2694/2-80

23/VI-80

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-80-160

Я.З.Дарбандзе, Н.В.Махалдиани

ИЗУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ СВОЙСТВА АДРОННЫХ СИСТЕМ В ГЛУБОКОНЕУПРУГИХ ПРОЦЕССАХ

1980

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы на основе общих принципов квантовой теории поля был проведен анализ свойств масштабных инвариантностей глубоконеупругих, эксклюзивных и инклюзивных процессов [1,2]. Инклюзивные процессы с одной или двумя выделенными частицами с определенными импульсами упрощают весьма сложную задачу изучения множественных процессов, поскольку в них учитывается вклад всех многочастичных каналов, следовательно, создается усредненное представление о динамике множественного процесса. Большое внимание также уделяется изучению масштабно-инвариантных закономерностей в полуинклюзивных реакциях с заданной топологией $n^{зар}$ заряженных частиц с целью оценки вкладов различных множественностей в наблюдаемые эффекты. В настоящее время установлено, что многие масштабно-инвариантные закономерности, наблюдаемые в адрон-адронных множественных процессах /например, соотношение КНО [3], линейная зависимость дисперсии от средней множественности [4], корреляции между нейтральными и заряженными адронами данного типа и т.д./, характерны также и для глубоконеупругого рассеяния лептонов на адронах /ядрах/ [5]. Качественное объяснение этого явления излагается ниже с помощью многозарядной модели квантовой теории поля на основе метода ренорм-группы [6-8] и принципа максимальной автомодельности [9]. В частности, нами исследуется глубоконеупругое рассеяние лептонов на адронах, когда в конечном состоянии, наряду с лептоном, регистрируются системы адронов разного сорта с данными множественностями. Взаимодействие лептона с адроном будем учитывать в низшем порядке по электромагнитному взаимодействию* /соответствующую кинематику см. в [10,12] /.

В глубоконеупругих процессах для коэффициентов так называемого разложения Вильсона произведения операторов [13] применялись в основном известные методы ренорм-группы /см. обзоры [12,14,15] /. Оператору ренорм-группы, как правило, добавляют частную производную по кинематической переменной q^2 / q - переданный 4-импульс от лептонов к адронам/. Поэтому в соответствующих решениях фигурирует параметр $t = \ln(Q^2/Q_b^2)$, где

---

* Инклюзивное электророждение на ядрах, когда регистрируется лептон и (A-1)-фрагмент начального ядра, изучалось в работе [11].

$Q^2=-q^2$, $Q_b^2=-q_b^2$. Структурные функции глубоконеупругого рассеяния лептонов на адронах, вообще говоря, зависят от нескольких переменных, и уравнения ренорм-группы, приспособленные непосредственно к ним, следует модифицировать так, чтобы они содержали частные производные по всем кинематическим переменным. Из этих соображений в нашем рассмотрении τ будет иметь вид $\tau=\ln\frac{q^\mu q_{b\mu}}{q_b^2}$, где $\vec{q}_b$ - некоторое начальное значение $\vec{q}$.

В разделе 2 настоящей работы показано, что на основе некоторых предположений о корреляции между адронами структурные функции эксклюзивных каналов удовлетворяют автомодельному соотношению по множественностям регистрируемых адронов разного сорта. Предложен метод определения структурных функций полуинклюзивных каналов по заряженным частицам реакции, и показана в модифицированном виде справедливость масштабно-инвариантного соотношения, рассмотренного в работе /16/. Тут же выведена корреляция между нейтральными и заряженными частицами определенного типа.

Полученные в разделе 3 соотношения между дифференциальными сечениями глубоконеупругого эксклюзивного и полуинклюзивного рассеяния лептонов на частицах носят общий характер для сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий. В предложенном рассмотрении обсуждены также некоторые смежные вопросы /типа "масштабной инвариантности в среднем" /23/.

2. МАСШТАБНО-ИНВАРИАНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТЯМ В УСЛОВИЯХ ОТСУТСТВИЯ КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ АДРОНАМИ РАЗНОГО ТИПА

Рассмотрим разложение адронного тензора $W_{\mu\nu}$ глубоконеупругого рассеяния лептона $\ell(k)$ на адроне a по эксклюзивным каналам реакции $\ell(k)+a\to\ell'(k')+n_1+\ldots+n_\nu$:

$$W_{\mu\nu}=\frac{1}{8\pi}\sum_{n_1,\ldots,n_\nu}(2\pi)^4\int\prod_{n_1,\ldots,n_\nu}\frac{d^3\vec{p}_{n_1}}{(2\pi)^3E_{n_1}}\cdots\frac{d^3\vec{p}_{n_\nu}}{(2\pi)^3E_{n_\nu}}\times$$

$$\times\,\delta^{(4)}(p_a+q-\sum_{n_1}p_{n_1}-\sum_{n_\nu}p_{n_\nu})\times \qquad /1/$$

$$\times\langle a|J_\mu|n_1,\ldots,n_\nu\rangle\langle n_1,\ldots,n_\nu|J_\nu|a\rangle .$$

Структурные функции W_i, $W_i(n_1,\ldots,n_\nu)$ и $W_i(n_1^{зар},\ldots,n_\nu^{зар})$ инклюзивного $\ell(k)+a\to\ell'(k')+X$, эксклюзивного $\ell(k)+a\to\ell'(k')+n_1+\ldots+n_\nu$ и полуинклюзивного $\ell(k)+a\to\ell'(k')+n_1^{зар}+\ldots+n_\nu^{зар}+X$ каналов связаны между собой следующим образом:

$$W_i=\sum_{n_1\ldots n_\nu}W_i(n_1,\ldots,n_\nu)\,, \qquad /2а/$$

$$W_i(n_1^{зар},\ldots,n_\nu^{зар})=\sum_{n_1^\circ\ldots n_\nu^\circ}W_i(n_1,\ldots,n_\nu)\,. \qquad /2б/$$

В формулах /1/ и /2/ p_a - импульс адрона мишени; k и k' - импульсы начального ℓ и конечного ℓ' лептонов; $n_1,\ldots,n_\nu$ - множественности рожденных адронных систем; $n_j^\circ(n_j^{зар})$ - число нейтральных /заряженных/ частиц j-того типа; $j=1,\ldots,\nu$; i-индекс разложения по градиентно-инвариантным структурам.

Исследуем структурные функции $W(n_1,\ldots,n_\nu)$ и W_i методом ренорм-группы. Для простоты изложения ограничимся моделью двухзарядного мезон-нуклонного взаимодействия с лагранжианом $g_N\bar\psi\gamma_5\psi\phi+g_\pi\phi^4$.

Соответствующее ренорм-групповое уравнение имеет вид

$$\hat{D}W_i(n_\pi,n_N)=(\gamma_\pi n_\pi+2\gamma_N\cdot n_N)W_i(n_\pi,n_N), \qquad /3/$$

где γ_π и γ_N - аномальные размерности мезонных и нуклонных полей; $\hat{D}$ - оператор ренорм-группы, содержащий все частные производные по внутренним параметрам теории /по массам, зарядам и μ /; n_π и n_N - число вторичных мезонов и нуклонов, включая начальный адрон; μ - масса нормировки.

Предположим, что структурные функции зависят от переданного 4-импульса $\vec{q}$*, и воспользуемся принципом максимальной автомодельности /9/, согласно которому при масштабном растяжении шкалы импульсов $q^\mu\to\lambda q^\mu$ структурные функции преобразуются как однородные функции

$$W_i(n_\pi,n_N,\lambda\vec{q},\mu)=\lambda^{-\kappa_i}W_i(n_\pi,n_N,\vec{q},\frac{\mu}{\lambda}) \qquad /4/$$

физической размерности κ_i .

* В лабораторной системе компоненты импульса $q^{лаб}=(q_0^{лаб},0,0,q_3^{лаб})$ связаны с переменными q^2, $\nu=p_a\cdot q$ соотношениями $m_a\cdot q_0^{лаб}=\nu$, $m_a q_3^{лаб}=\sqrt{\nu^2-m_a^2q^2}$.

Дифференцируя выражение /4/ по λ и подставляя $\lambda = 1$, получаем

$$\left(q^\mu \frac{\partial}{\partial q^\mu} + \mu \frac{\partial}{\partial \mu}\right) W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q}, \mu) = -\kappa_i W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q}, \mu)\,. \qquad /5/$$

Составляя линейную комбинацию уравнений /3/ и /5/, имеем следующее уравнение типа Овсянникова-Каллана-Симанчика [7]:

$$\left(q^\mu \frac{\partial}{\partial q^\mu} - \hat{D}'\right) W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q}) = -\kappa_i'(\gamma_\pi n_\pi, 2\gamma_N n_N)\, W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q})\,, \quad /6/$$

где $\kappa_i' = \kappa + \kappa_i$, $\kappa = \gamma_\pi n_\pi + 2\gamma_N n_N$ - полная и аномальная размерности структурных функций $W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q})$; $\hat{D}' = \mu \frac{\partial}{\partial \mu} - \hat{D}$.

Решение уравнения /6/ имеет вид [19]

$$W_i(n_\pi, n_N, \vec{q}) = W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q}_b)\,\exp[-\kappa_i'(\gamma_\pi n_\pi, 2\gamma_N n_N)\,\tau]\,. \qquad /7/$$

Как было отмечено во введении, решение /7/ зависит от параметра $\tau = \ln(q^\mu q_{b\mu}/q_b^2)$, определенного из уравнений $dq^\mu/d\tau = q^\mu$ с начальным значением q_b^μ. Условимся, что все величины с $\vec{q}_b\,(W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q}_b)$, $W_i\,(\vec{q}_b)$ и т.д. будем принимать за начальные значения.

Проанализируем теперь уравнения, описывающие структурные функции /2а/ и ассоциативные множественности:

$$\langle n_j\,(\vec{q})\rangle = \sum_{n_\pi n_N} n_j W_i\,(n_\pi, n_N, \vec{q})\,/\,W_i\,(\vec{q})\,. \qquad /8/$$

Заметим, что согласно решению /7/ величины $\langle n_j\,(\vec{q})\rangle$ не зависят от индекса $i = 1, 2\ldots$ структурных функций.

Суммируя /6/ по n_π и n_N, получаем уравнения для $W_i\,(\vec{q})$. Записываем их в виде характеристических уравнений:

$$\frac{d}{d\tau} W_i\,(\vec{q}) = -\kappa_i'(\gamma_\pi \langle n_\pi(\vec{q})\rangle,\, 2\gamma_N \langle n_N(\vec{q})\rangle)\, W_i\,(\vec{q})\,. \qquad /9/$$

Для ассоциативных множественностей /8/ имеем уравнения

$$\frac{d}{d\tau}\langle n_\pi(\vec{q})\rangle = -\gamma_\pi D_\pi^2 - 2\gamma_N D_{\pi N}\,, \qquad /10а/$$

$$\frac{d}{d\tau}\langle n_N(\vec{q})\rangle = -2\gamma_N D_N^2 - \gamma_\pi D_{\pi N}\,, \qquad /10б/$$

где $D_j = \sqrt{\langle n_j^2(\vec{q})\rangle - \langle n_j(\vec{q})\rangle^2}$ - дисперсия множественности,

$D_{jk} = \langle n_j n_k\rangle - \langle n_j(\vec{q})\rangle \langle n_k\,(\vec{q})\rangle$ - корреляционный момент при $j \neq k$.

Ниже мы проведем вычисления в условиях отсутствия корреляции между адронами разного сорта $D_{\pi N} = 0$. Корреляции между n_π и n_N требуют специального анализа, и мы надеемся вернуться в дальнейшем к их рассмотрению.

Выражение /10/, в случае когда n_π и n_N не коррелированы, можно записать в виде уравнений Гелл-Манна-Лоу [5]. Для $\langle n_\pi(\vec{q})\rangle$ это уравнение имеет вид

$$\int_{\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle}^{\langle n_\pi(\vec{q})\rangle} \frac{d\langle n_\pi\rangle}{D_\pi^2} = -\gamma_\pi \cdot \tau\,. \qquad /11/$$

Интегрирование соотношения /11/ при линейной зависимости дисперсии D_π от $\langle n_\pi(\vec{q})\rangle$

$$D_\pi = \beta_\pi\,(\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - \alpha_\pi)\,, \qquad /12/$$

где α_π, β_π - параметры, определяемые на основе анализа соответствующих экспериментальных данных, дает

$$\langle n_\pi(\vec{q})\rangle = \alpha_\pi + \frac{\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - \alpha_\pi}{1 + \beta_\pi \gamma_\pi\,(\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - \alpha_\pi)\,\tau}\,. \qquad /13а/$$

Отметим, что в настоящее время имеются указания [20] о выполнении соотношения /12/ в адрон-адронных взаимодействиях. Аналогичным способом для $\langle n_N(\vec{q})\rangle$ получаем следующее решение:

$$\langle n_N(\vec{q})\rangle = \alpha_N + \frac{\langle n_N(\vec{q}_b)\rangle - \alpha_N}{1 + 2\beta_N^2 \gamma_N(\langle n_N(\vec{q}_b)\rangle - \alpha_N)\,\tau}\,. \qquad /13б/$$

Подставляя соотношения /13/ в уравнение /9/ и интегрируя по τ, для структурной функции $W_i\,(\vec{q})$ получаем

$$W_i\,(\vec{q}) = W_i\,(\vec{q}_b)\,\exp\{-\kappa_i'(\gamma_\pi \alpha_\pi, 2\gamma_N \alpha_N)\tau - \frac{1}{\beta_\pi^2}\ln[1 + \beta_\pi^2 \gamma_\pi(\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - \alpha_\pi)\,\tau] - \frac{1}{\beta_N^2}\ln[1 + 2\beta_N^2 \gamma_N(\langle n_N(\vec{q}_b)\rangle - \alpha_N)\,\tau]\}. \qquad /14/$$

Отношение структурных функций из /7/ и /14/, используя формулы /13/, можно записать в следующем виде:

$$W_i(n_\pi, n_N, \vec{q})/W_i(\vec{q}) = [W_i(n_\pi, n_N, \vec{q}_b)/W_i(\vec{q}_b)] \times$$

$$\times \left[\frac{\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - a_\pi}{\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - a_\pi}\right]^{1/\beta_\pi^2} \times \left[\frac{\langle n_N(\vec{q}_b)\rangle - a_N}{\langle n_N(\vec{q})\rangle - a_N}\right]^{1/\beta_N^2} \times$$

$$\times \exp\left[-\kappa\left(\frac{1}{\beta_\pi^2}\,\frac{n_\pi - a_\pi}{\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - a_\pi},\ \frac{1}{\beta_N^2}\,\frac{n_N - a_N}{\langle n_N(\vec{q})\rangle - a_N}\right) + \right. \qquad /15/$$

$$\left. + \kappa\left(\frac{1}{\beta_\pi^2}\,\frac{n_\pi - a_\pi}{\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - a_\pi},\ \frac{1}{\beta_N^2}\,\frac{n_N - a_N}{\langle n_N(\vec{q}_b)\rangle - a_N}\right)\right].$$

Из этих отношений непосредственно вытекает соотношение

$$F_{\pi N}(z_\pi, z_N)/F_{\pi N}(z_\pi^b, z_N^b) = [F_\pi(z_\pi)/F_\pi(z_\pi^b)] \times$$

$$\times [F_N(z_N)/F_N(z_N^b)], \qquad /16/$$

где

$$F_{\pi N}(z_\pi, z_N) = (\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - a_\pi)(\langle n_N(\vec{q})\rangle - a_N)\,\frac{W_i(n_\pi, n_N, \vec{q})}{W_i(\vec{q})}.$$

Функции $F_j(z_j)$ имеют вид [17-19]

$$F_j(z_j) = z_j^{(1/\beta_j^2)-1}\exp[-(1/\beta_j^2)z_j]; \quad z_j = \frac{n_j - a_j}{\langle n_j(\vec{q})\rangle - a_j}. \qquad /17/$$

Таким образом, функция $F_{\pi N}(z_\pi, z_N)$ может быть представлена в виде

$$F_{\pi N}(z_\pi, z_N) = C_\pi C_N F_\pi(z_\pi)\cdot F_N(z_N), \qquad /18/$$

где $C_j = (1/\beta_j^2)^{1/\beta_j^2}/\Gamma(1/\beta_j^2)$; $\Gamma(x)$ - гамма-функция Эйлера.

Соотношение /18/ показывает, что в определенных условиях, в отсутствие корреляции между адронами разного вида и линейных зависимостях /12/ дисперсий D_j от $\langle n_j(\vec{q})\rangle$, масштабно-инвариантная функция $F_{\pi N}(z_\pi, z_N)$ обладает свойством мультипликативности по множественностям регистрируемых адронов. В силу этого свойства ассоциативная множественность

$$\langle n_\pi(n_N, \vec{q})\rangle = \sum_{n_\pi} n_\pi W_i(n_\pi, n_N, \vec{q}) / \sum_{n_\pi} W_i(n_\pi, n_N, \vec{q})$$

при фиксированном числе n_N адронов не зависит от n_N, т.е. $\langle n_\pi(n_N, \vec{q})\rangle = \langle n_\pi(\vec{q})\rangle$.

При включении изотопической структуры в уравнение ренорм-группы /3/ множественности адронов будут складываться из чисел нейтральных и заряженных частиц ($n_\pi = n_\pi^\circ + n_\pi^{\text{зар}}$, $n_N = n_N^\circ + n_N^{\text{зар}}$). Структурные функции полуинклюзивных каналов реакции ($n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}$ заряженных частиц) выводятся из соответствующих функций эксклюзивных каналов ($n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}$ заряженных и n_π°, n_N° нейтральных частиц в конечном состоянии) в результате их суммирования по n_π° и n_N°.

Переходя от суммирования по n_π° и n_N° к интегрированию в определении /2б/ и пользуясь соотношением /18/, получаем структурные функции полуинклюзивных каналов реакции в следующем виде:

$$\tilde{W}_i(n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}, \vec{q}) = W_i(\vec{q}) \int_{z_\pi^{\text{зар}}}^{\infty} dz_\pi \int_{z_N^{\text{зар}}}^{\infty} dz_N F_{\pi N}(z_\pi, z_N). \qquad /19/$$

Отметим, что выражение /19/ согласуется с предсказанием [16] о самоподобной структуре сечений /здесь структурных функций/ полуинклюзивных каналов реакции. Согласно [16] автомодельное соотношение

$$\langle n(\vec{q})\rangle \tilde{W}_i(n^{\text{зар}}, \vec{q})/\tilde{W}_i(\vec{q}) \doteq \tilde{F}(n^{\text{зар}}/\langle n(\vec{q})\rangle) \qquad /20/$$

получается с помощью следующей функции:

$$\tilde{W}_i(n^{зар}, \vec{q}) = A_i(\vec{q})\tilde{F}(n^{зар}/\langle n(\vec{q})\rangle),$$

где

$$\tilde{W}(\vec{q}) = \sum_{n^{зар}} \tilde{W}(n^{зар}, \vec{q}). \qquad /21/$$

Соотношение /19/ показывает, что функции A_i и $\tilde{F}$ в случае регистрации двух систем адронов имеют вид

$$A_i = W_i(\vec{q}), \quad \tilde{F} = C_\pi C_N \cdot \Gamma(1/\beta_\pi^2, (1/\beta_\pi^2) z_\pi^{зар}) \times \Gamma(1/\beta_N^2, (1/\beta_N^2) z_N^{зар}).$$

Здесь $\Gamma(x,y)$ - неполная гамма-функция Эйлера; $z_j^{зар} = \dfrac{n_j^{зар} - \alpha_j}{\langle n_j(\vec{q})\rangle - \alpha_j}$.

Интегрируя /19/ по $n_\pi^{зар}$, $n_N^{зар}$, для структурных функций /21/ получаем

$$\tilde{W}_i(\vec{q}) \simeq (\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - \alpha_\pi)(\langle n_N(\vec{q})\rangle - \alpha_N) \cdot W_i(\vec{q}) \cdot C_\pi C_N \Gamma(1/\beta_\pi^2)\Gamma(1/\beta_N^2). \qquad /22/$$

Составляя выражение /20/ с помощью /19/ и /22/, мы видим, что самоподобное соотношение /20/ по множественности заряженных частиц приобретает модифицированный вид:

$$(\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - \alpha_\pi)(\langle n_N(\vec{q})\rangle - \alpha_N)\tilde{W}_i(n_\pi^{зар}, n_N^{зар}, \vec{q})/\tilde{W}_i(\vec{q}) =$$

$$= \tilde{F}_{\pi N}(z_\pi^{зар}, z_N^{зар}) = \frac{\Gamma(1/\beta_\pi^2, (1/\beta_\pi^2) z_\pi^{зар})}{\Gamma(1/\beta_\pi^\ell)} \; \frac{\Gamma(1/\beta_N^\ell, (1/\beta_N^\ell) z_N^{зар})}{\Gamma(1/\beta_N^\ell)}. \qquad /23/$$

Покажем теперь, что таким же способом можно объяснить корреляцию между ассоциативной множественностью нейтральных частиц $\langle n_j^\circ(n_j^{зар}, \vec{q})\rangle$ и множественностью заряженных частиц $n_j^{зар}$.

Переходя в определении

$$\langle n_j^\circ(n_j^{зар}, \vec{q})\rangle = \sum_{n_\pi^\circ, n_N^\circ} n_j W_i(n_\pi, n_N, \vec{q}) \Big/ \sum_{n_\pi^\circ, n_N^\circ} W_i(n_\pi, n_N, \vec{q}) \qquad /24/$$

от суммирования к интегрированию и применяя /18/, получаем

$$(\langle n_j^\circ(n_j^{зар}, \vec{q})\rangle - \alpha_j) = \frac{(\langle n_j(\vec{q})\rangle - \alpha_j)\Gamma(1/\beta_j^2, (1/\beta_j^2) z_j^{зар}) \cdot \beta_j^2}{\Gamma(1/\beta_j^2, (1/\beta_j^2) z_j^{зар})}. \qquad /25/$$

При $(1/\beta_j^2) z_j^{зар} \gg 1$ из /25/ следует линейная зависимость

$$\langle n_j^\circ(n_j^{зар}, \vec{q})\rangle = A_j + B_j n_j^{зар} \qquad /26/$$

для обеих систем адронов. Здесь

$$A_j = \alpha_j, \quad B_j = 1.$$

Отметим, что для средних множественностей нейтральных частиц линейная зависимость от $n_j^{зар}$ типа /26/ экспериментально установлена в широком интервале начальной энергии для многих видов частиц [5,21].

Отметим также одно существенное различие в поведении структурных функций $W_i(n_\pi, \vec{q})$, $\tilde{W}_i(\vec{q})$, $\tilde{W}_i(n_\pi^{зар}, \vec{q})$ и $\tilde{W}_i(\vec{q})$. Из решения /7/ вытекает следующее поведение для $W_1(n_\pi, \vec{q})$:

$$W_1(n_\pi, \vec{q}) = W_1(n_\pi, \vec{q}_b) \cdot (q^2/q_b^2)^{-\kappa/2}[\operatorname{ch}(y-\eta)]^{-\kappa}, \qquad /27/$$

где

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{q_0 + q_3}{q_0 - q_3}; \quad \eta = \frac{1}{2}\ln\frac{q_0^b + q_3^b}{q_0^b - q_3^b}; \quad \kappa = \gamma_\pi n_\pi; \quad \kappa_1 = 0.$$

В результате суммирования по n_π, согласно /14/, приходим к логарифмическому "искажению" степенного поведения в структурных функциях $W_1(\vec{q})$. Степени величины $q^\mu q_{b\mu}/q_b^2$ и логарифма $\ln(q^\mu q_{b\mu}/q_b^2)$ определяются с помощью параметров α_π и $1/\beta_\pi^2$. В асимптотическом режиме, $D_\pi = \beta_\pi \langle n_\pi(\vec{q})\rangle$, $\alpha_\pi = 0$, имеем лишь логарифмическую зависимость от $\vec{q}$:

$$W_1(\vec{q}) = W_1(\vec{q}_b)[1+\gamma_\pi \cdot \beta_\pi^2(\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - a_\pi)\ln(q^\mu q_\mu^b / q_b^2)]^{-1/\beta_\pi^2}.$$

Сравнивая с этим выражением функцию $\tilde{W}_1(\vec{q})$, видим, что из-за множителя $(\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - a_\pi)$ степень логарифма уменьшается на единицу. К аналогичному выводу приходим при сравнении структурных функций $W_i(n_\pi, \vec{q})$ и $\tilde{W}_i(n_\pi^{\text{зар}}, \vec{q})$, связанных соотношением

$$\tilde{W}_i(n_\pi^{\text{зар}}, \vec{q}) \simeq (\langle n_\pi(\vec{q})\rangle - a_\pi) W_i(n_\pi, \vec{q})$$

при $(1/\beta_\pi^2) z_\pi^{\text{зар}} \gg 1$ и $n_\pi^{\text{зар}} \simeq n_\pi$.

Отметим также, что вблизи начального импульса $\vec{q} \sim \vec{q}_b$, когда

$$r = \ln \frac{q^\mu q_\mu^b}{q_b^2} \ll 1,$$

$$\ln(1+\gamma_\pi \beta_\pi^2(\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - a_\pi) r) \sim \gamma_\pi \beta_\pi^2(\langle n_\pi(\vec{q}_b)\rangle - a_\pi) r,$$

структурные функции всех отмеченных выше каналов аппроксимируются в виде /7/, /27/ с соответствующими показателями степени. Для дифференциальных сечений это приводит к некоторым автомодельным соотношениям типа "масштабной инвариантности в среднем" /22/, общим для эксклюзивных, полуинклюзивных и инклюзивных каналов реакции /см. об этом в конце раздела 3/.

3. МАСШТАБНО-ИНВАРИАНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ. ГЛУБОКОНЕУПРУГИЕ НЕЙТРИННЫЕ ПРОЦЕССЫ

В случае рассеяния нейтрино /антинейтрино/ на неполяризованной мишени сечение выражается тремя структурными функциями с физическими размерностями $\kappa_1 = 0$, $\kappa_2 = \kappa_3 = 2$. Эти функции удовлетворяют, как было показано выше, масштабно-инвариантным соотношениям /18/ и /23/. Поэтому по всем упомянутым выше каналам реакции отношения структурных функций W_1 и W_3 к W_2 равны друг другу:

$$W_{1(3)}(n_\pi, n_N, \vec{q}) / W_2(n_\pi, n_N, \vec{q}) =$$
$$= \tilde{W}_{1(3)}(n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}, \vec{q}) / \tilde{W}_2(n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}, \vec{q}) = \qquad /28/$$
$$= W_{1(3)}(\vec{q}) / W_2(\vec{q}) = \tilde{W}_{1(3)}(\vec{q}) / \tilde{W}_2(\vec{q}).$$

Введем теперь в рассмотрение сечения /12/

$$\sigma_S = \pi \cdot m_a \cdot (\nu + q^2/2)^{-1} [(1 - \frac{\nu^2}{m_a^2 q^2}) W_2 - W_1],$$

$$\sigma_R = \pi \cdot m_a (\nu + q^2/2)^{-1} [W_1 + \frac{1}{2m_a} \sqrt{\frac{\nu^2}{m_a^2} - q^2}\, W_3],$$

$$\sigma_L = \pi \cdot m_a (\nu + q^2/2)^{-1} [W_1 - \frac{1}{2m_a} \sqrt{\frac{\nu^2}{m_a^2} - q^2}\, W_3],$$

соответствующие скалярной, правой и левой поляризациям лептонного тока. Отношения $L = \frac{\sigma_L}{\sigma_R + \sigma_L + 2\sigma_S}$ и $R = \frac{\sigma_R}{\sigma_R + \sigma_L + 2\sigma_S}$, аналогично /28/, удовлетворяют соотношениям

$$L(n_\pi, n_N, \vec{q}) = L(n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}, \vec{q}) = L(\vec{q}) = \tilde{L}(\vec{q}), \qquad /29а/$$

$$R(n_\pi, n_N, \vec{q}) = R(n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}, \vec{q}) = R(\vec{q}) = \tilde{R}(\vec{q}). \qquad /29б/$$

Из выражений /28/ и /29/ вытекает следующая взаимосвязь между дифференциальным сечением глубоконеупругого рассеяния нейтрино /антинейтрино/ на адронах $\frac{d\sigma^{\nu(\bar{\nu})}}{dq^2 d\nu}$ и σ_S, σ_L, σ_R:

$$\frac{d\sigma^{\nu(\bar{\nu})}}{dq^2 d\nu}(n_\pi, n_N) / \frac{d\sigma^{\nu(\bar{\nu})}}{dq^2 d\nu} = \frac{\sigma_S(n_\pi, n_N)}{\sigma_S} = \frac{\sigma_L(n_\pi, n_N)}{\sigma_L} = \qquad /30/$$

$$= \frac{\sigma_R(n_\pi, n_N)}{\sigma_R} = \frac{W_i(n_\pi, n_N, \vec{q})}{W_i(\vec{q})}.$$

Фигурирующие здесь сечения определены с помощью структурных функций $W_i(n_\pi, n_N, \vec q)$ и $W_i(\vec q)$. Аналогичное соотношение можно получить при использовании функций $\tilde W_i(n_\pi^{\text{зар}}, n_N^{\text{зар}}, \vec q)$ и $\tilde W_i$ полуинклюзивных каналов реакции. Умножая эти соотношения, в частности, выражение /30/, на величину $(\langle n_\pi(\vec q)\rangle - \alpha_\pi)(\langle n_N(\vec q)\rangle - \alpha_N)$, для дифференциальных сечений глубоконеупругого рассеяния нейтрино /антинейтрино/ на частицах получаем масштабно-инвариантные соотношения /18/ и /23/ в эксклюзивных и полуинклюзивных каналах реакции.

Приведенное рассмотрение, как было отмечено во введении, распространяется на дифференциальные сечения адрон-адронных процессов [19] $a+b \to c(\vec q) + n_\pi + n_N$, $a+b \to c(\vec q) + n_\pi^{\text{зар}} + n_N^{\text{зар}} + X$, а также на сечения глубоконеупругого электророждения и фотопоглощения.

Выпишем здесь решения для дифференциального сечения эксклюзивного канала реакции $a+b \to c(\vec q) + (n_\pi - 1)$:

$$q^0 \frac{d\sigma}{d^3\vec q}(n_\pi, \vec q) = q^0 \frac{d\sigma}{d^3\vec q}(n_\pi, \vec q_b)(q^\mu q_\mu^b / q_b^2)^{-\kappa+\kappa_a}, \qquad /31/$$

где $\kappa = \gamma_\pi(n_\pi+2)$, $\kappa_a = 4$. Видно, что /31/ отличается от соответствующего выражения /7/ для структурной функции $W_1(n_\pi, \vec q)$ физической размерностью $\kappa_1 \neq \kappa_a$ и значением квадрата переданного импульса. Автомодельные соотношения /18/ и /23/ имеют место и для адрон-адронных эксклюзивных $a+b \to c(\vec q) + (n_\pi - 1)$ и полуинклюзивных $a+b \to c(\vec q) + (n_\pi - 1)^{\text{зар}} + X$ реакций [19].

Вблизи начального импульса сечения реакций $a+b \to c(\vec q) + (n-1)^{\text{зар}} + X$ и $a+b \to c(\vec q) + X$ становятся однородными функциями со степенями однородности соответственно $-\kappa-\kappa_a-\gamma_\pi\beta_\pi^2(\langle n_\pi(\vec q_b)\rangle - \alpha_\pi)$ и $-\gamma_\pi(\alpha_\pi+2)-\kappa_a-\gamma_\pi(\langle n_\pi(\vec q_b)\rangle - \alpha_\pi)$. Пользуясь параметризацией $(q^\mu q_\mu^b / q_b^2) = \frac{q}{q_b}\operatorname{ch}\zeta \operatorname{ch}(y-\eta)$ и условиями нормировок

$$\int q^0 \frac{d\sigma}{d\vec q}(n_\pi, \vec q)\frac{d^3\vec q}{q^0} = n_\pi \sigma_{n_\pi}, \quad \int q^0 \frac{d\sigma}{d\vec q}(n_\pi^{\text{зар}}, \vec q)\frac{d^3\vec q}{q^0} = n_\pi^{\text{зар}} \sigma_{n_\pi^{\text{зар}}},$$

$$\int q^0 \frac{d\sigma}{d\vec q}(\vec q)\frac{d^3\vec q}{q^0} = \langle n_\pi\rangle \sigma_{in},$$

нетрудно получить следующие соотношения [19] (выписываем здесь их только для сечений /31/):

$$\frac{1}{n_\pi \sigma_{n_\pi}} \frac{d\sigma}{dy}(n_\pi) \simeq \frac{\exp[-(y-\langle y\rangle)^2/\langle (y-\langle y\rangle)^2\rangle_{n_\pi}]}{\sqrt{2\pi\langle (y-\langle y\rangle)^2\rangle_{n_\pi}}}, \qquad /32а/$$

$$\frac{1}{n_\pi \sigma_{n_\pi}} \frac{d\sigma(n_\pi)}{d\zeta^2} \simeq \frac{1}{\langle \zeta^2\rangle_{n_\pi}} \exp[-\zeta^2/\langle \zeta^2\rangle_{n_\pi}], \qquad /32б/$$

где

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{q_0+q_3}{q_0-q_3}, \quad \zeta = \frac{1}{2}\ln\frac{m_\perp + q_\perp}{m_\perp - q_\perp}, \quad m_\perp = \sqrt{q_0^2 - q_3^2},$$

$$\langle y\rangle = \eta = \frac{1}{2}\ln\frac{q_0^b+q_3^b}{q_0^b-q_3^b}, \quad \langle (y-\langle y\rangle)^2\rangle_{n_\pi} = \frac{1}{2(\kappa+\kappa_a)}, \quad \langle \zeta^2\rangle_{n_\pi} = \frac{1}{\kappa+\kappa_a}.$$

Аналогичные соотношения имеют место для величин

$$\frac{1}{n_\pi^{\text{зар}} \sigma_{n_\pi^{\text{зар}}}} q^0 \frac{d\sigma}{d^3\vec q}(n_\pi^{\text{зар}}, \vec q), \qquad \frac{1}{\langle n_\pi\rangle \sigma_{in}} q^0 \frac{d\sigma}{d^3\vec q}(\vec q).$$

Из этих соотношений в пределе $y \to q_3/q$, $\zeta \to q_\perp/q$ следуют формулы, вытекающие также из статистической модели [24]:

$$\frac{1}{n_\pi^{\text{зар}} \sigma_{n_\pi^{\text{зар}}}} \frac{d\sigma(n_\pi^{\text{зар}})}{dq_3} \simeq \frac{\exp[-(q_3-\langle q_3^2\rangle)/2\langle (q_3-\langle q_3\rangle)^2\rangle_{n_\pi^{\text{зар}}}]}{\sqrt{2\pi\langle (q_3-\langle q_3\rangle)^2\rangle_{n_\pi^{\text{зар}}}}},$$

$$\frac{1}{n^{\text{зар}} \sigma_{n_\pi^{\text{зар}}}} \frac{d\sigma_\pi^{\text{зар}}}{dq_\perp} \simeq \frac{1}{\langle q_\perp\rangle_{n_\pi^{\text{зар}}}} \exp[-q_\perp^2/\langle q_\perp^2\rangle_{n_\pi^{\text{зар}}}].$$

Здесь нам представляется удобным пользоваться переменной $\frac{(q_3-\langle q_3\rangle)^2}{\langle (q_3-\langle q_3\rangle)^2\rangle}$ вместо принятой [22, 23] $q_3/\langle q_3\rangle$. Заметим, что формулы /32/ имеют место при степенном убывании сечений в виде /31/ в области $\vec q \sim \vec q_b$ и они должны "искажаться" логарифмической поправкой в полуинклюзивном и инклюзивном каналах реакции при $\vec q \gg \vec q_b$.

Авторы выражают глубокую благодарность Н.С.Амаглобели, Т.И.Копалейшвили, В.Г.Маханькову, А.Н.Тавхелидзе, Д.В.Ширкову за поддержку, В.Р.Гарсеванишвили, В.К.Митрюшкину, А.В.Радюшкину, А.Н.Сисакяну, Л.А.Слепченко, А.А.Хелашвили за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н., Владимиров В.С., Тавхелидзе А.Н. ТМФ, 1972, 12, с.3.
2. Логунов А.А., Мествиришвили М.А., Петров В.А. Труды Международного совещания по множественным процессам и инклюзивным реакциям. ИФВЭ, Серпухов, 1976, с.114.
3. Koba Z., Nielsen H.B., Olesen P. Nucl.Phys., 1972, 40B, p.317.
4. Wroblewski A. Acta Phys., Polon, 1973, 4B, p.867.
5. Гришин В.Г. УФН, 1979, 127, с.51; Derrick M. et al. Phys. Rev., 1978, 17D, p.1; Burnett T.H. et al. Preprint VTL-PUB-50, 1978; Saarikko H. Preprint CERN/EP/HS, 1979.
6. Gell-Mann M. Low.F.E.Phys.Rev., 1954, 95, p.1300.
7. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1976; Shirkov D.V. Nucl.Phys., 1973, 62B, p.194.
8. Овсянников Л.В. ДАН СССР, 1956, 109, с.1112; Callan C. Phys. Rev., 1970, 2D, p.1542; Symanzik K. Commun.Math.Phys., 1970, 18, p.227.
9. Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н. ЭЧАЯ, 1971, 2, с.5; Lett.Nuovo Cim., 1972, 5, p.907; 1973, 7, p.719; Muradyan R.M. In: Proceedings of the 1973 CERN-JINR Scool of Physics , Geneva, 1973.
10. Matveev V.A. In: Lectures at the Scool of Young Scientists in High Energy Physics (Sukhumi, 1972) . JINR, P2-6867, Dubna, 1972, p.183.
11. Darbaidze Ya.Z., Garsevanishvili V.R., Menteshashvili Z.R. JINR, E2-12127, Dubna, 1979.
12. Pascual P. Lectures on Deep Inelastic Scattering and Asymptotic Freedom. Univ. of Barcelona, 1978.
13. Wilson K.G. Phys.Rev., 1969, 179, p.1499; 1971, D3, p.1818.
14. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Труды Международного совещания по множественным процессам и инклюзивным реакциям. ИФВЭ, Серпухов, 1976, с.253.
15. Peterman A. Ref.TH, 2581-CERN, 1978.
16. Матвеев В.А., Сисакян А.Н., Слепченко Л.А. ЯФ, 1976, 23, с. 432.
17. Ernst W., Schmitt I. Nuovo Cim., 1976, 31A, p.109.
18. Дарбаидзе Я.З. и др. ТМФ, 1977, 34, с.303.
19. Дарбаидзе Я.З., Махалдиани Н.В., Слепченко Л.А. Труды ТГУ. т.203, 1978; Дарбаидзе Я.З. Труды ТГУ. т.208, 1979.
20. Anderson E.W. et al. Talk at the XVII Intern.Conf. on High Energy Physics. London, 1974; Turkot F. et al. Talk at the XVII Intern.Conf. on High Energy Physics. London, 1974; Clifford T.S. et al. Phys.Rev.Lett., 1975, 34, p.978.

21. Sissakian A.N., Slepchenko L.A. Proceedings of the VI Intern. Seminar on High Energy Problems . JINR, D1-9224, Dubna, 1975.
22. Dao F.T. et al. Phys.Rev.Lett., 1974, 33, p.389; Kita I., Nakamura R. Scaling Hypothesis for the Rapidity Distributions and Information Theory . Preprint DPKU-7903, 1979; Yaes R.J. Phys.Rev.Lett., 1976, 36, p.821.
23. Ernst W., Schmitt I. Lett. Nuovo Cim., 1976, 16, p.39.
24. Дарбаидзе Я.З., Слепченко Л.А. Сообщение АН СССР, 1975, 79, с.61.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 февраля 1980 года.