объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

2017/2-80

12/5-80

P2-80-45

А.В. Сидоров, Н.Б. Скачков

ВЫЧИСЛЕНИЕ МАСС И ШИРИН СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ КВАРКА И АНТИКВАРКА

Направлено в "Hadronic Journal"

1980

§ I. Введение

В настоящей работе представлены результаты численных расчетов масс и лептонных ширин тяжелых векторных мезонов. Последнее время для описания масс J/ψ и Υ -частиц широко используется нерелятивистская кварковая модель, основанная на уравнении Шредингера /I/. Потенциал кварк-кваркового взаимодействия берется в виде, содержащем запирающий член на больших расстояниях и кулоновский член на малых.

$$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + V_{conf}(r). \qquad (I.I)$$

Кулоновская часть потенциала является следствием обмена одним глюоном между кварками на малых расстояниях. Форма запирающего члена выбирается феноменологически. В работе /2/ было показано, что, по крайней мере, для легких мезонов такой подход не является самосогласованным, так как вклад релятивистских поправок оказывается того же порядка, что и вклад от нерелятивистского гамильтониана, который первоначально предполагался основным.

Поэтому необходимо использование существенно релятивистского подхода. В данной работе вычисление спектра масс системы кварка и антикварка будет производиться в рамках квазипотенциального подхода /3/. Как и в работах /4/, мы будем использовать релятивистское трехмерное двухчастичное квазипотенциальное уравнение, полученное Кадышевским /5/ на основе ковариантной гамильтоновой формулировки теории поля и позднее в работах /6/ на основе техники ковариантного приравнивания времен двух частиц у волновой функции (ВФ) уравнения Бете-Солпитера. В системе центра масс $(\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p})$ это уравнение принимает вид:

$$(2E_q-2E_p)\Psi_q(\vec{p})=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{d\vec{k}}{E_k}V(\vec{p},\vec{k};E_q)\Psi_q(\vec{k})$$

$$E_k=\sqrt{m^2+\vec{k}^2}\,;\ E_p^2-\vec{p}^{\,2}=m^2\,;\ \hbar=c=1\,. \tag{I.2}$$

В уравнении (I.I) удобно перейти к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению (РКП), которое было введено в [7] путем разложения ВФ относительно движения двух кварков по унитарным неприводимым представлениям группы Лоренца [8]

$$\Psi(\vec{r})=\int\xi^*(\vec{p},\vec{r})\Psi(\vec{p})\frac{d\vec{p}}{E_k} \tag{I.3}$$

$$\xi(\vec{p},\vec{r})=\left(\frac{E_p-\vec{p}\vec{n}}{m}\right)^{-1-irm},\ \vec{r}=r\vec{n}\,;\ \vec{n}^{\,2}=1\,. \tag{I.4}$$

Воспользовавшись разложением функций (I.4) по сферическим гармоникам [7] для радиальной части ВФ $R_\ell(r)$

$$\Psi(\vec{r})=\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)R_\ell(r)Y_\ell(\theta,\phi), \tag{I.5}$$

получим следующее конечно-разностное уравнение [7]:

$$\left[ch\,i\lambda\frac{d}{dr}+\frac{i\lambda}{r}sh\,i\lambda\frac{d}{dr}+\frac{\lambda^2\ell(\ell+1)}{r^2}exp\left(i\lambda\frac{d}{dr}\right)-X(r)\right]R_\ell(r)=0,$$

$$X(r)=\frac{2m+E_{cb}-V(r)}{2m}, \tag{I.6}$$

где $\lambda=\dfrac{\hbar}{mc}$ – комптоновская длина волны кварка.

