(\eta_1(s); \eta_2(Q^2) + 1)} (1-x)^{\eta_2(s)}, \quad /3.17/$$

где  $s = \ln(\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} / \ln \frac{Q_0^2}{\Lambda^2})$ ,  $Q_0^2 = 1,8$  ГэВ<sup>2</sup>,  $\Lambda = 0,3$  ГэВ,

$$\eta_1(s) = 0,7 - 0,176 \cdot s, \quad \eta_2(s) = 2,6 + 0,8 \cdot s,$$

получим замкнутые аналитические выражения для кваркового фактора  $D_2$ . Подставив /3.17/ в /2.9/, легко находим

$$D_2^d(Q^2 | \mathcal{M}_{\pm}, p_T) = z \mathcal{F}_2(Q^2) \frac{B_{\xi_-}(\eta_1, \eta_2 + 1) - B_{\xi_+}(\eta_1 + 1, \eta_2 + 1)}{B(\eta_1, \eta_2 + 1)} \quad /3.18/$$

Здесь  $B_{\xi}(a, \beta)$  - неполная бета-функция Эйлера. Подставляя теперь /3.18/ в /3.7/, /3.14/, получаем искомые выражения для нуклонных формфакторов. Отметим, что в данном варианте уже не удастся согласовать с экспериментальными данными условия /3.16/ и  $z=1$ . Хорошее согласие достигается при  $z=1,44$  и  $p_T=0,165$ . Соответствующие этому кривые приведены на рис.4,5.

Непосредственно из /3.18/ можно определить асимптотику формфактора нуклона в КХД, отвечающую механизму Фейнмана<sup>/11/</sup>. Более точный результат основан на известном в КХД пороговом поведении структурной функции<sup>/15/</sup>  $F^s \xrightarrow{x \rightarrow 1} (1-x)^r(Q^2)$ ,  $r(Q^2) = \text{const} + \frac{4C_F}{b} \ln \ln Q^2$  ( $b = 11 - 2/3 n_f$ ,  $C_F = 4/3$ ,  $n_f$  - число ароматов). Подставляя эти выражения в /2.9/ и принимая во внимание, что  $\xi_{\pm} \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} 1$ , находим из асимптотической оценки интеграла

$$G(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} e^{-\frac{2C_F}{b} \ln \ln Q^2 \cdot \ln Q^2} \quad /3.19/$$

Как и следовало ожидать, получаем быстрое, характерное для су- даковского формфактора<sup>/16/</sup>, убывание с ростом  $Q^2$ . Это может означать, что асимптотика формфактора определяется не механизмом Фейнмана, а механизмом жесткого перерасеяния. Последний дает лишь степенное спадание для формфактора. В области же умеренных  $Q^2$  вклад механизма жесткого перерасеяния по неизвестным нам причинам подавлен\*, и ситуация меняется на обратную.

2. Мы рассчитали полное сечение процесса рождения  $\Delta^{++}(1232)$  - изобары:

$$\nu + p \rightarrow \mu^+ + \Delta^{++}(1232).$$

Соответствующие кривые для двух вариантов кварковых распределений приведены на рис.6. Они получены при значениях  $p_T$  и  $z$ , найденных в п.1. Ширина охвата пика изобары  $\Delta M = 168$  МэВ. Экспериментальные данные взяты из работ<sup>/17/</sup>.

3. Нами найдены также оценки полных сечений рождения очарованных барионов в реакциях

\* В противном случае возникнет упомянутое во введении разно- гласие с экспериментальными данными.

$$\nu + p \rightarrow \mu^- + C_1^{++}(2420),$$

$$\nu + p \rightarrow \mu^- + C_0^+(2260).$$

Приведем здесь только значения высот плато:

$$\sigma(C_0^+) \approx 1,9 \times 10^{-39} \text{ см}^2 \quad / \Delta M = 200 \text{ МэВ}/,$$

$$\sigma(C_1^{++}) \approx 0,7 \times 10^{-39} \text{ см}^2 \quad / \Delta M = 170 \text{ МэВ}/.$$

Выход сечений в режим насыщения происходит при  $E_{\nu} \sim 6 \div 7$  ГэВ. Подчеркнем, что эти оценки являются весьма грубыми, так как мы не принимали во внимание массы тяжелых с-кварков.

