

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С324.16

A-139

167,2 544

P2 - 7985

3634/2-74

Ф.Х.Абдуллаев, А.Ю.Юматов

ФИЗИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ  
В НЕПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ  
СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

**1974**

**ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

P2 - 7985

Ф.Х.Абдуллаев,\* А.Ю.Юматов

ФИЗИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ  
В НЕПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ  
СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

---

\* Институт ядерной физики АН Узб.ССР, Ташкент

## S U M M A R Y

Some physical consequences in the non-polynomial model of weak interactions are considered. The existence of universal essentially nonlinear coupling between hadrons and the scalar mesons is assumed (the variant of scalar mesons dominance model). With the help of Lagrangians (1) the amplitude for  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu}\mu$  decay is calculated using the technique of superpropagators. The result (4) is compared with that given by the non-relativistic quark model for composite mesons (7). The contribution of virtual weak corrections in the second order on  $G_F$  is small (see the expressions (4), (10), (11)). The  $K_L^0 \rightarrow K_S^0$  mass difference is also calculated. The  $K^+ \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ ,  $\Lambda \rightarrow n e^+ e^-$  probabilities (10), (11) are predicted, if we take into account the value of  $\epsilon$  which follows from the investigation  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu}\mu$  decay and  $K_L^0 - K_S^0$  transition (14).

## Введение

Как известно, обычные феноменологические теории слабого взаимодействия /СВ/ - четырехфермионная теория СВ и теория с промежуточным  $W$ -бозоном - неперенормируемы. Используя теорию возмущений и определенную регуляризационную процедуру, можно получить ограничение на параметры регуляризации, изучая процессы, которые предсказываются высшими порядками теории возмущений. Оценки такого рода с использованием "обрезания" интегралов на "унитарном пределе" были проведены для ряда процессов /распад  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu$ , переход  $K_L^0 - K_S^0$  и т.д./ и было показано /если верить аргументам, которые дает алгебра токов/, что они находятся в противоречии с экспериментом<sup>1/</sup>. Описание этих процессов в рамках перенормируемых моделей слабых взаимодействий со спонтанным нарушением калибровочных симметрий, по-видимому, также сталкивается с трудностями<sup>2/</sup>. Например, амплитуда распада  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu$  оказывается порядка  $G_F \alpha \sin^2 \theta_c$  ( $\alpha = e^2 / 4\pi$ ), что резко противоречит эксперименту. Приходится вводить целый ряд новых частиц /суперзаряженные адроны и т.д./, чтобы подавить предсказываемые теорией большие значения вероятностей адронных распадов. Авторы работы<sup>3/</sup>, используя модель доминантности скалярных мезонов<sup>4/</sup>, сделали попытку преодолеть трудности, с которыми сталкиваются обычные теории СВ при описании адронных слабых процессов. Модель предполагает, что имеется универсальная, существенно нелинейная связь скалярных мезонов с адронами. Возникшие при таком подходе нелинейные лагранжианы обычно рассматривают

как эффективные и связывают с экспериментом результаты вычислений в приближении "деревьев". Существует, однако, альтернативная точка зрения /которой мы будем придерживаться в данной работе/, предлагающая считать лагранжианы такого типа квантовополевыми и вычислять диаграммы с произвольным числом потерь. Такая программа в настоящее время успешно осуществляется в теориях поля с кирально-симметричными лагранжианами, с помощью методов частичного суммирования диаграмм /типа Ефимова-Фрадкина/<sup>/8/</sup>. Применение процедуры частичного суммирования<sup>/5/</sup> в нашей модели приведет к обрезанию интегралов в высших порядках теории возмущений при импульсах порядка нескольких ГэВ. Следует подчеркнуть, что обрезание происходит единым образом во всех интегралах, соответствующих графам теории возмущений. При этом вводится один дополнительный, по сравнению с обычной теорией, параметр  $\kappa$  /см. ниже/. Таким образом, основным моментом данной модели является универсальность параметра  $\kappa$ , которая должна быть проверена для возможно большего числа слабых процессов с участием адронов. В настоящей работе мы изучим распады  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu}\mu$ ,  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu\bar{\nu}$ ,  $\Lambda \rightarrow ne^+e^-$ , переход  $K_L^0 - K_S^0$ , оставаясь в рамках однопетлевого приближения. Ряд аналогичных вопросов изучался в рамках другой неполиномиальной модели СВ<sup>/6/\*</sup>. В отличие от нашей работы там использовалась нелокальная по классификации Меймана-Джаффе<sup>/5/</sup> теория и применялся другой метод частичного суммирования диаграмм. Далее, модель содержит большое число /8/ новых параметров и ряд расходимостей сохраняется во втором порядке теории возмущений по  $G_F$  /расходимость собственной энергии фермиона, например/.

---

\* Авторы признательны А.Т.Филиппову, обратившему их внимание на эту работу.

## 1. Описание модели

Лагранжиан взаимодействия выберем следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}(x) = & \sqrt{2} f_{KAN} \bar{\psi}_n \gamma_5 \psi_\Lambda \exp(\kappa \Phi(x)) + \\ & + \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ g_\mu^{had}(x) g_\mu^{lep}(x) \exp(\kappa \Phi(x)) + \text{э.с.} \}, \end{aligned} \quad /1/$$

где  $\Phi$  - скалярное поле массы  $m$ ,  $\kappa$  - вторая константа связи. Адронный ток взят в форме Кабиббо. Мы выбрали локализуемую параметризацию скалярного поля, поскольку она имеет ряд преимуществ по сравнению с другими /см. обсуждение этого вопроса в работах /7,8/ /. Параметр  $\kappa$ , характеризующий самодействие скалярных мезонов, может быть определен, например, из  $\Phi \rightarrow \pi\pi$  - распада. Вероятный кандидат для отождествления с  $\Phi$  -  $\epsilon$  /750 МэВ/-резонанс /4/. Тогда  $\kappa^{-1} \sim m_\epsilon$ . Другая оценка на  $\kappa$  следует из анализа полуплеитонных процессов в первом порядке по  $G_F$  /например, из реакции  $\nu r \rightarrow \nu e \Phi$  /. Из экспериментального значения для отношения

$$R = \frac{W(\nu r \rightarrow \nu e \Phi)}{W(\nu r \rightarrow \nu e)} \leq 0,1 \quad /\text{при } E = 2 \text{ ГэВ}/$$

имеем при  $m_\Phi \sim \text{ГэВ}$ , что  $\kappa^{-1} \geq m_\Phi$ .

## 2. Распад $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu$

Прежде чем перейти к изучению этого процесса, отметим, что оценка любого перехода за счет слабого взаимодействия с участием адронов требует знания определенных аспектов адронной динамики. Поскольку в настоящее время теория сильного взаимодействия отсутствует, будем описывать адронные вершины /KNA, например/ феноменологическими формфакторами. В низкоэнергетических процессах ( $q^2/M_{\text{хар}}^2 \ll 1, M_{\text{хар}} \sim m_{\text{mes}}$ ) эти

формфакторы будем аппроксимировать "сильными" вершинами с  $\gamma_5$ -связью. Распад  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu$  во втором порядке по  $G_F$  описывается диаграммой рис. 1а. Соответствующий элемент S-матрицы можно записать, выполнив преобразование Фирца, следующим образом:

$$\sqrt{2} f_{K\Lambda} \left( \frac{G}{\sqrt{2}} \right)^2 \bar{\mu}(y) \Gamma(x, y, z) \mu(z) \phi_k(x) \cos \theta_c \sin \theta_c,$$

где

$$\Gamma(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^8} \int d^4 p_2 d^4 q \Gamma(p_2, q) e^{ip_2(x-z) + iq(x-y)}$$

$$\Gamma(p_2, q) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k N_{\alpha\beta}(k) O_\alpha \times \quad /2/$$

$$\times \frac{[(\hat{p}_1 + \hat{k}) \gamma_5 (\hat{p}_2 + \hat{k}) + M \gamma_5 (\hat{p}_2 - \hat{p}_1) + m^2 \gamma_5] O_\beta}{[M^2 - (p_1 + k)^2 - i\epsilon][M^2 - (p_2 + k)^2 - i\epsilon]}$$

$$p_1 = p_2 + q.$$

Вычисление  $\Gamma(p_2, q)$  проведено в приложении /1/. Имеем, в приближении  $\kappa^2 m^2 \sim 1$ ,

$$\Gamma(p_2, q) = -\hat{q} (1 + \gamma_5) \frac{G^2 f_{K\Lambda} M}{2\pi^3 \kappa^2} B(\kappa), \quad /3/$$

где  $B(\kappa)$  равно /П 1.7/. Результат /3/ содержит неаналитическую зависимость по  $\kappa$ , столь характерную для неперенормируемых теорий. Устремляя  $\kappa \rightarrow 0$ , получаем квадратичную расходимость обычной теории.

Амплитуда распада имеет вид

$$A(K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu) = \frac{G^2 f_{K\Lambda} \sin \theta_c \cos \theta_c M}{2\kappa^2} \bar{\mu}(p_1) \gamma_5 \mu(p_2).$$

Сравним ее с амплитудой

$$A(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu) = \frac{G}{\sqrt{2}} f_k \sin \theta_c m_\mu \bar{\nu} \gamma_5 \mu .$$

Получаем для отношения вероятностей

$$\frac{W(K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu)}{W(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu)} \approx 10^{-9} , \quad /4/$$

где мы положили  $\kappa^{-1} \sim 2-3/G\epsilon B$ ,  $f_{K\Lambda}^2/4\pi \sim 5-8$  /обработка эксперимента дает значения  $4 < f_{K\Lambda}^2/4\pi \leq 14$  - см. обзор <sup>/11/</sup> /. Выражение /4/ приводит к

$$\frac{W(K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu)}{W(K^+ \rightarrow \text{all})} \approx 3 \cdot 10^{-9} .$$

Экспериментальное значение для этой величины -  $/12_{-8}^{+4} / 10^{-9} /12/$ . Таким образом, вычисленный вклад виртуальных слабых взаимодействий во втором порядке по  $G_F$  в распад  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu$  оказывается довольно малым - меньше, чем электромагнитные поправки, которые дают вклад  $\sim 5 \cdot 10^{-9}$ . Сравнивая /4/ с наблюдаемым значением, находим

$$\kappa^{-1} \leq 10 G\epsilon B,$$

что не противоречит оценке, полученной из анализа эффектов первого порядка по  $G_F$ .

Для того, чтобы проиллюстрировать зависимость полученного результата от выбора модели, вычислим вероятность распада  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu$ , основываясь на составной модели мезонов. Интересная релятивистская модель составных мезонов, описываемая неполиномиальным лагранжианом, рассматривалась недавно в работе <sup>/13/</sup>. Мы будем основываться на модели квазисвободных кварков и вычислим амплитуду аннигиляции кварков в мюоны  $u\bar{d} \rightarrow \bar{\mu} \mu$  в пределе исчезающего внешнего импульса /рис. 16/. Затем мы используем полученную амплитуду в качестве эффективного лагранжиана для нахождения матричных элементов распада. Малость внешнего импульса позволяет применить алгебру токов для вычисления матричного элемента  $\langle 0 | \bar{\lambda} \gamma_\alpha \gamma_5 n | K^0 \rangle$ . Его можно

связать с амплитудой  $\langle 0 | \bar{\lambda} \gamma_\alpha \gamma_5 p | K^+ \rangle$  Действительно,

$$\langle 0 | \bar{\lambda} O_\alpha n | K^0 \rangle = \langle 0 | \bar{\lambda} O_\alpha p | K \rangle = f_K q_\alpha \quad /5/$$

Амплитуда рассеяния  $\pi \lambda \rightarrow \bar{\mu} \mu$  имеет вид

$$M = \left( \frac{G_F}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{\sin \theta_c \cos \theta_c}{(2\pi)^2} \bar{\mu}(p_1) O_\alpha n(q_2) N_{\alpha\beta}(p_2 - q_1) \times \bar{\lambda}(q_1) O_\beta \mu(p_2). \quad /6/$$

Петля  $N_{\alpha\beta}$  вычислена в приложении 1 /ф-ла П1.4/. Найдем соответствующий контурный интеграл в /П1.3/,

удерживая ведущие члены порядка  $\alpha^{-1} (\alpha = \frac{\kappa^2 m^2}{4\pi^2})$ .

Предполагается, что  $m_p \lesssim 3 \text{ ГэВ}$ . Учитывая /5/, /6/, имеем /с точностью до членов  $\sim \ln \alpha$  /

$$A(K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu) = \frac{G_F^2}{\kappa^2} \sin \theta_c \cos \theta_c \frac{f_K m \bar{\mu} \gamma_5 \mu}{\sqrt{2}} \quad /7/$$

Отсюда

$$R = \frac{W(K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu)}{W(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu)} = \frac{2G^2 \cos^2 \theta_c}{\kappa^4 \pi^4}, \quad /7a/$$

т.е. снова получаем, что вклад виртуальных слабых взаимодействий в этот распад подавлен. Заметим, что значение  $R$  сильно зависит от числа кварков и адронной симметрии. Следует ожидать, однако, что сам факт малости вклада виртуальных СВ сохранится.

### 3. Распад $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$

Изучение этого распада должно дать более точные оценки на  $\kappa$ , так как здесь нет цепочки электромагнитных переходов, что имеет место для процесса  $K^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$ . Модель предсказывает определенную нижнюю границу для ширины распада и отсутствие этого процесса представляло бы серьезное затруднение для модели. Рассмотрим процесс аннигиляции кварков  $\lambda p \rightarrow \nu \bar{\nu}$

Соответствующая амплитуда есть

$$M = \frac{1}{(2\pi)^2} \left( \frac{G_F}{\sqrt{2}} \right)^2 \cos\theta_c \sin\theta_c \tilde{\nu}(p_1) O_{\alpha} p(q_2) \times \quad /8/$$

$$\times K_{\alpha\beta}^{(i)}(p_2 - q_1) \tilde{\lambda}(q_1) O_{\beta} \nu(p_2).$$

Здесь  $K_{\alpha\beta}^{(i)} = (pi) -$  петля, где  $i = (e, \mu)$ . Для  $i=e$  мы можем воспользоваться результатом вычисления выражения /П1.4/. Интегралы для петли  $(\mu)$  вычислены в приложении 2. Примем далее во внимание, что

$$\langle \pi^0 | \tilde{\lambda} \gamma_{\mu} p | K^+ \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [f_+(p_K + p_{\pi})_{\mu} + f_-(p_K - p_{\pi})_{\mu}] =$$

$$= \langle \pi^+ | \tilde{\lambda} \gamma_{\mu} p | K^+ \rangle.$$

Используя амплитуду /8/ в качестве эффективного лагранжиана и принимая во внимание результаты /П1.4/, /П2.3/ и /9/, находим

$$M = \left( \frac{G}{\sqrt{2}} \right)^2 \sin\theta_c \cos\theta_c \frac{1}{64 \pi \kappa^2} [f_+(p_K) - f_-(p_K - p_{\pi})^2] (\tilde{\nu} O_{\alpha} \nu).$$

Отсюда имеем

$$\frac{W(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \tilde{\nu})}{W(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu)} = 10^{-11} - 10^{-12}; \quad \kappa^{-1} \sim 2 \Gamma_{\Delta B} / 10 /$$

из эксперимента следует, что это отношение  $\leq 10^{-6}$ . Отсюда  $\kappa^{-1} \leq 10^2 \Gamma_{\Delta B}$ .

#### 4. Распад $\Lambda \rightarrow n e^+ e^-$

Диаграмма для этого процесса показана на рис.2а. Вычисления здесь совершенно аналогичны проделанным выше /см. П1.4/. Получаем следующую формулу для отношения вероятностей:

$$R = \frac{W(\Lambda \rightarrow n e^+ e^-)}{W(\Lambda \rightarrow p e \nu)_{-12}} = \frac{3G^2 \cos^2 \theta_c}{4\kappa^4 \pi^4}, \quad /11/$$

при  $\kappa^{-1} \sim 1 \Gamma_{\Delta B}$ ,  $R \sim 10$ .

### 5. Разность масс $K_L^0 - K_S^0$ мезонов

Найдем разность масс  $K^0$ -мезонов с помощью метода, который мы использовали для распада  $K_L^0 \rightarrow \bar{\mu} \mu$ . Предполагаем отсутствие переходов с  $\Delta S = 2$  в первом порядке по  $G_F$ . Необходимо вычислить диаграммы рис. 2 б, в. Соответствующая амплитуда есть

$$M = \left(\frac{G}{\sqrt{2}}\right)^2 \frac{\sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c}{6\pi^2} \{ \bar{\lambda}(p_1) O_\alpha n(q_1) \sum_i K_{\alpha\beta}^{(i)}(p) \times \\ \times \bar{\lambda}(p_2) O_\beta n(q_2) \}; \quad i = б, в,$$

где

$$K_{\alpha\beta}^{(i)}(p) = \int d^4x e^{ipx} \text{Sp}(S_c^{(p)}(x) O_\alpha S^{(p)}(-x) O_\beta) E(x)$$

$$K_{\alpha\beta}^{(б)}(p) = K_{\alpha\beta}(p_1 + q_1); \quad K_{\alpha\beta}^{(в)}(p) = K_{\alpha\beta}(p_1 - q_1). \quad /12/$$

Интеграл /12/ был найден в работе /3/. С помощью вычислений, ставших уже стандартными, получаем

$$M_{\bar{\lambda}n} \rightarrow \bar{n}\lambda = \frac{G_F^2 \sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c}{\sqrt{3} 4\pi^2 \kappa^2} (\bar{\lambda} O_\alpha n)(\bar{\lambda} O_\alpha n).$$

Заметим, что здесь, как и в /3/, ведущий член не зависит от массы кварка /если  $m_p \leq 3 \text{ ГэВ}$ /.

Для оценки матричных элементов используем обычное предположение /см. /1,2/ / - вставим вакуумное промежуточное состояние между двумя токами, изменяющими странность на  $\Delta S = 1$

$$\langle \bar{K}^0 | (\bar{\lambda} O_\alpha n)(\bar{\lambda} O_\alpha n) | K^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | (J_\mu)_3^2 | 0 \rangle \cdot \\ \langle 0 | (J^\mu)_3^2 | K^0 \rangle = 4 \frac{(f_k m_k)^2}{2m_k}. \quad /13/$$

Таким образом находим

$$\Delta m_{K_L - K_S} = \frac{\kappa^{-2}}{m_\mu^2} \Gamma(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu).$$

Тогда

$$\kappa^{-1} \lesssim 1 \text{ ГэВ}. \quad /14/$$

Напомним, что из результатов предшествующей работы<sup>/3/</sup> верхний предел на  $\kappa^{-1}$  есть 3 ГэВ. Отметим, что оценка может измениться, поскольку мы игнорировали вклад других адронных промежуточных состояний.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные вычисления показывают, что предложенная модель приводит к конечным перенормировкам во втором порядке по  $G_F$  в однопетлевом приближении. Вычисленные константы взаимодействия с нейтральными токами в низкоэнергетических распадах адронов малы и составляют величину порядка  $G_F^2 \kappa^2$ , где  $\kappa$  - константа самодействия скалярных мезонов. Она может быть найдена, например, из распада  $\Phi \rightarrow \pi\pi$ . Отсутствие процессов  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ ,  $\Lambda \rightarrow p e^+ e^-$  на уровне ниже предсказываемого отношениями /10/ и /11/ было бы серьезным затруднением для модели. Отметим, что вопрос, связанный с оценкой поправок за счет высших порядков по  $\alpha$  остался открытым и, по-видимому, приведенные оценки на  $\kappa$  зависят от выбора параметризации скалярного поля. Для вычисления констант взаимодействия с нейтральными токами в реакциях типа  $\nu + N \rightarrow \nu + N$  при  $E_\nu \gtrsim \text{ГэВ}$  необходим выход за рамки однопетлевого приближения. Это связано с ростом мнимой части диаграмм в нашей модели в каждом порядке теории возмущений как  $\exp(\text{const}(p^2)^{1/2})$ , и поэтому для вычисления амплитуды реакции при высоких энергиях необходимо провести частичное подsummирование всего ряда теории возмущений по  $G_F$ , что остается в настоящее время нерешенной проблемой.

Несмотря на существование этих нерешенных вопросов, представляется, что предложенная модель заслуживает внимания.

Авторы признательны Г.В.Ефимову за внимание к работе и ценные советы, М.К.Волкову и А.Т.Филиппову за полезные обсуждения.

### ПРИЛОЖЕНИЕ I

$$N_{\alpha\beta}(k) = \int d^4x e^{ikx} \text{Sp} (S_c^{(p)}(-x) O_\alpha S_c^{(\nu)}(x) O_\beta) E(x)$$

$$E(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{(-\lambda)^z dz}{\sin \pi z \Gamma(z+1)} (\kappa^2 \Delta_M(x))^z \quad /П1.1/$$

Интеграл берется в евклидовой области  $x$ -пространства и определен первоначально для  $p^2 < 0$ . Конечный результат необходимо аналитически продолжить в область физических значений импульсов. Получим интегральное представление для петли  $(p\nu)$ , которое используем в дальнейшем. Точное вычисление /П1.1/ представляется затруднительным. Используем следующее приближение - заменим в суперпропагаторе  $E(x)$  функцию  $K_1(x)$  на

$$K_1(x) \approx \frac{e^{-x}}{x} \quad /П1.2/$$

Тогда, как было показано в работе <sup>/9/</sup>, полученная приближенная форма для суперпропагатора корректно воспроизводит поведение  $E(k)$  возле порогов и правильно передает асимптотику при  $|k^2| \rightarrow \infty$ .

Приступим к вычислению интеграла /П1.1/.

$$\begin{aligned} N_{\alpha\beta}(k) &= 2^7 \{ [g_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial k^2} + 2k_\alpha k_\beta (\frac{\partial}{\partial k^2})^2] \times \\ &\cdot \int d^4x e^{ikx} (\frac{\partial}{\partial x^2} \Delta_M(x)) (\frac{\partial}{\partial x^2} D_0(x)) E(x) - \quad /П1.3/ \\ &- g_{\alpha\beta} \int d^4x e^{ikx} x^2 (\frac{\partial}{\partial x^2} \Delta_M(x)) (\frac{\partial}{\partial x^2} D_0(x)) E(x) \} \\ N_{\alpha\beta}(k) &= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{(-\lambda)^z dz}{\sin \pi z \Gamma(z+1)} N_{\alpha\beta}(k, z) \end{aligned}$$

$$N_{\alpha\beta}(k, z) = g_{\alpha\beta} N_1(k^2, z) + k_\alpha k_\beta N_2(k^2, z).$$

Перейдя в /П1.3/ к сферическим координатам в евклидовском пространстве, выполнив угловое интегрирование, получим, после использования приближения /П1.2/, что

$$N_{\alpha\beta}(k, z) = -(2k_\alpha k_\beta + g_{\alpha\beta} k^2) \frac{(M+mz)^{2z} \Gamma(-2z)}{2\pi^3 i \Gamma(-z) \Gamma(-z + \frac{1}{2})}$$

$$F(-z, -\frac{1}{2}-z; 2; \frac{k^2}{M^2 z_1^2}) - 2g_{\alpha\beta} \frac{(M+mz)^{2z+2}}{\pi^3 i \Gamma(-1-z)} \times$$

$$\times \frac{\Gamma(-2z-2)}{\Gamma(-z-\frac{1}{2})} F(-1-z, -\frac{1}{2}-z; 3; \frac{k^2}{M^2 z_1^2}) \quad /П1.4/$$

$$z_1 = z + \frac{M}{m}.$$

Прямое вычисление интеграла /2/ после подстановки выражения /П1.4/ для  $N_{\alpha\beta}$  вряд ли возможно. Применим интегральное представление Бариса для гипергеометрической функции /10/

$$F(\alpha, \beta; \gamma; x) = \frac{1}{2\pi i} \frac{\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} \int_{-i\infty}^{+i\infty} \frac{\Gamma(\alpha+t) \Gamma(\beta+t) \Gamma(-t)}{\Gamma(\gamma+t)} (-x)^t dt, \quad /П1.5/$$

где  $|\arg(-z)| < \pi$  и путь интегрирования искривлен /если это необходимо/ для обеспечения того, чтобы полюса функции

$$\Gamma(\alpha+t) \Gamma(\beta+t),$$

т.е.  $t = -\alpha - n, -\beta - n (n=0, 1, 2, \dots)$  лежали слева от пути и полюса  $\Gamma(-t)$  т.е.  $t = 0, 1, 2, \dots$  лежали справа от пути. Используя /П1.4/, /П1.5/, а также параметрическую формулу Фейнмана, имеем

$$\Gamma(p_2, q) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} dz \left( \frac{-\lambda \kappa^2}{4\pi^2} \right)^z \int_{L_2} dt \frac{F(z, t)}{\sin \pi z \Gamma(z+1)},$$

где

$$F(z, t) = -2\hat{q}(1+\gamma_5) \frac{G^2 f_{K\Lambda N} m(M+mz)^{2z}}{i(2\pi)} \times$$

$$\times \left\{ - \frac{2(M+mz)^2 \Gamma(2z-2) \Gamma(t-z-1) \Gamma(t-\frac{1}{2}-z) \Gamma(-t)}{\pi \Gamma(-t-1) \Gamma(-z-\frac{1}{2}) \Gamma(t+3) (M+mz)^{2t}} \times \right.$$

$$\times \int_0^1 d\alpha_2 c^t \int_0^1 d\alpha_3 \alpha_3^{-1-t} (1-\alpha_3)^{1+t} \left( d + \frac{b}{c} \alpha_3 \right)^t -$$

/П1.6/

$$- \frac{3}{2\pi} \frac{\Gamma(-2z) \Gamma(t-z) \Gamma(t+\frac{1}{2}-z) \Gamma(-t)}{\Gamma(-z) \Gamma(\frac{1}{2}-z) \Gamma(4+t) (t+1) (mz+M)^{2t}} \times$$

$$\left. \int_0^1 d\alpha_2 c^{t+1} \int_0^1 d\alpha_3 \alpha_3^{-1-t} (1-\alpha_3)^{2+t} \left( 1 + \frac{b}{c} \alpha_3 \right)^{t+1} \right\}.$$

В системе покоя каона

$$b = a_2 (1-a_2) m_k^2 - \mu^2; \quad c = M_p^2 - a_2 (1-a_2) m_k^2.$$

При  $\kappa^{-1} \sim M_N$  параметр разложения  $a = \frac{\kappa^2 m^2}{4\pi^2} \sim 10^{-2}$

и можно оставить в /П1.6/ только ведущие члены порядка  $a^{-1}$  /остальные дают вклады  $-a^n, a^n \ln a, n \geq 0$ /.  
 Этому ведущему члену соответствуют сингулярность подынтегрального выражения в точке  $z = -1$ . Легко видеть, что эта сингулярность возникает только для значений  $t = 0, -1$ . Вычисляя вычеты, находим

$$\Gamma(p_2, q) = -\hat{q}(1 + \gamma_5) \frac{G^2 f_{KAN} M_p}{2\pi^3 \kappa^2} \mathfrak{B}(\kappa)$$

$$\mathfrak{B}(\kappa) = 2\psi(1) - 2\psi\left(\frac{1}{2}\right) - 2 + \frac{1}{2} \ln \frac{M_p - m}{M_p} - \quad /П1.7/$$

$$- \ln \frac{(M_p - m)^2 \kappa^2}{4\pi^2} + \frac{2m}{M_p - m}.$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Чтобы не загромождать изложения, подробно разберем вычисление одного из интегралов /остальные находятся аналогичным образом/:

$$K_{\alpha\beta}^{(1)}(p^2) = -i \int d^4 x e^{ipx} x^2 \left( \frac{\partial}{\partial x^2} \Lambda_c^{(n)}(x) \right) \left( \frac{\partial}{\partial x^2} \Lambda_c^{(\mu)}(-x) E(x) \right).$$

Интеграл легко считается, если использовать представление в виде степенного ряда для функции Бесселя  $J_\nu(x)$ . Имеем

$$K_{\alpha\beta}^{(1)}(p^2) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{|p|}{2}\right)^{1+2m}}{m! \Gamma(2+m)} B_1(p^2, z), \quad /П2.1/$$

где

$$B_1(p^2, z) = \frac{1}{\sqrt{m\mu}} \frac{2^{2m-2z-1} M^{-4-2m+2z}}{\Gamma(2+2m-2z)} \times$$

$$\times \Gamma(3+m-z) \Gamma(1+m-z) \Gamma(-1+m-z) m^{\frac{5}{2}} \mu \quad \times \quad /П2.2/$$

$$\times F\left(3+m-z, 1+m-z; 2+2m-2z; 1 - \frac{m^2}{M^2}\right).$$

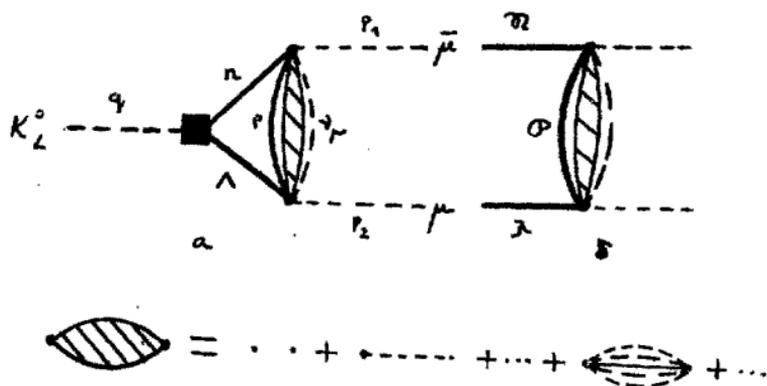


Рис. 1.

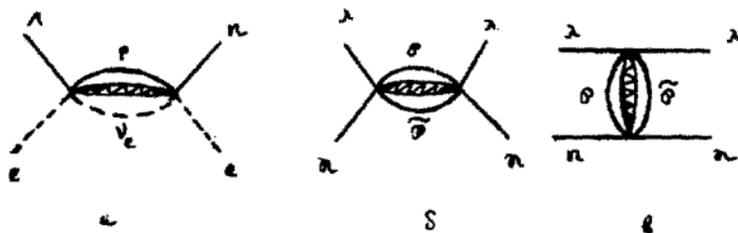


Рис. 2.

Для вычисления амплитуды в приближении  $\alpha^{-1}$  /однопетлевое приближение/ достаточно взять вычет в точке  $z = -1$ . Тогда

$$K_{\alpha\beta}^{(1)}(p^2) = \left( \frac{2}{3} \frac{1}{\kappa^2} - \ln(\kappa^2 m^2 / 4\pi^2) + \psi(1/2) - \psi(3/2) \right) / \Pi 2.3/$$

### Литература

1. Б.Л.Иоффе. УФН, 110, 357 /1973/.
2. B.W.Lee, J.R.Primack, S.B.Treiman. Phys.Rev., D7, 510 (1973).
3. Ф.Х.Абдуллаев. Препринт ОИЯИ, P2-7490, Дубна, 1973.
4. B.Zumino in "Lectures on Theoretical Physics", v. 2, 449, MIT Press (1970); preprint CERN TU-1067 (1969).
5. G.V.Efimov. Preprint CERN TU-1067 (1969).
6. K.Lane, A.Chodos. Phys.Rev., D6, 581, 596 (1972).
7. C.Isham, A.Salam, J.Strathdee. Phys.Rev., D5, 2548 (1972).
8. H.Lehmann, H.Trute. Nucl.Phys., B52, 280 (1973).
9. M.K.Volkov, E.Ch.A.Ya., 2, 34 (1970).
10. В.Т.Уиннекер, Дж.В.Ватсон. Курс современного анализа. М., Физматгиз, 1963.
11. G.Ebel et al. Spring Tracts. Mod. Phys., 55, 239 (1970).
12. W.C.Carithers et al. Phys.Rev.Lett., 30, 1336 (1973).
13. A.T.Filippov. Preprint JINR, E2-7563, Dubna, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел  
27 мая 1974 года.