Регулярное в нуле свободное решение уравнения (I.6), как было показано в [7], имеет вид:

$$R_\ell^{\text{своб.}}(r,\chi)=\sqrt{\frac{\pi}{2}\operatorname{sh}\chi}\,(-1)^{\ell+1}\frac{(-r/\chi)^{(\ell+1)}}{r}P^{-\frac{1}{2}-\ell}_{-\frac{1}{2}+i\frac{r}{\chi}}(\operatorname{ch}\chi) \qquad (I.7)$$

$P^{\mu}_{\nu}(\operatorname{ch}\chi)$ – функция Лежандра, а $(-r/\chi)^{(\ell+1)}$ – обобщенная степень, определяемая равенством

$$(-r/\chi)^{(\ell+1)}=(i)^{\ell+1}\frac{\Gamma(ir/\chi+\ell+1)}{\Gamma(ir/\chi)}.$$

В нерелятивистской теории $\Psi_\ell^{\text{нерел.}}(r)\xrightarrow[r\to 0]{} r^\ell$, что приводило к тому, что для $\ell\neq 0$ ВФ обращалась в нуль в начале координат. Такое поведение ВФ носит кинематический характер и связано с поведением при $r\to 0$ свободных решений $j_\ell(kr)\xrightarrow[r\to 0]{}(kr)^\ell$. В случае релятивистского уравнения свободные решения имеют существенно другое поведение при $r\to 0$, так что $\Psi_\ell^{\text{рел}}(0)\neq 0$ при $\ell\neq 0$ ж).

В § 2 мы найдем квазиклассическое условие квантования для конечно-разностного уравнения в РКП; в § 3 с использованием точного кулоновского решения при $r\sim 0$ будет получено выражение для ширин лептонных распадов векторных мезонов, а в § 4 в качестве применения формул, полученных в § 2 и § 3, вычислены спектры масс и ширины распадов J/ψ и Υ – частиц.

§ 2. Квазиклассическое условие квантования в РКП

Прежде чем приступать к решению конечно-разностного уравнения методом ВКБ /9а/, заметим, что в выражении (I.7) комплексным является лишь множитель $(-r/\chi)^{(\ell+1)}$. Целесообразно выделить этот множитель с помощью подстановки:

ж) При $r=0$ частицы находятся на расстоянии комптоновской длины волны.

$$R_\ell(r) = (-r/\lambda)^{(\ell+1)}/r \; K_\ell(r). \tag{2.1}$$

Функция $K_\ell(r)$ будет удовлетворять уравнению:

$$\left[2\,ch\left(i\lambda\frac{d}{dr}\right) + \frac{2(\ell+1)}{ir/\lambda}\, sh\left(i\lambda\frac{d}{dr}\right) - X(r)\right] K_\ell(r) = 0. \tag{2.2}$$

Гамильтониан в уравнении (2.2) является вещественным.

В отсутствие взаимодействия решением уравнения (2.2) является функция Лежандра

$$K_\ell(r) = P^{-\frac{1}{2}-\ell}_{-\frac{1}{2}+ir/\lambda}(ch\,\chi) = \left(\frac{sh\,\chi}{2}\right)^{\frac{1}{2}+\ell} \frac{\exp\left[-\chi\left(i\frac{r}{\lambda}+\ell+1\right)\right]}{\Gamma(3/2+\ell)}\times$$

$$\times\, {}_2F_1\left(i\frac{r}{\lambda}+\ell+1,\, \ell+1,\, 2\ell+2,\, 1-\exp(-2\chi)\right). \tag{2.3}$$

Ищем $K_\ell(r)$ в виде:

$$K_\ell(r) = \exp\left[\frac{i}{\hbar}g(r)\right],\; g(r) = g_0(r) + \frac{\hbar}{i}g_1(r) + \ldots \tag{2.4}$$

Подставляя (2.4) в (2.2) и удерживая члены нулевого порядка по $\hbar$, находим дифференциальное уравнение для $g_0(r)$:

$$\frac{\lambda}{\hbar}g_0'(r) = arcch\, X_\Lambda(r) - i\, arctg\, \Lambda\frac{\lambda}{r}. \tag{2.5}$$

$$X_\Lambda(r) = X(r)\left[1 + \left(\Lambda\frac{\lambda}{r}\right)^2\right],\; \Lambda = \ell+1 \;. \tag{2.6}$$

Мнимая часть в (2.5) даст вклад в предэкспоненциальный множитель в (2.4) и не скажется на виде условия квантования.

Учитывая члены порядка $\hbar$, приходим к уравнению для $g_1'(r)$:

$$g_1'(r) = -\frac{X_\Lambda'(r) - i\frac{\lambda\Lambda}{r^2+\lambda^2\Lambda^2}X_\Lambda(r)}{2\left(X_\Lambda^2(r)-1\right)}. \tag{2.7}$$

Для функц- $K_\ell(r)$ получим таким образом:

$$K_{\ell}(r) = \left[X_\Lambda^2(r)-1\right]^{-\frac{1}{4}}\left(\frac{r^2}{\lambda^2}+\Lambda^2\right)^{-\frac{\Lambda}{2}} \times$$

$$\times \exp\frac{i}{\lambda}\int\limits_{r_-}^{r} dr'\left[\operatorname{arcch} X_\Lambda(r') - \frac{X_\Lambda(r')}{2\left[X_\Lambda^2(r')-1\right]}\cdot\frac{\lambda\Lambda}{r'^2+\lambda^2\Lambda^2}\right]. \qquad (2.8)$$

Здесь $r_{-(+)}$ – точка поворота, определенная из условия:

$$X_\Lambda(r_{-(+)}) = 1.$$

Левая точка поворота r_- не равна 0 даже в случае $\ell = 0$, так как при этом $\Lambda \neq 0$. Аналогичная ситуация имеет место при квазиклассическом решении уравнения Шредингера, где производится замена $\ell(\ell+1) \to (\ell+\frac{1}{2})^2$ /9б/. В случае $r \gtrsim r_- \gg \lambda$, что имеет место для энергий $E \ll 2m$, выражение (2.8) упрощается. Записывая $K_\ell(r)$ в виде стоячей волны, получим:

$$K_\ell(r) \underset{r\gg\lambda}{=} \left[X_\Lambda^2(r)-1\right]^{-\frac{1}{4}}\left(\frac{r}{\lambda}\right)^{-\ell-1}\sin\left[\frac{1}{\lambda}\int\limits_{r_-}^{r} dr'\operatorname{arcch} X_\Lambda(r')\right]. \qquad (2.9)$$

Множитель $r^{-\ell-1}$ компенсирует вынесенное нами выражение $(r/\lambda)^{(\ell+1)} \underset{r/\lambda\to\infty}{\longrightarrow} (r/\lambda)^{\ell+1}$. Из (2.9) следует квазиклассическое условие квантования

$$\int\limits_{r_-}^{r_+} dr'\operatorname{arcch} X_\Lambda(r') = \lambda\pi\left(n+\frac{1}{2}\right). \qquad (2.10)$$

До сих пор мы не конкретизировали вид потенциала $V(r)$. Для случая $V(r) = Gr$ уравнение (1.6) решено методом Лапласа /10/. При этом было найдено точное условие квантования:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\cos\left[\frac{1}{G}(2\operatorname{sh}x - Wx)\right]dx = 0$$

$$W = 2mc^2 + E_{cb}. \qquad (2.11)$$

Вычисление интеграла в левой части (2.II) методом стационарной фазы приводит в случае $\ell = 0$ к

$$2m\,(\chi\,ch\chi - sh\chi) = \sigma\,\lambda\,\pi\,(n + 3/4)\,,$$
$$\pi(n + 3/4) \gg 1\,, \qquad (2.12)$$

что в точности совпадает с квазиклассическим условием квантования для линейного в РКП потенциала, которое было получено в /II/.

Для определения ширин лептонных распадов векторных мезонов воспользуемся формулой Ван Роена – Вайскопфа /I2/ (с учетом цвета):

$$\Gamma_{V\to e^+e^-} = 16\,\pi\alpha^2 M^{-2} e_q^2\,|\Psi_{n,\ell}(0)|^2. \qquad (3.1)$$

Здесь M – масса мезона, e_q – заряд кварка, а $\Psi_{n,\ell}(0)$ – ВФ системы кварка и антикварка, в качестве которой обычно используют нерелятивистскую ВФ системы. Мы будем подставлять в (3.I) релятивистскую ВФ $\Psi(r)$, заданную в РКП согласно (I.3а).

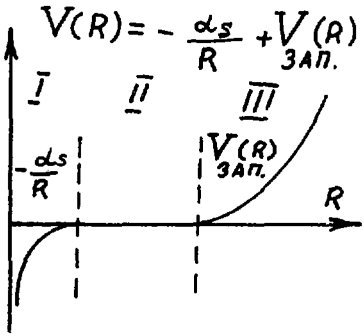
При малых r в потенциале (I.I) доминирует кулоновский член (область I на рисунке). В этой области ВФ совпадает с известным точным регулярным при $r = 0$ кулоновским решением:

$$R_\ell(r) = C_\ell\,\frac{\Gamma\left(i\frac{r}{\lambda} + \ell + 1\right)}{r\,\Gamma\left(i\frac{r}{\lambda}\right)}\,K_\ell(r)\,, \qquad (3.2)$$

$$K_\ell(r) = \exp\left(-i\frac{r}{\lambda} - i\chi\varkappa\right)\,{}_2F_1\left(\ell + 1 + \frac{ir}{\lambda};\, \ell + 1 + i\varkappa;\right.$$
$$\left. 2\ell + 2;\, 1 - \exp(-2\chi)\right)\,, \qquad (3.3)$$

$$\varkappa = \frac{\alpha_s}{2\,sh\chi}\,, \qquad (3.4)$$

где C_ℓ – неизвестный нормировочный множитель. Этот множитель входит в определение $\Psi(0)$. Для того, чтобы найти его, рассмотрим асимптотику точного кулоновского решения при больших r, записанную в виде стоячей волны



$$R_\ell(r) \xrightarrow[r\to\infty]{} C_\ell \frac{2\Gamma(2\ell+2)\exp\left[-\frac{\pi}{2}\varkappa+(\ell+1)\chi\right]}{(2\,sh\,\chi)^{\ell+1}\,R_\ell\left[\Gamma(\ell+1-i\varkappa)\right]}\times$$

$$\times\frac{1}{r}\sin\left[\chi r+\varkappa\ln(2r\,sh\,\chi)+\eta_\ell-\frac{\pi}{2}\ell\right], \tag{3.5}$$

где η_ℓ – релятивистская кулоновская фаза:

$$\eta_\ell = \arg\Gamma(\ell+1-i\varkappa). \tag{3.6}$$

Кулоновская фаза может быть также вычислена методом ВКБ:

$$\eta_\ell^{ВКБ} = \frac{1}{\chi}\lim_{r\to\infty}\left[\int\limits_{r_-^{кул.}}^{r} dr'\,\mathrm{arcch}\,X_\Lambda^{кул}(r') - \int\limits_{r_-^{своб.}}^{r} dr'\,\mathrm{arcch}\,X_\Lambda^{своб.}(r')\right] \tag{3.7}$$

Выполняя интегрирование в (3.7), приходим к следующему результату:

$$\eta_\ell^{ВКБ} = \varkappa-\varkappa\ln\sqrt{\varkappa^2+\Lambda^2}-\Lambda\arcsin\frac{\varkappa}{\sqrt{\varkappa^2+\Lambda^2}} -$$

$$-\Lambda \frac{2\alpha_s \varkappa \sqrt{\varkappa^2+\alpha_s^2}}{\alpha_s^2\varkappa^2+\Lambda^2(\alpha_s^2+\varkappa^2)}\, \operatorname{arcsh}\frac{\alpha_s}{\sqrt{\varkappa^2+\alpha_s^2}}\,. \tag{3.8}$$

В случае малой кулоновской константы $\alpha_s \ll 1$, а именно это имеет место при описании спектра J/ψ и Υ - частиц в нерелятивистской потенциальной модели /I,I3/ и согласуется с гипотезой об асимптотической свободе, последним слагаемым в правой части (3.8) можно пренебречь. Оставшиеся три слагаемых (3.8) и выражение (3.6) по форме в точности совпадают со своими нерелятивистскими аналогами /9б/. Отличием является то, что $\varkappa$ определена соотношением (3.4), которое в нерелятивистском пределе переходит в безразмерную величину, используемую в уравнении Шредингера:

$\varkappa \xrightarrow[c\to\infty]{} \frac{e^2}{\hbar v}$. Фазы η_ℓ и $\eta_\ell^{ВКБ}$ при $\varkappa \gg 1$ различаются лишь в членах порядка $\varkappa^{-1}$ /9/. Поэтому в кулоновском поле точное решение $\psi^{кул}(r)$ и квазиклассическая ВФ $\psi^{ВКБ}(r)$ совпадают с точностью до множителя в области больших r (область II на рисунке)при условии $\alpha_s \ll 1$, $\varkappa \gg 1$. Если для таких больших r еще можно пренебречь запирающей частью потенциала (I.I), то в области II можно "сшить" точное кулоновское решение (оно справедливо в областях I и II) с квазиклассическим решением, найденным для областей II и III[*)].

Таким образом, получаем для нормировочных констант соотношение:

$$C_\ell\, 2\,\Gamma(2\ell+2)\, \frac{\exp\left[-\frac{\pi}{2}\varkappa+(\ell+1)\chi\right]}{(2\,\mathrm{sh}\chi)^{\ell+1}} = \frac{C_{ВКБ}}{\left[X_\Lambda^2(r)-1\right]^{1/4}}\,. \tag{3.9}$$

---

*) Такая процедура сшивания для уравнения Шредингера была предложена в работе /I4/.

Константа $C_{ВКБ}$ находится путем интегрирования по классически доступной области:

$$\int |R_{n,\ell}(r')|^2 r'^2 dr' = \frac{|C_{ВКБ}|^2}{2} \int_{r_-}^{r_+} \frac{dr'}{\sqrt{\chi_\lambda^2(r')-1}} = 1. \tag{3.10}$$

Интеграл в (3.10) может быть вычислен путем дифференцирования по n условия квантования (2.10)

$$|C_{ВКБ}|^2 \approx \frac{2}{\pi \chi} \frac{d\chi_{n,\ell}}{dn}, \quad \chi_{n,\ell} = \frac{2m + E_{c\ell}}{2m}. \tag{3.11}$$

Вычисляя точную кулоновскую ВФ в пределе $r \to 0$, и, находя значение C_ℓ из выражений (3.9) и (3.11), получаем окончательно:

$$|\psi_{n,\ell}(0)|^2 = \chi^{-3} \frac{\exp \pi æ}{4 æ\, sh \pi æ} \left| P^{-\frac{1}{2}-\ell}_{-\frac{1}{2}+iæ}(ch\chi) \right|^2 \frac{d\chi_{n,\ell}}{dn} \prod_{\ell'=0}^{\ell} (\ell'^2 + æ^2). \tag{3.12}$$

Это выражение отлично от нуля даже для состояний с $\ell \neq 0$. Поэтому, воспользовавшись (3.12), мы можем, вообще говоря, применить выражение (3.1) для описания распадов состояний с любым значением ℓ.

§ 4. Сравнение с экспериментом

Численные расчеты и сравнение с экспериментальными данными будем проводить для двух вариантов потенциала запирания, заданного в РКП:

$$V_{conf}(r) = \sigma r \tag{4.1}$$

$$V_{conf}(r) = \sigma' \ln mr. \tag{4.2}$$

Наша модель содержит три неизвестных параметра: массу кварка m и два параметра α_s и σ, характеризующих потенциалы. Зафиксируем их по массам S-состояний с главным квантовым числом $n=1$ и $n=2$ и по лептонной ширине основного состояния $n=1$, $\ell=0$. Экспериментальные данные взяты нами из обзора /I/. Расчеты для системы $\lambda\bar{\lambda}$ производились в предположении, что первое радиальное возбуждение имеет массу I,573 ГэВ. Результаты расчетов спектров масс и лептонных ширин φ, J/ψ и Υ -частиц представлены в таблицах. Численные значения параметров (см. таблицу 5) соответствуют значениям, полученным в нерелятивистском подходе /I/. Наши результаты согласуются с неравенствами работы /I5/:

$$m_b - m_c > 3.29 \text{ ГэВ}, \quad 2M_{1P} > M_{1S} + M_{2S}.$$

В отличие от нерелятивистского подхода, не наблюдается равенства параметров потенциала для $\lambda\bar{\lambda}$, $c\bar{c}$ и $b\bar{b}$ взаимодействия.

Как следует из таблиц I и 2, потенциал запирания (4.I) дает несколько завышенные значения масс, а потенциал (4.2) – заниженные. Поэтому можно ожидать, что для точного описания спектра масс потенциал запирания должен расти медленнее r, но быстрее, чем $\ln mr$. Такая же ситуация имеет место и в подходе, основанном на уравнении Шредингера /I6/. В таблице 3 приведены значения r_+ – правой точки поворота, которая характеризует размеры частицы в РКП. Видно, что размеры связанных состояний убывают с увеличением массы кварков и растут с увеличением квантовых чисел n и ℓ. Данные таблицы 3 позволяют оценить плотность энергии B внутри адрона, которая была введена в модели мешков /I7/ и интерпретируется как давление кварков на стенки потенциальной ямы. В таблице 6 приведены значения величины $B^{1/4}$ (МэВ), вычисленной по формуле: $B = E_{cl.} / \frac{4}{3}\pi r_-^3$. Наблюдается приблизительное согласие с оценками, полученными в работе /I7/: $B^{1/4} \sim 150$ МэВ.

Таблица I

Сравнение масс J/ψ и Υ -частиц с экспериментальными данными: а) $V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + G r$; б) $V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + G' \ln m r$.
Значения параметров приведены в таблице 5.

		$M_{J/\psi}$ (ГэВ)			M_{Υ} (ГэВ)		
n	ℓ	Эксп.	а)	б)	Эксп.	а)	б)
I	0	3,095	3,095	3,095	9,46	9,46	9,46
2	0	3,686	3,686	3,686	I0,0I	I0,0I	I0,005
3	0	4,03	4,I66	4,0I4	I0,38	I0,44	I0,3I
4	0	4,4I	4,589	4,242		I0,82	I0,52
I	I	3,522	3,436	3,508		9,8I	9,87
2	I		3,945	3,899		I0,27	I0,22
3	I		4,389	4,I58		I0,66	I0,45
4	I		4,762	4,350		II,0I	I0,62
I	2	3,772	3,708	3,770		I0,08	I0,I2
2	2		4,I73	4,064		I0,49	I0,38
3	2		4,592	4,277		I0 ,85	I0,56
4	2		4,978	4,442		II,I9	I0,7I
I	3		3,945	3,963		I0,3I	I0,30
2	3		4,38I	4,I97		I0,69	I0,50
3	3		4,78I	4,378		II,03	I0,66
4	3		5,I55	5,525		II,36	I0,79

В таблице 3 представлены значения ширин лептонных распадов φ , J/ψ и Υ -частиц, вычисленные по формуле (3.I2) для S -состояний. Качество описания экспериментальных данных такое же, как и в нерелятивистском подходе.

Таблица 2

Сравнение масс семейства φ -мезонов с экспериментальными данными для линейного потенциала запирания. Значения параметров приведены в таблице 5.

		M_φ (ГэВ)	M_φ (ГэВ)
n	ℓ	Эксп.	Теория а)
I	0	I,0I9	I,0I9
I	I		I,33I
I	2		I,555
2	0	I,573	I,582
2	I		I,805
2	2		I,990
3	0		2,2I8
3	I		2,280
3	2		2,373

Таблица 3

Значения правой точки поворота r_+ (ГэВ$^{-1}$) и для систем $\lambda\bar{\lambda}$, $c\bar{c}$ и $b\bar{b}$ при различных значениях квантовых чисел n и ℓ для линейного запирающего потенциала.

n	ℓ	r_+ (ГэВ$^{-1}$)		
		$\lambda\bar{\lambda}$	$c\bar{c}$	$b\bar{b}$
I	0	8,2	4,I	2,I
2	0	I5,8	7,2	3,8
3	0	22,	9,8	5,I
I	1	II,	5,5	2,9
2	1	I8,	8,4	4,5
3	1	24,	I0,9	5,8

Таблица 4

Сравнение лептонных ширин φ, J/ψ и Υ-частиц, вычисленных с использованием формулы (3.I2) с экспериментальными данными.

а) $V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + G r$

б) $V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + G' \ln m r'$

	$\Gamma_{\Upsilon \to e^+e^-}$ (кэВ)			$\Gamma_{J/\psi \to e^+e^-}$ (кэВ)			$\Gamma_{\varphi \to e^+e^-}$ (кэВ)	
n	Эксп.	Теория а)	Теория б)	Эксп.	Теория а)	Теория б)	Эксп.	Теория а)
I	I,33 ±,I4	I,3	I,3	4,8±0,6	4,8	4,8	I,27 ±0,04	I,II
2	0,33 ±0,I	0,88	0,59	2,I±0,3	2,6	I,7		0,28
3		0,70	0,37	0,75±0,I	I,8	0,95		0,I3
4		0,60	0,26	0,44±,I4	I,3	0,67		0,08

Таблица 5

Значения параметров модели, найденные из сравнения с экспериментальными данными.

	$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + G r$		
	m_q (ГэВ)	α_s	G (ГэВ^2)
$\varphi(\lambda\bar{\lambda})$	0,305	I,58	0,066
$J/\psi(c\bar{c})$	I,207	0,503	0,I84
$\Upsilon(b\bar{b})$	4,462	0,363	0,307
	$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + G' \ln m r$		
	m_q (ГэВ)	α_s	G' (ГэВ)
$J/\psi(c\bar{c})$	I,079	0,52I	0,733
$\Upsilon(b\bar{b})$	4,095	0,3I8	0,663

Таблица 6

Значения величины $B^{1/4}$ (МэВ). B – плотность энергии внутри адрона.

n	ℓ	$B^{1/4}$ (МэВ)		
		$\lambda\bar{\lambda}$	$c\bar{c}$	$b\bar{b}$
I	0	II0	220	340
2	0	88	I40	260
I	I	II0	I60	3I0
2	I	85	I20	240

Из таблицы 5 следует, что величина кулоновской константы α_s убывает с ростом массы системы $q\bar{q}$. Такое поведение константы $\alpha_s = \alpha_s(M_{q\bar{q}})$ согласуется с гипотезой об асимптотической свободе.

Авторы выражают благодарность В.Г.Кадышевскому и С.П.Кулешову за интерес к работе, а также А.Е.Дорохову, С.Г.Коваленко, А.В. Кудинову за обсуждения.

Литература:

I. Quigg C., Rosner J.L. FERMILAB-Pub. -79/22-THY, 1979.
2. Barbieri R. et al. Nucl.Phys., 1976, B105, p. 125.
3. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cimento, 1963, 29, p. 280.
4. Скачков Н.Б. ТМФ I975, 22, стр. 2I3.
5. Kadyshevsky V.G. Nucl.Phys. 1968, B6, p. 125.
6. Faustov R.N. Ann.Phys., 1973, 78, p. 176.
7. Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., Skachkov N.B. Nuovo Cimento, 1968, 55A, p. 233.

8. Шапиро И.С. ДАН СССР, 1956, 106, стр. 647.
9. а) Донков А.Д. и др. В кн:" Взаимодействие адронов при высоких энергиях" Материалы Межд. семинара, Баку, 24-27 апреля 1972). Изд. Института физики АН АзССР, Баку, 1972, стр. 5 ; В кн: "Труды IУ Международного симпозиума по нелокальным теориям поля", Алушта, 1976, ОИЯИ, Д2-9788, Дубна, 1976.
б) Флюгге З. Задачи по квантовой механике. Т.I, Мир, Москва, 1974, стр. 326.
10. Yhung K.S., Chung, K.N., Wieley R.S. Phys.Rev., 1975, D12, p. 1999.
11. Скачков Н.Б., Соловцев И.Л. Письма в ЖЭТФ, 1978, 28, стр. 326.
12. Van Royen R., Weisskopf V.F. Nuovo Cimento, 1967, 50, p.617.
13. Appelquist T., Barnett M.R., Lane K., SLAC-PUB-210, 1978.
14. Bell J.S., Pasupathy J., Ref. TH2649-CERN, 1979.
15. Grosse H., Martin A., Phys.Lett., 1978, 79B, p. 103.
16. Machaček M., Tomozawa Y., Annals of Physics, 1978, 110, p.407.
17. Chodos A. et al. Phys.Rev., 1974, D9, p. 3471; D10, p. 2599.
De Grand J. et al. Phys.Rev., 1975, D12, p. 2060.
18. Appelquist T., Politzer H.D. Phys.Rev.Lett. 1975, 34, p. 43; Phys.Rev., 1975, D12, p. 1404.
Barbieri R., Gatto R. Phys.Lett., 1978, 74B, p. 225

Рукопись поступила в издательский отдел
21 января 1980 года.