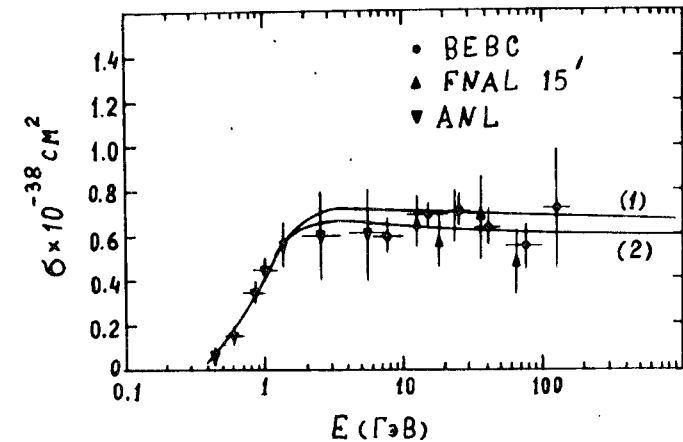


Рис.6. Полное сечение реакции  $\nu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^{++}(1232)$ : кривые соответствуют кварковым распределениям: 1 - Бураса-Гемерса<sup>/12/</sup>, 2 - модели<sup>/8/</sup>.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы рассмотрели феноменологический дуальный подход к описанию резонансных процессов при умеренных значениях  $Q^2$ . Подход привел к наглядной партоноподобной картине резонансных процессов, дающей простой рецепт вычисления соответствующих структурных функций. Конкретные расчеты показали, что полученные таким образом результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Подчеркнем, что центральным пунктом при формулировке подхода явилось введение новой скейлинговой переменной, феноменологически учитывающей некоторые эффекты конфайнмента /наличие у кварков поперечного импульса/.



Рассматривая упругие и квазиупругие формфакторы нуклона, нам удалось продвинуться по  $Q^2$  вплоть до 0. Это было бы невозможно при использовании блум-гилмановских правил сумм <sup>17/</sup>, равно как и при использовании в правилах сумм <sup>15/</sup> обычной переменной  $\xi^{5/}$ . В том и другом случае формфакторы оказываются сингулярными при  $Q^2 = 0$ .

Возможные приложения рассмотренного нами дуального подхода, разумеется, не ограничены тремя примерами в §3. Вместе с тем нужно отметить следующее. В качестве начального адрона в дуальном подходе не может быть выбран любой, например,  $\pi$ -мезон. Для последнего отсутствует дуальное соответствие между двумя его структурными функциями и единственным электрическим формфактором <sup>15/</sup>. Кроме того, подход в изложенной версии не является корректным применительно к процессам рождения барионов с новыми ароматами (с, b, t,...). Мы пренебрегали наличием кварковых масс, которые весьма существенны в данном случае. Однако их учет не представляет, на наш взгляд, особых трудностей. Для этого необходимо включить в рассмотрение результаты полного формализма  $\xi$ -скейлинга <sup>19/</sup>.

Автор благодарит П.С.Исаева, А.В.Радюшкина, А.В.Сидорова за многочисленные стимулирующие обсуждения, А.М.Рапортиренко за помощь в расчетах на ЭВМ, а также признателен С.А.Бунятову, Л.И.Лapidусу, Н.Б.Скачкову за интерес к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Farrar G.R., Jackson D.R. Phys.Rev.Lett., 1974, 43, p.246; Efremov A.V., Radyushkin A.V. JINR, E2-11535, E2-11983, Dubna, 1978; JINR, P2-12900, Dubna, 1979; Brodsky S.J., Lepage G.P. Phys.Rev.Lett., 1979, 43, p.545; Радюшкин А.В. ОИЯИ, P2-10717, Дубна, 1977; Черняк В.Л. и др. Письма в ЖЭТФ, 1977, 26, с.760.
2. Brodsky S.J., Farrar G.R. Phys.Rev., 1975, D11, p.1309.
3. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett. Nuovo Cim., 1973, 7, p.219.
4. Efremov A.V., Radyushkin A.V. JINR, E2-12384, Dubna, 1979.
5. Georgi H., Politzer D. Phys.Rev.Lett., 1976, 36, p.1281; De Rujula A. et al. Ann.Phys., 1977, 103, p.315.
6. De Rujula A. et al. Phys.Rev., 1977, D15, p.2495.
7. Bloom E.D., Gilman F.J. Phys.Rev., 1971, D4, p.2901.
8. Isaev P.S., Kovalenko S.G. Hadronic Journal, 1980, v.3, No.3, p.1052.
9. Barbieri R. et al. Phys.Lett., 1976, 64B, p.171.
10. Atarelli G. Revis.Nuovo Cim., 1974, 4, p.335.
11. Feynman R.P. Photon-Hadron Interactions. W.A.Benjamin. Inc., Reading, 1972.

12. Buras A.J., Gaemers K. Nucl.Phys., 1978, B132, p.249.
13. Kirk P.N. et al. Phys.Rev., 1973, D8, p.63.
14. Rollier M. (GGM). In: Proc. Paris Colloquium "La Physique du Neutrino a Haute Energie". CNRS, Paris, 1975, p.349.
15. De Rujula A. et al. Phys.Rev.Lett., 1974, 32, p.1143; Gross D.J., Treiman S.B. Phys.Rev.Lett., 1974, 32, p.11145.
16. Судаков В.В. ЖЭТФ, 1956, 3, с.65.
17. Derrick M. et al. ANL-HEPCP-78-31; Barish S. et al. Phys.Rev., 1977, D16, p.3103; Bell J. et al. Phys.Rev. Lett., 1978, 41, p.1008.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 июля 1980 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ  
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники