



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

4515/2-80

22/9-80

P2-80-406

М.И.Подгорецкий

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ
ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ

1980

Подгорецкий М.И.

P2-80-406

К вопросу об интерференции тождественных частиц

Проанализирован парадокс, связанный с регистрацией пары тождественных частиц, образующихся при высвечивании двух одинаковых атомов или при распаде одинаковых тяжелых резонансов. Обсуждаются особенности интерференции медленных тождественных π -мезонов, генерируемых в столкновениях релятивистских дейтронов с ядрами. Показано, что на этой основе возможно исследование вопроса о степени независимости взаимодействий каждого из нуклонов, входящих в состав дейтрона.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1980

Podgoretsky M.I.

P2-80-406

On the Interference of Similar Particles

A paradox connected with the detection of a pair of

1. Настоящая заметка содержит несколько замечаний, связанных с интерференцией пар тождественных частиц. Начнем с небольшого парадокса. Пусть в точке \vec{R}_1 расположен возбужденный атом с шириной уровня Γ , испускающий при переходе в основное состояние фотон с энергией, близкой к E . Если регистрируется фотон, вылетающий в каком-то фиксированном направлении с определенным импульсом \vec{p} , то соответствующая нормированная амплитуда

$$A(\vec{R}_1, \vec{p}) = e^{-i\vec{p}\vec{R}_1} a(\vec{p}), \quad /1/$$

$$\int |a(\vec{p})|^2 d^3p = 1. \quad /2/$$

Предположим теперь, что в точке \vec{R}_2 расположен второй такой же возбужденный атом. Для него амплитуда

$$A(\vec{R}_2, \vec{p}) = e^{-i\vec{p}\vec{R}_2} \cdot a(\vec{p}). \quad /1'/$$

Амплитуда двухчастичного процесса регистрации двух фотонов с импульсами \vec{p}' и \vec{p}''

$$A(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{p}', \vec{p}'') = a(\vec{p}') \cdot a(\vec{p}'') \{ e^{-i(\vec{R}_1\vec{p}' + \vec{R}_2\vec{p}'')} + e^{-i(\vec{R}_1\vec{p}'' + \vec{R}_2\vec{p}')} \},$$

а вероятность /3/

$$W(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{p}', \vec{p}'') = |A(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{p}', \vec{p}'')|^2 = 2 |a(\vec{p}') a(\vec{p}'')|^2 \{ 1 + \cos(\vec{R}_1 - \vec{R}_2) (\vec{p}' - \vec{p}'') \}.$$

Полная вероятность регистрации двух фотонов /4/

$$W(\vec{R}_1, \vec{R}_2) = \frac{1}{2} \iint W(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \vec{p}', \vec{p}'') d^3p' d^3p'' = \iint |a(\vec{p}') a(\vec{p}'')|^2 \{ 1 + \cos(\vec{R}_1 - \vec{R}_2) (\vec{p}' - \vec{p}'') \} d^3p' d^3p''. \quad /5/$$

Половинка перед первым интегралом связана с тождественностью фотонов, поскольку конфигурации (\vec{p}', \vec{p}'') и (\vec{p}'', \vec{p}') отвечают одному и тому же конечному состоянию.

Пусть энергия фотона настолько велика, что

$$|\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \cdot |\vec{p}| \gg 1. \quad /6/$$

Тогда $\cos(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)(\vec{p}' - \vec{p}'')$ быстро осциллирует, соответствующая часть интеграла /5/ исчезает и

$$W(\vec{R}_1, \vec{R}_2) = \iint |a(\vec{p}') \cdot a(\vec{p}'')|^2 d^3 p' d^3 p'' = 1,$$

т.е. полная вероятность процесса равна, как и следовало ожидать, единице. Парадокс возникает при излучении достаточно мягких фотонов, когда /6/ заменяется противоположным неравенством

$$|\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \cdot |\vec{p}| \ll 1. \quad /7/$$

Здесь при любых направлениях вылета фотонов $\cos(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)(\vec{p}' - \vec{p}'') = 1$, т.е. полная вероятность

$$W = 2 \iint |a(\vec{p}')|^2 \cdot |a(\vec{p}'')|^2 d^3 p' d^3 p'' = 2.$$

Обсуждаемый парадокс состоит в очевидной нелепости полученного результата.

Такой же парадокс возникает, если вместо возбужденных атомов в точках \vec{R}_1 и \vec{R}_2 помещены одинаковые неподвижные тяжелые резонансы и распад каждого резонанса сопровождается образованием медленного π -мезона с импульсом, удовлетворяющим условию /7/. В качестве академического примера можно рассуждать о столкновении релятивистского дейтрона с каким-либо ядром, предполагая, что каждый из нуклонов генерирует упомянутый тяжелый резонанс. Парадокс состоит тогда в том, что при подсчете эффективного сечения процесса суммированием по всем возможным импульсам конечных тождественных π -мезонов получается величина, вдвое большая сечения генерации резонансов.

Проблема не возникла бы, если бы распад резонансов /или переход атомов в основное состояние/ сопровождался появлением нетождественных конечных частиц или даже тождественных частиц, но обладающих существенно разными энергиями ($\Delta E \gg \Gamma$). Тогда амплитуда /3/ не содержала бы обменной экспоненты и полная вероятность процесса равнялась бы единице. Однако нас интересует сейчас как раз другой случай, когда один атом /или резонанс/ испускает такую же частицу и с точностью до ширины Γ с такой же энергией, как и второй.

Для решения парадокса надо более внимательно обсудить особенности квантовых переходов в системе двух одинаковых атомов /резонансов/. Такой анализ проведен, например, в работах В.Л.Любошица^{1,2/}. Сначала оба атома возбуждены, после испускания первого фотона возбужденным остается только один атом. Здесь есть две возможности: в первом случае возбужден атом, находящийся в точке \vec{R}_1 , во втором - в точке \vec{R}_2 . Оба состояния совершенно эквивалентны, и если атомы расположены далеко друг от друга ($|\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \cdot |\vec{p}| \gg 1$), имеет место почти точное квантовомеханическое вырождение.

Вырождение снимается при малом расстоянии между атомами, когда возбужденный атом, излучая виртуальный фотон, может обмениваться возбуждением с невозбужденным атомом. В этих условиях стационарными оказываются два состояния, симметричное и антисимметричное по отношению к возбуждению /см. также^{1,3/}, стр.210/. Существенно, что энергия одного из них выше энергии возбуждения изолированного атома, энергия другого - ниже. Величина энергетического расщепления δE зависит от расстояния между атомами, она тем больше, чем ближе атомы друг к другу. При выполнении условия /7/

$$\delta E \approx \frac{\Gamma}{(|\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \cdot |\vec{p}|)^3} \gg \Gamma^* \quad /8/$$

Кроме того, в рассматриваемых условиях антисимметричное состояние вообще не возбуждается, излучение первого фотона приводит к образованию одного только симметричного состояния; излучение второго фотона происходит именно из этого промежуточного состояния, после чего оба атома оказываются невозбужденными.

Сказанным парадокс полностью разъясняется: выполнение условия /7/ влечет за собой неравенство /8/, т.е. при достаточно близком расположении атомов излучаемые фотоны имеют разные энергии, единый двухчастичный процесс разбивается на два последовательных одночастичных, интерференция отсутствует и полная вероятность процесса равна единице. В рассматриваемых ус-

* Предполагается, что речь идет о характерных для атомов дипольных переходах. Если при распаде резонанса на две частицы одна из них не имеет спина / π -мезоны/, то /8/ переходит в

$$\delta E \approx \frac{\Gamma}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_2| \cdot |\vec{p}|}.$$

ловиях нельзя, конечно, считать, что первый фотон излучен каким-то одним атомом, а второй - другим; напротив, каждый из актов излучения затрагивает сразу оба атома. Подчеркнем также, что существенным элементом рассуждения является предположение о достаточно большом времени жизни промежуточных состояний ($\Gamma, \delta E \ll E$). Иначе теряет смысл представление о самом существовании промежуточных состояний /возбужденных атомов или резонансов/ и исчезает исходная постановка вопроса о каком-либо парадоксе.

Заканчивая настоящий раздел, заметим, что мы ограничились рассмотрением предельного случая очень мягких фотонов только в целях наглядности. В принципе аналогичный кажущийся парадокс возникает и для фотонов большой энергии, поскольку даже при выполнении неравенства /6/ имеется небольшая область фазового пространства, в которой $|(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)(\vec{p}' - \vec{p}'')| \ll 1$, из-за чего вычисляемая по формуле /5/ полная вероятность двухфотонного процесса несколько отличается от единицы. Однако даже в таких условиях коллективные промежуточные состояния нельзя считать строго вырожденными, хотя их расщепление и очень мало по сравнению с шириной Γ . Строгий учет этого обстоятельства, основанный на соотношениях, содержащихся в работе /2/, показывает, что полная вероятность двухфотонного процесса по-прежнему равна единице.

2. Отсутствие интерференции тождественных частиц при выполнении условия /7/ ни в коем случае не является общим утверждением. Речь выше шла только об одной вполне определенной модели; в процессах другого типа такая интерференция может иметь место и ее наличие не приводит ни к каким парадоксам. Рассмотрим, например, столкновение релятивистского дейтрона с достаточно большим ядром, сопровождаемое образованием вторичных π -мезонов. Естественно считать, что нуклоны дейтрона взаимодействуют с ядром в разных точках, R_1 и R_2 /как правило, нуклонам ядра передаются большие импульсы, вследствие чего точки R_1 и R_2 фиксированы с достаточной точностью/. Можно также думать, что рассматриваемые взаимодействия независимы, поскольку π -мезоны, генерированные одним из нуклонов дейтрона, почти не влияют на движение второго нуклона*. В таких условиях в процессе генерации в точках R_1 и R_2 двух тождественных π -мезонов имеет место интерференция прямой и обменной амплитуд, отсутствующая при генерации двух неодинаковых π -мезонов.

* Медленные π -мезоны имеют слишком малый импульс, а быстрые идут в малом телесном угле и очень редко рассеиваются на "чужом" нуклоне.

Рассмотрим этот вопрос более подробно, предполагая, что дейтрон сталкивается с ядром, не обладающим изотопическим спином, например с углеродом. Предположим также, что взаимодействие каждого из нуклонов дейтрона с ядром сопровождается образованием не более чем одного π -мезона в интересующей нас области фазового пространства /хотя общее число π -мезонов может быть произвольным/. Последнее предположение приближенно выполняется, если отбирать очень медленные π -мезоны. Естественно тогда считать, что в событиях с участием двух таких π -мезонов с большой вероятностью один из них образован одним нуклоном дейтрона, второй - другим нуклоном, т.е. с ядром провзаимодействовали оба нуклона дейтрона. Если нуклоны обладают достаточно высокой энергией, то рассматриваемые медленные π -мезоны в основном связаны с процессом фрагментации ядра и амплитуда генерации π -мезона /1/ не зависит /или почти не зависит/ от зарядового состояния как самого π -мезона, так и первичного нуклона, участвующего во взаимодействии.

Если выполнены перечисленные выше естественные предположения, по отношению к знакам зарядов π -мезонов возникает ситуация, характерная для статистической теории /см. также /4,5/. Тогда дифференциальное сечение генерации пары тождественных π -мезонов /например, пары $\pi^+\pi^+$ /

$$\frac{d^6 \sigma_{++}}{d^3 \vec{p}' d^3 \vec{p}''} = 2 \cdot |a(\vec{p}') \cdot a(\vec{p}'')|^2 \{1 + \cos(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)(\vec{p}' - \vec{p}'')\}, \quad /4/$$

а полное сечение в рассматриваемой области фазового объема

$$\sigma_{++} = \iint |a(\vec{p}') \cdot a(\vec{p}'')|^2 \{1 + \cos(\vec{R}_1 - \vec{R}_2)(\vec{p}' - \vec{p}'')\} d^3 \vec{p}' d^3 \vec{p}'' \quad /5/$$

Соответствующие эффективные сечения для пары $\pi^+\pi^-$

$$\frac{d^6 \sigma_{+-}}{d^3 \vec{p}' d^3 \vec{p}''} = 2 |a(\vec{p}') \cdot a(\vec{p}'')|^2, \quad \sigma_{+-} = \iint |a(\vec{p}') a(\vec{p}'')|^2 d^3 \vec{p}' d^3 \vec{p}'' \quad /9/$$

Следовательно, для достаточно медленных π -мезонов дифференциальное сечение образования пары $\pi^+\pi^+$ вдвое больше, чем для пары $\pi^+\pi^-$, в то время как полные сечения σ_{++} и σ_{+-} совпадают. Для более энергичных π -мезонов, когда почти во всей области фазового объема выполняется условие /6/, соотношение между полными сечениями изменяется. Если для рассматриваемых более энергичных π -мезонов по-прежнему верны сформулированные ранее предположения, то $\sigma_{++} = \frac{1}{2} \sigma_{+-}$.

При сопоставлении дифференциальных сечений следует учесть, что формулу $/4'$ надо еще усреднить по всем возможным положениям точек R_1 и R_2 . Поэтому при достаточно большой величине $|\vec{p}' - \vec{p}''|$ интерференционный член в $/4'$ усредняется и дифференциальные сечения генерации пар $\pi^+\pi^+$ и $\pi^+\pi^-$ совпадают. Для пар с малой разностью импульсов интерференционный член остается и приводит к появлению хорошо известного максимума; в этой области дифференциальное сечение генерации пары $\pi^+\pi^+$ вдвое превосходит сечение $\pi^+\pi^-$.

Подчеркнем, что в рамках рассматриваемой модели соотношения между эффективными сечениями генерации пар тождественных и нетождественных π -мезонов не зависят от вида одночастичной амплитуды $a(\vec{p})$. В частности, здесь нет обычного требования $a(\vec{p}) = \text{const}$, предполагаемого при сопоставлении эффективных сечений генерации пары тождественных π -мезонов в области интерференционного максимума и вне этой области /см., например, ^{8/}. С другой стороны, существенную роль играют исходное допущение о том, что рассматриваемые π -мезоны образованы разными нуклонами дейтрона, и предположение о независимости одночастичных амплитуд от знака заряда π -мезона. Если указанные предположения не выполнены, соотношения между сечениями генерации пар тождественных и нетождественных π -мезонов могут отличаться от приведенных выше *.

Столь же существенно предположение о независимости актов генерации рассматриваемых π -мезонов. Будучи вполне естественным, оно все же нуждается в экспериментальной проверке, так как вполне возможны эффекты, нарушающие указанную независимость. В частности, независимость генерации π -мезонов может не иметь места, если в процессе взаимодействия с ядром нуклоны дейтрона оказываются очень близко друг от друга. Не исключено, что изучение интерференционных корреляций π -мезонов может оказаться полезным в исследовании вопросов такого рода.

Столкновения ядер мишени с быстрыми дейтронами рассмотрены в настоящем сообщении только в качестве примера. Аналогичные явления могут иметь место и при использовании других "снарядов", например быстрых ядер углерода или α -частиц. В последнем слу-

* В части событий пары π -мезонов генерируются только одним из нуклонов дейтрона. Вероятно, роль таких событий можно приближенно оценить, анализируя взаимодействия, содержащие стриппинговый протон. В этой связи представляет также интерес сопоставление эффективных сечений генерации медленных π -мезонов в реакциях $p + {}^{12}\text{C}$, $n + {}^{12}\text{C}$ и $d + {}^{12}\text{C}$.

чае интересен, в частности, анализ событий с двумя стриппинговыми протонами.

Благодарю А.П.Гаспаряна, В.В.Глаголева, А.И.Голохвастова, А.В.Никитина, М.К.Сулейманова и С.А.Хорозова за помощь при подготовке настоящей публикации; в особенности благодарю В.Л.Любошица за участие в обсуждении материала и ряд важных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Любошиц В.Л. ЖЭТФ, 1967, 53, с.1630.
2. Любошиц В.Л. ЖЭТФ, 1977, 72, с.1375.
3. Гельфер Я.М., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. Парадокс Гиббса и тождественность частиц в квантовой механике. "Наука", М., 1975.
4. Копылов Г.И., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р2-8069, Дубна, 1974.
5. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ЯФ, 1975, 21, с.205.
6. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ЯФ, 1979, 30, с.789.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июня 1980 года.

При сопоставлении дифференциальных сечений следует учесть, что формулу $/4'/$ надо еще усреднить по всем возможным положениям точек R_1 и R_2 . Поэтому при достаточно большой величине $|\vec{p}' - \vec{p}''|$ интерференционный член в $/4'/$ высредняется и дифференциальные сечения генерации пар $\pi^+\pi^+$ и $\pi^+\pi^-$ совпадают. Для пар с малой разностью импульсов интерференционный член остается и приводит к появлению хорошо известного максимума; в этой области дифференциальное сечение генерации пары $\pi^+\pi^+$ вдвое превосходит сечение $\pi^+\pi^-$.

Подчеркнем, что в рамках рассматриваемой модели соотношения между эффективными сечениями генерации пар тождественных и нетождественных π -мезонов не зависят от вида одночастичной амплитуды $a(\vec{p})$. В частности, здесь нет обычного требования $a(p) = \text{const}$, предполагаемого при сопоставлении эффективных сечений генерации пары тождественных π -мезонов в области интерференционного максимума и вне этой области /см., например, ^{6/}. С другой стороны, существенную роль играют исходное допущение о том, что рассматриваемые π -мезоны образованы разными нуклонами дейтрона, и предположение о независимости одночастичных амплитуд от знака заряда π -мезона. Если указанные предположения не выполнены, соотношения между сечениями генерации пар тождественных и нетождественных π -мезонов могут отличаться от приведенных выше *.

Столь же существенно предположение о независимости актов генерации рассматриваемых π -мезонов. Будучи вполне естественным, оно все же нуждается в экспериментальной проверке, так как вполне возможны эффекты, нарушающие указанную независимость. В частности, независимость генерации π -мезонов может не иметь места, если в процессе взаимодействия с ядром нуклоны дейтрона оказываются очень близко друг от друга. Не исключено, что изучение интерференционных корреляций π -мезонов может оказаться полезным в исследовании вопросов такого рода.

Столкновения ядер мишени с быстрыми дейтронами рассмотрены в настоящем сообщении только в качестве примера. Аналогичные явления могут иметь место и при использовании других "снарядов", например быстрых ядер углерода или α -частиц. В последнем слу-

* В части событий пары π -мезонов генерируются только одним из нуклонов дейтрона. Вероятно, роль таких событий можно приближенно оценить, анализируя взаимодействия, содержащие стриппинговый протон. В этой связи представляет также интерес сопоставление эффективных сечений генерации медленных π -мезонов в реакциях $p + {}^{12}\text{C}$, $n + {}^{12}\text{C}$ и $d + {}^{12}\text{C}$.

чае интересен, в частности, анализ событий с двумя стриппинговыми протонами.

Благодарю А.П.Гаспаряна, В.В.Глаголева, А.И.Голохвастова, А.В.Никитина, М.К.Сулейманова и С.А.Хорозова за помощь при подготовке настоящей публикации; в особенности благодарю В.Л.Любошица за участие в обсуждении материала и ряд важных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Любошиц В.Л. ЖЭТФ, 1967, 53, с.1630.
2. Любошиц В.Л. ЖЭТФ, 1977, 72, с.1375.
3. Гельфер Я.М., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. Парадокс Гиббса и тождественность частиц в квантовой механике. "Наука", М., 1975.
4. Копылов Г.И., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р2-8069, Дубна, 1974.
5. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ЯФ, 1975, 21, с.205.
6. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ЯФ, 1979, 30, с.789.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июня 1980 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ
ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники