

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



СЗМ.1а
0-923

P2 - 7883

В.А.Охлопкова

2632/2-74

РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА СВЕТЕ
В ВЕКТОРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7883

В.А.Охлопкова

РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА СВЕТЕ
В ВЕКТОРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Охлопкова В.А.

P2 - 7883

Рассеяние света на свете в векторной электродинамике

Получены выражения для амплитуд рассеяния с определенными поляризациями в приближении $\omega^2 \gg m^2$, оценена асимптотика полного сечения процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ для рассеяния неполяризованных фотонов, получены амплитуды рассеяния вперед и дифференциальное сечение рассеяния вперед.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974

Okhlopko V.A.

P2 - 7883

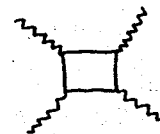
The Scattering of Light by Light in Vector
Electrodynamics

Expressions for the scattering amplitudes with definite polarizations in the approximation $\omega^2 \gg m^2$ are found. The asymptotic $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ total cross section is evaluated for the scattering of unpolarized photons. Also the forward scattering amplitudes and the differential cross section for forward scattering are obtained.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

Введение

Рассеяние света на свете является одним из эффектов нелинейного взаимодействия между электромагнитными полями. Подобные эффекты отсутствуют в классической электродинамике из-за линейности уравнений Максвелла и появляются в квантовой электродинамике как следствие взаимодействия фотонов с вакуумом. Низший порядок теории возмущений, в котором становятся возможными процессы, отвечающие нелинейному взаимодействию - четвертый, и соответствующие фейнмановские диаграммы имеют вид:

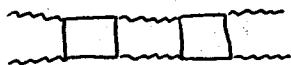


(I)

В зависимости от того, реальные или виртуальные фотоны, такие диаграммы описывают несколько реакций: $\gamma\gamma$ - рассеяние, распад фотона на два в поле ядра, упругое рассеяние фотона на ядре, слияние двух фотонов в один в поле ядра. Довольно подробно эти процессы изучались для случая, когда обмен совершается электроном. $\gamma\gamma$ -рассеяние в пределе низких энергий было впервые рассмотрено в работе /1/. А.И.Ахиезером /2/ были получены выражения для амплитуды и сечения $\gamma\gamma$ -рассеяния при высоких энергиях. В работах Карпльса и Неймана /3/ приведено полное решение задачи $\gamma\gamma$ -рассеяния, исследована общая структура поляризационного тензора, выделены независимые инвариантные амплитуды. Фейнмановский интеграл, соответствующий диаграмме (I), вычислялся в этой работе с помощью \mathcal{L} - параметризации, что приводит к весьма громоздким выкладкам.

В работах /4,15/ предложено для решения этой задачи применить технику дисперсионных соотношений, что позволяет существенно упростить вычисления. Кроме процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ Ле Толлисом рассмотрены другие эффекты нелинейного взаимодействия, а именно: рассеяние Дельбрюка, распад фотона на два, слияние двух фотонов в один.

Высокоэнергетическое поведение амплитуды $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в восьмом порядке теории возмущений изучалось рядом авторов /5,6/. Показано, что при высоких энергиях $A_{\gamma\gamma}^{(8)} \sim \frac{S}{m_e^2}$, тогда как асимптотика амплитуды в четвертом порядке по теории возмущений $A_{\gamma\gamma}^{(4)} \sim \ln^2 \frac{S}{m_e^2}$, и вклады в сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ от $A_{\gamma\gamma}^{(4)}$ и $A_{\gamma\gamma}^{(8)}$ становятся равными при $\sqrt{S} \sim 10$ Гэв.



(2)

В.Н.Грибовым и др./7/ указывается, что дальнейшее итерирование блока (2) приводит к ряду по величине $\lambda^2 \ln \frac{S}{m_e^2}$, и при энергиях порядка нескольких Гэв рассмотрение (2) эквивалентно определению полной амплитуды $\gamma\gamma$ -рассеяния.

В данной работе рассматривается процесс $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в случае, когда промежуточная виртуальная частица является векторной, например, W -бозоном. W -бозон был введен в теорию для описания слабых взаимодействий. Эта частица экспериментально до сих пор не обнаружена, и из последних экспериментов

следует, что $M_W > 6 + 8$ Гэв. В настоящее время не существует непротиворечивой, согласующейся с опытом теории слабых взаимодействий.

Наиболее часто для описания процессов слабого взаимодействия используются две модели: четырехфермионное взаимодействие и взаимодействие с промежуточным W -бозоном. В модели универсального четырехфермионного слабого взаимодействия с экспериментом удается согласовать результаты вычислений в первом порядке по теории возмущений [12]. Поправки от следующих порядков вычислены быть не могут, что связано с неперенормируемостью данной модели. Модель с промежуточным W -бозоном также неперенормируема, однако существуют некоторые ее видоизменения, позволяющие прийти к ренормируемой модели, -например, к модели, предложенной Вайнбергом. В этой модели получено ограничение снизу на массу заряженного W -бозона, $M_W \text{ мин} = 37,5$ Гэв. Модель Вайнберга содержит определенные трудности, для устранения которых приходится вводить в теорию новые частицы. В работах [9,13] предложена нелокальная теория слабых и электромагнитных взаимодействий. Предполагается, что все нейтральные поля взаимодействуют с заряженными нелокальным образом, что позволяет получить конечную в каждом порядке теории возмущений S -матрицу, удовлетворяющую всем основным требованиям, налагаемым на теорию. Матричные элементы S -матрицы оказываются зависящими от форм-факторов $K_i(x)$ и некоторых постоянных a_0, a_2, a_4 , связанных с регуляризацией заряженных циклов и имеющих смысл констант связи контактных взаимодействий нейтральных частиц $(\nu\nu, \gamma\gamma, \nu\gamma)$ [14]. Амплитуда процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в данной модели не содержит функционального произ-

вола, связанного с пропагаторами нейтральных частиц, и зависит лишь от константы A_0 . В данной работе получены выражения для инвариантных амплитуд $\gamma\gamma$ -рассеяния в приближении $\omega^2 \gg m_w^2$, где ω - энергия фотонов в системе центра масс. При расчетах использовался метод, развитый в [4]. Выражения для амплитуд, приведенные в приложении В, позволяют оценить асимптотику полного сечения процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ для рассеяния неполяризованных частиц

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\omega) \approx \frac{10^{-24} \omega^6}{m_w^2} \ln^4 \frac{\omega}{m_w} \Gamma_{\text{эв}}^{-2}$$

Сравнивая $\sigma_{\gamma\gamma}(\omega)$ с асимптотикой сечения процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, найденной в спиновой электродинамике [4] получим, что при $m_w = 10 \text{ Гэв}$ $\sigma_{\gamma\gamma}(\omega) \approx \sigma_{\gamma\gamma}(e)$ при $\omega \approx 30 \text{ Гэв}$.

В работе получены инвариантные амплитуды рассеяния вперед и дифференциальное сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{t=0} \approx \frac{10^{-24} \omega^6}{m^2} \ln^2 \frac{\omega}{m}$$

Выбор формализма

Рассеяние света на свете, когда обмен совершается векторной частицей, можно рассматривать в двух формализмах. Если исходить из волнового уравнения для векторного поля, предложенного Прока

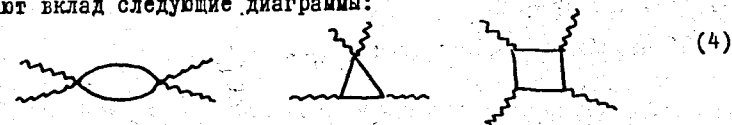
$$\partial_\mu \epsilon_{\mu\nu} - m^2 W_\nu = 0, \quad (3)$$

$$\text{где } G_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu,$$

и выбрать полный лагранжиан в виде

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{2} \partial_\rho A_\lambda \partial_\rho A_\lambda - \frac{1}{2} G_{\mu\nu} G_{\mu\nu}^+ + m^2 W_\mu W_\mu^+ + i e \{ W_\mu G_{\mu\nu}^+ - G_{\mu\nu} W_\mu^+ \} A_\nu + e^2 \{ W_\mu W_\nu^+ - g_{\mu\nu} W_\lambda W_\lambda^+ \} A_\mu A_\nu,$$

то в четвертом порядке по константе связи e в данный процесс дают вклад следующие диаграммы:



При этом возникает довольно много треугольных и четырехугольных диаграмм, отличающихся внутренними линиями, так как кроме пропагаторов, отвечающих спариваниям $\overline{W_\mu(x)} W_\nu^+(y)$, присутствуют пропагаторы, соответствующие $\overline{W_\mu(x)} G_{\nu\lambda}^+(y)$, $\overline{G_{\mu\nu}(x)} G_{\lambda\beta}^+(y)$. Вычисления в этом формализме оказываются очень громоздкими. Для данной задачи более удобным является формализм Деффина-Кеммера [8], когда в качестве волнового уравнения для векторного поля используется

$$(i \beta_\mu \partial_\mu - m) \psi = 0. \quad (5)$$

Здесь

$$\beta_\mu \partial_\mu = \beta_0 \partial_0 - \beta_j \partial_j; \quad g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1; \\ g_{\mu\nu} = 0 \quad \text{при } \mu \neq \nu.$$

β - десятирядные матрицы Деффина-Кеммера, удовлетворяющие следующему перестановочному соотношению:

$$\beta_\mu \beta_\nu \beta_\lambda + \beta_\lambda \beta_\nu \beta_\mu = g_{\mu\nu} \beta_\lambda + g_{\lambda\nu} \beta_\mu.$$

ψ - десятикомпонентный столбец, составленный из компонент векторного поля и комбинаций их производных.

$$\Psi = \begin{pmatrix} R_n^{(\mu\nu)} \equiv i(\partial_\nu W_\mu - \partial_\mu W_\nu) \\ Q_\mu \equiv m W_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} n = 1, 2 \dots 6, \\ \mu, \nu = 1, 2, 3, 4. \end{matrix}$$

Полный лагранжиан при этом имеет вид:

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{2} : \partial_\nu A_\mu(x) \partial_\nu A_\mu(x) : + : \bar{\Psi}(x) (i\beta_\mu \partial_\mu - m) \Psi(x) : + \quad (6)$$

$$+ e : \bar{\Psi}(x) \beta_\mu \Psi(x) A_\mu(x) :$$

$$\bar{\Psi}(x) = \Psi^+(x) \eta_0 ; \quad \eta_0 = 2\beta_0^2 - 1 ; \quad \beta_0^+ = \beta_0 ; \quad \beta_j^+ = -\beta_j$$

В процесс рассеяния света на свете в этом формализме, аналогично случаю обмена электроном, дают вклад шесть четырехугольных диаграмм, три из которых отличаются от остальных лишь направлением обхода внутренней бозонной линии. Пропагатор векторной частицы в формализме Деффина-Кеммера выглядит следующим образом:

$$T^C(p) = \frac{1}{-\hat{p} + m - i\varepsilon} = \frac{\hat{p}(\hat{p} + m) - p^2 + m^2}{m(m^2 - p^2 - i\varepsilon)} ; \quad \hat{p} = p_\mu \beta_\mu \quad (7)$$

Штур от произвольного числа β -матриц дается выражением [10]:

$$\mathcal{P}\{\beta_{k_1} \dots \beta_{k_{2n}}\} = \eta[t_1, k_1][k_2, t_2] \eta[t_2, k_2][k_3, t_3] \dots \eta[t_n, k_{2n-1}][k_{2n}, t_n] + \quad (8)$$

$$+ \eta[t_1, k_1][k_3, t_2] \eta[t_2, k_4][k_5, t_3] \dots \eta[t_n, k_{2n}][k_1, t_n]$$

где

$$\eta[k_e][t_m] = g_{kn} g_{em} - g_{km} g_{en}$$

Процедура регуляризации

Как показано в работе [9], в нелокальной векторной электродинамике использование регуляризации типа Паули-Вилларса приводит к тому, что высшая степень расходимости заряженных циклов равна

четырем. Если ввести некоторые дополнительные условия, то эта теория становится конечной, причем результаты будут зависеть от трех неизвестных параметров. Опишем процедуру регуляризации заряженных циклов [9]. Подынтегральные выражения, соответствующие замкнутым циклам и составленные из пропагаторов заряженных векторных бозонов

$$\mathcal{P}\{\beta T^C(x_1, x_2) \beta T^C(x_2, x_3) \dots \beta T^C(x_n, x_1)\},$$

будем регуляризовать с помощью частично видоизмененной регуляризации Паули-Вилларса

$$\lambda_0 = c_0 = 1 ;$$

$$m \rightarrow m_j = m \lambda_j ; \quad \lambda_j = \lambda + \varepsilon_j ; \quad \lambda \gg 1 ; \quad \varepsilon_j \ll 1$$

Для цикла с n вершинами регуляризованное выражение равно

$$\int d^4x \sum c_j \lambda_j^k \mathcal{P}\{\beta T_{m_j}^C(p+k_1) \beta T_{m_j}^C(p+k_2) \dots \beta T_{m_j}^C(p+k_n)\}$$

Коэффициенты c_j удовлетворяют системе уравнений:

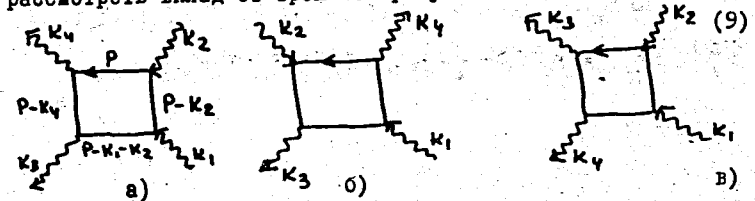
$$\sum_{j=0}^n c_j \lambda_j^k = 0 ; \quad k = 0, 1, \dots, 4 ;$$

$$\sum_{j=0}^n c_j \lambda_j^m \ln \lambda_j = a_m ; \quad m = 0, 2, 4,$$

где a_m - произвольные постоянные. В рамках этой регуляризации сходятся интегралы от любых замкнутых циклов и существует конечный предел при $\lambda_j \rightarrow \infty$.

Кинематика

Для вычисления полных амплитуд данного процесса необходимо рассмотреть вклад от трех четырехугольных диаграмм.



Закон сохранения энергии-импульса приводит к тому, что лишь три четырехмерных импульса фотонов являются линейно независимыми:

$$k_1 + k_2 = k_3 + k_4.$$

В дальнейшем будет рассматриваться случай, когда все четыре фотона находятся на массовой поверхности, т.е. $k_i^2 = 0$.

Переменные Мандельштама выберем следующим образом:

$$s = (k_1 + k_2)^2 = 2(k_1 k_2); \quad t = (k_1 - k_3)^2 = -2(k_1 k_3); \quad u = (k_1 - k_4)^2 = -2(k_1 k_4).$$

При решении данной задачи удобно пользоваться системой центра инерции в S -канале. При этом

$$k_1 = \{\omega, \vec{k}\}; \quad k_2 = \{\omega, -\vec{k}\}; \quad k_3 = \{\omega, \vec{k}'\}; \quad k_4 = \{\omega, -\vec{k}'\}.$$

$$\vec{k} = \{0, 0, \omega\}; \quad \vec{k}' = \{\omega \sin \theta, 0, \omega \cos \theta\},$$

где $\theta = (\vec{k}, \vec{k}')$ - угол рассеяния.

Переменные Мандельштама в этой системе имеют вид:

$$s = 4\omega^2; \quad t = -4\omega^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad u = -4\omega^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}.$$

Для конкретного выделения инвариантных амплитуд удобно выбрать определенную калибровку 4-векторов поляризации фотонов e - калибровку, в которой $e_i^{\mu} = \{0, \vec{e}_i\}; \quad i = 1, 2, 3, 4$.

В качестве независимых направлений поляризации введем для каждого из фотонов пару трехмерных поляризационных ортов $\vec{e}^{(1)}$ и $\vec{e}^{(2)}$, выбрав их следующим образом:

$$\vec{e}_1^{(1)} = \vec{e}_2^{(1)} = \vec{e}_3^{(1)} = \vec{e}_4^{(1)} = \frac{[\vec{k}, \vec{k}']}{|[\vec{k}, \vec{k}']|} = \{0, 1, 0\} \equiv e;$$

$$\vec{e}_1^{(2)} = -\vec{e}_2^{(2)} = \frac{1}{\omega} [\vec{k}, \vec{e}_1^{(1)}] = \{-1, 0, 0\} \equiv -e;$$

$$\vec{e}_3^{(2)} = -\vec{e}_4^{(2)} = \frac{1}{\omega} [\vec{k}', \vec{e}_1^{(1)}] = \{-\cos \theta, 0, \sin \theta\} \equiv e_2;$$

Выделение инвариантных амплитуд

Полная амплитуда рассеяния для данного процесса

$$M_{if} = 2 [M^{(a)} + M^{(b)} + M^{(c)}], \quad (I)$$

где $M^{(a)}$, $M^{(b)}$ и $M^{(c)}$ - вклады диаграмм а, б, в, определяет дифференциальное сечение рассеяния

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi^2} |M_{if}|^2 \frac{d\Omega'}{(2\omega)^2} \quad (II)$$

Здесь $d\Omega'$ - элемент телесного угла для направления \vec{k}' в системе центра инерции. Выделяя поляризационные множители фотонов, M_{if} можно представить в виде

$$M_{if} = e_1^\lambda e_2^\mu e_3^\nu e_4^\sigma M_{\lambda\mu\nu\sigma},$$

где $M_{\lambda\mu\nu\sigma} = M_{\lambda\mu\nu\sigma}(k_1 k_2 k_3 k_4)$ - тензор рассеяния фотона на фотоне.

Используя конкретный выбор поляризационных ортов фотонов, тензор рассеяния фотона на фотоне можно представить в виде:

$$M_{ikem} = \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} e_i^{(\lambda_1)} e_k^{(\lambda_2)} e_e^{(\lambda_3)} e_m^{(\lambda_4)}.$$

16 величин $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$ являются функциями s, t, u и называются инвариантными амплитудами.

Условия инвариантности по отношению к обращению времени и по отношению к перестановке начальных или конечных фотонов приводят к тому, что всего 8 инвариантных амплитуд отличны от нуля, причем среди них лишь 5 независимых /3, 4, II/:

$$M_{1111}; M_{2222}; M_{1122} = M_{2211}; M_{1212} = M_{2121}; M_{1221} = M_{2112}.$$

Сечение рассеяния с заданными начальными и конечными поляризациями получится заменой $M_{if} \rightarrow M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$.

Сечение, просуммированное по конечным и усредненное по начальным поляризациям, получается при

$$|M_{if}|^2 \rightarrow \frac{1}{4} [|M_{1111}|^2 + |M_{2222}|^2 + 2|M_{1122}|^2 + 2|M_{1122}|^2 + 2|M_{1221}|^2]. \quad (12)$$

Свойства кроссинг-симметрии амплитуды M_{if} приводят к некоторым соотношениям /4/ между амплитудами с определенными поляризациями, которые позволяют выразить вклады от диаграмм б) и в) в полную амплитуду через вклад от диаграммы а).

$$\begin{aligned} M_{1111}(s,t,u) &= M_{1111}^{(a)}(s,t) + M_{1111}^{(a)}(s,u) + M_{1111}^{(a)}(t,u) \\ M_{2222}(s,t,u) &= M_{2222}^{(a)}(s,t) + M_{2222}^{(a)}(s,u) + M_{2222}^{(a)}(t,u) \\ M_{1122}(s,t,u) &= M_{1122}^{(a)}(s,t) + M_{1122}^{(a)}(u,s) + M_{1122}^{(a)}(u,t) \\ M_{1212}(s,t,u) &= M_{1122}^{(a)}(t,s) + M_{1221}^{(a)}(u,s) + M_{1122}^{(a)}(t,u) \\ M_{1221}(s,t,u) &= M_{1221}^{(a)}(s,t) + M_{1122}^{(a)}(u,s) + M_{1122}^{(a)}(u,t) \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, достаточно вычислить вклад одной диаграммы в четыре инвариантные амплитуды $M_{1111}, M_{2222}, M_{1122}, M_{1221}$.

Дисперсионное представление

Фейнмановский интеграл, соответствующий диаграмме а), выглядит следующим образом:

$$M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}(s,t) = \text{reg} \int \frac{i V_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}(p,s,t) d^4 p}{[p^2 - m^2][(\hat{p} - \hat{k}_4)^2 - m^2][(\hat{p} - \hat{k}_1 - \hat{k}_2)^2 - m^2][(\hat{p} - \hat{k}_2)^2 - m^2]}; \quad (14)$$

$$V_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} = \frac{e^4}{\pi^2} \text{Sp} \left\{ \hat{e}_1^{(\lambda_1)} [(\hat{p} - \hat{k}_2)(\hat{p} - \hat{k}_2 + m) - (p - k_2)^2 - m^2] \hat{e}_2^{(\lambda_2)} [(\hat{p} - \hat{p} + m) - p^2 - m^2] \cdot \hat{e}_4^{(\lambda_4)} [(\hat{p} - \hat{k}_4)(\hat{p} - \hat{k}_4 + m) - (p - k_4)^2 - m^2] \hat{e}_3^{(\lambda_3)} [(\hat{p} - \hat{k}_1 - \hat{k}_2)(\hat{p} - \hat{k}_1 - \hat{k}_2 + m) - (p - k_1 - k_2)^2 - m^2] \right\}$$

При достаточно малых s, t $M(s,t)$ вещественна. Если увеличивать S при достаточно малом фиксированном t , то при $s \gg 4m^2$ у $M(s,t)$ появится мнимая часть $\text{Im} A_{15}(s,t)$ и для $M(s,t)$ можно написать дисперсионное соотношение:

$$M(s,t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{A_{15}(s',t)}{(s' - s - i0)} ds'. \quad (15)$$

$A_{15}(s,t)$ может быть найдена с помощью правила Кутковского

$$A_{15}(s,t) = 2i\pi^2 \int_{p_0 > 0} \frac{i V(p,s,t) \delta(p^2 - m^2) \delta[(p - k_1 - k_2)^2 - m^2]}{[(p - k_4)^2 - m^2][(\hat{p} - \hat{k}_2)^2 - m^2]} d^4 p. \quad (16)$$

Аналогично, при фиксированном малом S и при возрастающем t :

$$M(s,t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{A_{15}(s,t')}{(t' - t - i0)} dt'$$

Как видно из (16), структура $A_{15}(s,t)$ такова, что при увеличении t у нее появляется мнимая часть $\text{Im} A_{15} = A_2(s,t)$, что позволяет для A_{15} записать дисперсионное представление по t :

$$A_{15}(s,t) = \frac{1}{\pi} \int_{t_c(s)}^{\infty} \frac{A_2(s,t')}{(t' - t - i0)} dt' \quad (17)$$

(19)

$$A_2(s,t) = -4\pi^4 \int_{p_0 > 0} i V \delta(p^2 - m^2) \delta[(p - k_2)^2 - m^2] \delta[(p - k_4)^2 - m^2] \delta[(p - k_1 - k_2)^2 - m^2] d^4 p$$

В целом для $M(s,t)$ получим двойное дисперсионное соотношение или представление Мандельштама:

$$M(s,t) = \frac{1}{\pi^2} \int_{4m^2}^{\infty} \int_{t_c(s)}^{\infty} \frac{A_2(s',t') ds' dt'}{(s' - s - i0)(t' - t - i0)}. \quad (20)$$

Формулы (5,17,18,20) имеют смысл в том случае, когда в

асимптотике A_{1s} , A_{1t} , A_2 убывают по крайней мере как $A_{1s} \sim S^{-1}$, $A_{1t} \sim t^{-1}$, $A_2 \sim S^{-1}t^{-1}$. В противном случае в этих формулах необходимо сделать определенное число вычитаний. В случае спинорной электродинамики A_{1s} , A_{1t} , A_2 стремятся к константе в асимптотике, и необходимо было записать дисперсионное представление с одним вычитанием. Расчет по (I6) в нашем случае показывает, что $A_{1s} \sim S^2$ в асимптотике, таким образом, необходимо записать дисперсионное представление с тремя вычитаниями. Формально к такому представлению можно прийти, если воспользоваться следующим тождественным преобразованием:

$$\frac{1}{(s^2-s)(t^2-t)} = \frac{S^3 t^3}{S^{13} t^{13} (s^2-s)(t^2-t)} + \frac{S^3 t^2}{S^{13} t^{13} (s^2-s)} + \frac{S^3 t}{S^{13} t^{12} (s^2-s)} + \frac{S^3}{S^{13} t^{11} (s^2-s)} + \frac{t^3 S^2}{S^{13} t^{13} (t^2-t)} + \frac{t^3 S}{t^{13} S^{12} (t^2-t)} + \frac{t^3}{t^{13} S^1 (t^2-t)} + \frac{S^2 t^2}{S^{13} t^{13}} + \frac{S^2 t}{S^{13} t^{12}} + \frac{S t^2}{S^{12} t^{13}} + \frac{S^2}{S^{13} t^1} + \frac{t^2}{S^1 t^{13}} + \frac{S t}{S^{12} t^{12}} + \frac{S}{S^{12} t^1} + \frac{t}{S^1 t^{12}} + \frac{1}{S^1 t^1}$$

$$M(s,t) = \frac{S^3 t^3}{\pi^2} \iint \frac{A_2(s,t') ds' dt'}{S^{13} t^{13} (s^2-s)(t^2-t)} + \frac{S^3}{\pi^2} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{ds'}{S^{13} (s^2-s)} [t^2 f_2(s') + t f_1(s') + f(s')] + \frac{t^3}{\pi^2} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{dt'}{t^{13} (t^2-t)} [S^2 g_2(t') + S g_1(t') + g(t')] + P(s,t)$$

$$f_2(s) = \int \frac{A_2(s,t')}{t^{13}} dt'; \quad f_1(s) = \int \frac{A_2(s,t')}{t^{12}} dt'; \quad f(s) = \int \frac{A_2(s,t')}{t^1} dt'$$

Для $g(t)$ аналогично, $P(s,t)$ - полином второго порядка по s и t с коэффициентами P в виде интегралов от A_2 . Интегралы для f , g , P расходящиеся, и им должны быть приписаны некоторые заранее заданные значения, соответствующие условию перенормировки. Амплитуда данного процесса расходится как четвертая степень импульса ин-

тегрирования. После проведения регуляризационной процедуры выражение для амплитуды зависит от трех произвольных констант a_0 , a_2 , a_4 . Градиентная инвариантность амплитуды приводит к понижению степени расходимости до логарифмической, что соответствует обращению в нуль коэффициентов при a_4 и a_2 .

$$M(0,0) = c_1 a_4 = 0;$$

$$\frac{\partial M(s,t)}{\partial s} \Big|_{t=s=0} = c_2 a_2 = 0; \quad \frac{\partial M(s,t)}{\partial t} \Big|_{t=s=0} = c_2' a_2 = 0;$$

$$\frac{\partial^2 M(s,t)}{\partial s^2} \Big|_{s=t=0} = c_3' a_0; \quad \frac{\partial^2 M(s,t)}{\partial t^2} \Big|_{s=t=0} = c_3'' a_0; \quad \frac{\partial^2 M(s,t)}{\partial s \partial t} \Big|_{s=t=0} = c_3 a_0;$$

$$M(s,0) = \frac{1}{\pi} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} ds' \frac{A_{1s}(s')}{(s^2-s)} = \frac{S^3}{\pi^2} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{ds'}{S^{13} (s^2-s)} \int \frac{A_2(s',t')}{t^1} dt' = \frac{S^3}{\pi} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{ds' A_{1s}(s')}{S^{13} (s^2-s)} + P'(s)$$

Положим $f(s) \equiv A_{1s}(s,0)$. Возникший полином $P'(s)$ приведет к некоторому переопределению коэффициентов $P(s,t)$. Аналогично:

$$\frac{\partial M(s,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{1}{\pi} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{ds'}{(s^2-s)} \frac{\partial A_{1s}(s',t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{S^3}{\pi^2} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{ds'}{S^{13} (s^2-s)} \int \frac{A_2(s',t')}{t^{12}} dt' = \frac{S^3}{\pi} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{ds'}{S^{13} (s^2-s)} \frac{\partial A_{1s}(s',t)}{\partial t} \Big|_{t=0} + P''(s)$$

$$f_1(s) \equiv \frac{\partial A_{1s}(s,t)}{\partial t} \Big|_{t=0}; \quad f_2(s) \equiv \frac{\partial^2 A_{1s}(s,t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0}$$

С помощью аналогичной процедуры определяются функции $g(t)$, после чего дисперсионное представление с тремя вычитаниями приобретает вид:

$$M(s,t) = \frac{S^3 t^3}{\pi^2} \iint \frac{A_2(s',t') ds' dt'}{S^{13} t^{13} (s^2-s)(t^2-t)} + \frac{S^3}{\pi} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{ds'}{S^{13} (s^2-s)} \left[t^2 \frac{\partial^2 A_{1s}(s',t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} + t \frac{\partial A_{1s}(s',t)}{\partial t} \Big|_{t=0} + A_{1s}(s',0) \right] + \frac{t^3}{\pi} \int_{\gamma_{m^2}}^{\infty} \frac{dt'}{t^{13} (t^2-t)} \left[S^2 \frac{\partial^2 A_{1t}(s,t')}{\partial s^2} \Big|_{s=0} + S \frac{\partial A_{1t}(s,t')}{\partial s} \Big|_{s=0} + A_{1t}(0,t') \right] + P(s,t, a_0)$$

Вычисление инвариантных амплитуд.

Для нахождения инвариантных амплитуд необходимо знать соответствующие однократные и двукратные спектральные плотности A_{1s}, A_{1t} , A_2 и первые и вторые производные от однократных спектральных плотностей. Вычисления A_{1s}, A_{1t} проводились по формулам (16, 19) в приближении $\omega^2 \gg m^2$. Функция $B_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$, необходимая для расчета A_{1s}, A_{1t} в этом приближении, имеет вид:

$$B_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} = \frac{e^4}{\pi^2} \delta p \left\{ \hat{e}_1^{(\lambda_1)} [(p-k_4)^2 + 2(pk_4)] \hat{e}_2^{(\lambda_2)} p^2 \hat{e}_3^{(\lambda_3)} [(p-k_4)^2 + 2(pk_4)] \hat{e}_4^{(\lambda_4)} (p-k_1 - k_2)^2 \right\}.$$

Выражения для $B_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$ после вычисления δp даны в приложении А. В дальнейшем у $B_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$ индексы поляризации для краткости запи-
си опущены.

$$f = A_{1s}(s, 0) = -\frac{\pi^2}{4} \sqrt{\frac{s-4m^2}{s}} \int d\Omega_p \frac{B(p, s, t=0)}{m^4 [(p-k_2)^2 - m^2]^2};$$

$$f_1 = \frac{\partial A_{1s}(s, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = -\frac{\pi^2}{4} \sqrt{\frac{s-4m^2}{s}} \int d\Omega_p \frac{\partial B(p, s, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} \frac{1}{m^4 [(p-k_2)^2 - m^2]^2};$$

$$f_2 = \frac{\partial^2 A_{1s}(s, t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} = -\frac{\pi^2}{4} \sqrt{\frac{s-4m^2}{s}} \int d\Omega_p \frac{\partial^2 B(p, s, t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \frac{1}{m^4 [(p-k_2)^2 - m^2]^2}.$$

Двойная спектральная плотность A_2 рассчитывалась по формуле:

$$\begin{aligned} A_2(s, t) &= -4\pi^4 \int_{p_0 > 0} i B \delta(e_1^2 - m^2) \delta(e_2^2 - m^2) \delta(e_3^2 - m^2) \delta(e_4^2 - m^2) d^4 p = \\ &= -4\pi^4 \int i B \delta(e_1^2 - m^2) \delta(e_2^2 - m^2) \delta(e_3^2 - m^2) \delta(e_4^2 - m^2) \frac{\partial(p_0 p_1 p_2)}{\partial(e_1^2 e_2^2 e_3^2 e_4^2)} d^4(e_i^2), \\ \text{где } e_1^2 &= p^2, e_2^2 = (p-k_4)^2, e_3^2 = (p-k_2)^2, e_4^2 = (p-k_1 - k_2)^2. \end{aligned}$$

Условия $e_i^2 = m^2$ позволяют выбрать компоненты четырехмерного вектора P в виде

$$P(s, t) = \left\{ p_0 = \frac{\sqrt{s}}{2}; p_x = -\frac{i}{2} \sqrt{\frac{st}{s+t}}; p_y = \pm \sqrt{\frac{st}{4(s+t)} - m^2}; p_z = -\frac{\sqrt{s}}{2} \right\}.$$

При этом

$$(e_1 p) = \mp \sqrt{\frac{st}{4(s+t)} - m^2}; (e_1 p) = (e_2 p) = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{st}{s+t}}; (p k_2) = (p k_4) = 0;$$

$$\frac{\partial(e_1^2 e_2^2 e_3^2 e_4^2)}{\partial(p_0 p_x p_y p_z)} = 4i \sqrt{st} [st - 4m^2(s+t)]$$

Учитывая все эти соотношения, получим

$$A_2(s, t) = \frac{2\pi^4 B(s, t)}{\sqrt{st} [st - 4m^2(s+t)]};$$

$$A_2^{1111} = \frac{\pi^2 e^4 (s^2 + t^2)}{2m^4 \sqrt{st} [st - 4m^2(s+t)]} \left[\frac{st}{4(s+t)} - m^2 \right]^2;$$

$$A_2^{2222} = \frac{\pi^2 e^4 (s^2 + t^2)}{2m^4 \sqrt{st} [st - 4m^2(s+t)]} \frac{s^2 t^2}{16(s+t)^2};$$

$$A_2^{1221} = -A_2^{1122} = \frac{\pi^2 e^4 (s^2 + t^2)}{2m^4 \sqrt{st} [st - 4m^2(s+t)]} \left[\frac{st}{4(s+t)} - m^2 \right] \frac{st}{4(s+t)}$$

Подставляя в (21) выражения для спектральных плотностей, приведенные в приложении В, можно получить $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{(a)}$. Поскольку с самого начала предполагалось $\omega^2 \gg m^2$ и в $B_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$ были опущены члены $\sim m^2$, в выражениях для $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{(a)}$ имеет смысл оставлять лишь наиболее быстрорастущие члены, т.е. члены типа $\frac{s^2}{m^4} \ln^2 \left| \frac{s}{m^2} \right|$ и $\frac{s^2}{m^4} \ln \left| \frac{s}{m^2} \right|$. Для того, чтобы учесть члены $\sim \frac{s^2}{m^4}$, необходимо в выражениях для B оставить члены $\sim m^2$.

Удобные приемы для взятия однократных и двукратных спектральных интегралов разработаны в /4/. Явный вид функций $B(\frac{s}{4m^2}), T(\frac{s}{4m^2}), I(\frac{s}{4m^2}, \frac{t}{4m^2})$, через которые выражаются $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{(a)}(s, t)$ приведен в приложении С.

$$M_{1111}^{(a)} = M_{2222}^{(a)} = \frac{e^4}{32m^4} \left\{ B\left(\frac{s}{4m^2}\right) \left[4t^2 - 6s^2 - \frac{26}{3}st - \frac{4st^2}{s+t} \right] + \right. \\ \left. + B\left(\frac{t}{4m^2}\right) \left[4s^2 - 6t^2 - \frac{26}{3}st - \frac{4s^2t}{s+t} \right] + T\left(\frac{s}{4m^2}\right) \left[\frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} + 4t^2 + 2st \right] + \right. \\ \left. + T\left(\frac{t}{4m^2}\right) \left[\frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} + 4s^2 + 2st \right] + I\left(\frac{s}{4m^2}, \frac{t}{4m^2}\right) \left[\frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} + 4s^2 + 2st \right] \right\} \frac{1}{\pi^2};$$

$$M_{1122}^{(a)} = \frac{e^4}{32m^4\pi^2} \left\{ B\left(\frac{s}{4m^2}\right) \left[\frac{10}{3}s^2 - 4t^2 + \frac{16}{3}st + \frac{4st^2}{s+t} \right] + \right. \\ \left. + B\left(\frac{t}{4m^2}\right) \left[6t^2 - 4s^2 - 4st + \frac{4s^2t}{s+t} \right] + T\left(\frac{s}{4m^2}\right) \left[-\frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} - 4t^2 - 2st \right] + \right. \\ \left. + T\left(\frac{t}{4m^2}\right) \left[-\frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} - 4s^2 - 2st \right] + I\left(\frac{s}{4m^2}, \frac{t}{4m^2}\right) \left[-2st + \frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} \right] \right\};$$

$$M_{1221}^{(a)} = \frac{e^4}{32m^4\pi^2} \left\{ B\left(\frac{s}{4m^2}\right) \left[4t^2 + \frac{2}{3}s^2 - \frac{14}{3}st - \frac{4st^2}{s+t} \right] + \right. \\ \left. + B\left(\frac{t}{4m^2}\right) \left[4s^2 + \frac{2}{3}t^2 - \frac{14}{3}st - \frac{4s^2t}{s+t} \right] + T\left(\frac{s}{4m^2}\right) \left[\frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} + 4t^2 + 2st \right] + \right. \\ \left. + T\left(\frac{t}{4m^2}\right) \left[\frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} + 4s^2 + 2st \right] + I\left(\frac{s}{4m^2}, \frac{t}{4m^2}\right) \left[2st - \frac{4s^2t^2}{(s+t)^2} \right] \right\}.$$

Выражения (22) совместно с (13) позволяют получить полные амплитуды рассеяния с определенными поляризациями, и с помощью (II), (I2) было приближенно найдено полное сечение $\gamma\gamma$ -рассеяния:

Для $t=0$, $u=-s$ инвариантные амплитуды имеют следующий вид:

$$M_{1111} = M_{2222} = \frac{e^4 s^2}{12m^4\pi^2} \left[B\left(\frac{s}{4m^2}\right) + B\left(-\frac{s}{4m^2}\right) \right];$$

$$M_{1212} = -M_{1221} = \frac{7e^4 s^2}{48m^4\pi^2} \left[B\left(-\frac{s}{4m^2}\right) - B\left(\frac{s}{4m^2}\right) \right];$$

$$M_{1212} = \frac{e^4 s^2}{24m^4\pi^2} \left[B\left(\frac{s}{4m^2}\right) + B\left(-\frac{s}{4m^2}\right) \right];$$

что позволяет получить дифференциальное сечение рассеяния вперед

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{t=0} \approx \frac{10^{-1} 2^4 \omega^6}{m^8} h^2 \left| \frac{\omega}{m} \right|.$$

В заключение автор выражает глубокую благодарность Г.В.Ефимову и В.А.Алебастрову за постоянную помощь в работе, а также С.М.Биленькому, С.Б.Герасимову, А.В.Ефремову, Е.Х.Христовой за полезные обсуждения.

Приложение А

$$B_{1111} = \frac{e^4}{\pi^2} \left\{ \frac{(eP)^4 (S^2 + t^2)}{4} + (eP)^2 \left[\frac{S}{2} (PK_2)^2 + (PK_4)^2 - \frac{S^2}{2} (PK_2 + PK_4) + t(PK_2)(PK_4) \right] + 2(PK_2)^2(PK_4)^2 + S^2(PK_2)(PK_4) - S(PK_2)(PK_4)(PK_2 + PK_4) \right\};$$

$$B_{2222} = \frac{e^4}{\pi^2} \left\{ (e_1P)^2(e_2P)^2 \frac{(S^2 + t^2)}{4} + (e_2P)^2 \left[\frac{S}{2} (PK_2)(PK_2 - S) - \gamma^2 (PK_2)^2 \right] + (e_1P)^2 \left[\frac{S}{2} (PK_4)(PK_4 - S) + \gamma^2 (PK_4)^2 \right] + (e_1P)(e_2P)(PK_2)(PK_4) [2\gamma^2 - t \cos \theta] + (e_1P)(e_2P)t \gamma [(e_2P)(PK_2) + (e_1P)(PK_4)] - 2(PK_2)(PK_4) \gamma \cos \theta [(e_2P)(PK_2) + (e_1P)(PK_4)] + (PK_2)^2(PK_4)^2 (1 + \cos^2 \theta) - S(PK_2)(PK_4)(PK_2 + PK_4 - S) \right\};$$

$$-B_{1122} = \frac{e^4}{\pi^2} \left\{ (eP)^2(e_2P)^2 \frac{(S^2 + t^2)}{4} + (e_2P)^2 \frac{S}{2} (PK_2)(PK_2 - S) + (eP)^2 \frac{S}{2} (PK_4)(PK_4 - S) + (eP)^2 (PK_4)^2 \gamma^2 + (e_2P)(eP)^2 \gamma t (PK_4) + (PK_2)^2(PK_4)^2 - S(PK_2)(PK_4)(PK_2 + PK_4 - S) \right\};$$

$$B_{1221} = \frac{e^4}{\pi^2} \left\{ (eP)(e_2P)(eP)^2 \frac{(S^2 + t^2)}{4} + (e_2P)(eP)^2 (PK_2) \frac{\gamma t}{2} + (eP)(eP)^2 (PK_4) \frac{\gamma t}{2} + (eP)^2 (PK_2)(PK_4) \gamma^2 \right\};$$

$$\gamma = \omega \sin \theta;$$

$$(eP) = -P_y = -|P| \sin \alpha \sin \varphi;$$

$$(e_1P) = -P_x = -|P| \sin \alpha \cos \varphi;$$

$$(e_2P) = P_x \cos \theta - P_z \sin \theta = |P| \sin \alpha \cos \varphi \cos \theta - |P| \cos \alpha \sin \theta;$$

$$(PK_2) = \omega^2 + \omega |P| \cos \alpha;$$

$$(PK_4) = \omega^2 + P_x \omega \sin \theta + P_z \omega \cos \theta = \omega^2 + |P| \omega \sin \alpha \cos \varphi \sin \theta + |P| \omega \cos \alpha \cos \theta.$$

$$\left. \begin{aligned} P^2 &= m^2 \\ (P - K_1 - K_2)^2 &= m^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P_0 &= \omega \\ |P|^2 &= \omega^2 - m^2; \end{aligned}$$

Приложение В

$$f^{1111}(x) = g^{1111}(x) = f^{2222}(x) = g^{2222}(x) = \frac{3}{32} \frac{e^4 \pi x^2}{m^4} \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}};$$

$$f^{1122}(x) = -\frac{5}{96} \frac{e^4 \pi x^2}{m^4} \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}}; \quad g^{1122}(x) = -\frac{3}{32} \frac{e^4 \pi x^2}{m^4} \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}};$$

$$f^{1221}(x) = g^{1221}(x) = -\frac{1}{96} \frac{e^4 \pi x^2}{m^4} \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}};$$

$$f_1^{1111}(x) = g_1^{1111}(x) = f_1^{2222}(x) = g_1^{2222}(x) = \frac{e^4 \pi}{16m^4} \left[\frac{13}{6} x \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}} - x \operatorname{Arctch} \frac{\sqrt{x}}{2m} \right]$$

$$f_1^{1122}(x) = \frac{e^4 \pi}{16m^4} \left[-\frac{4}{3} x \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}} + x \operatorname{Arctch} \frac{\sqrt{x}}{2m} \right]$$

$$g_1^{1122}(x) = \frac{e^4 \pi}{16m^4} \left[x \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}} + x \operatorname{Arctch} \frac{\sqrt{x}}{2m} \right]$$

$$f_1^{1221}(x) = g_1^{1221}(x) = \frac{e^4 \pi}{16m^4} \left[\frac{7}{6} x \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}} - x \operatorname{Arctch} \frac{\sqrt{x}}{2m} \right].$$

$$f_2^{1111}(x) = f_2^{2222}(x) = -f_2^{1122}(x) = f_2^{1221}(x) =$$

$$= g_2^{1111}(x) = g_2^{2222}(x) = -g_2^{1122}(x) = g_2^{1221}(x) = \frac{e^4 \pi}{16m^4} \left[\frac{x}{4m^2} \sqrt{\frac{x - 4m^2}{x}} - \gamma \operatorname{Arctch} \frac{\sqrt{x}}{2m} \right]$$

$$A_2^{1111}(s, t) = A_2^{2222}(s, t) = -A_2^{1122}(s, t) = A_2^{1221}(s, t) =$$

$$= \frac{\pi^2 e^4 (s^2 + t^2) s^2 t^2}{32m^4 (s+t)^2 \sqrt{st - 4m^2(s+t)}}$$

Приложение С

$$B\left(\frac{s}{4m^2}\right) = \begin{cases} \sqrt{1-\frac{4m^2}{s}} \operatorname{Arsh} \frac{\sqrt{s}}{2m} - 1; & s < 0; \\ \sqrt{\frac{4m^2}{s}-1} \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{s}}{2m} - 1; & 0 < s < 4m^2; \\ \sqrt{1-\frac{4m^2}{s}} \operatorname{Arch} \frac{\sqrt{s}}{2m} - 1 - \frac{i\pi}{2} \sqrt{1-\frac{4m^2}{s}}; & s > 4m^2; \end{cases}$$

При $|s| \gg 4m^2$ $B\left(\frac{s}{4m^2}\right) \approx \frac{1}{2} \ln \left| \frac{s}{m^2} \right| - \frac{i\pi}{2} \theta(s);$

$$T\left(\frac{s}{4m^2}\right) = \begin{cases} [\operatorname{Arsh} \frac{\sqrt{s}}{2m}]^2; & s < 0; \\ -[\operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{s}}{2m}]^2; & 0 < s < 4m^2; \\ [\operatorname{Arch} \frac{\sqrt{s}}{2m}]^2 - \frac{\pi^2}{4} - i\pi \operatorname{Arch} \frac{\sqrt{s}}{2m}; & s > 4m^2 \end{cases}$$

При $|s| \gg 4m^2$ $T\left(\frac{s}{4m^2}\right) \approx \frac{1}{4} \ln^2 \left| \frac{s}{m^2} \right| - \left\{ \frac{\pi^2}{4} + \frac{i\pi}{2} \ln \left| \frac{s}{m^2} \right| \right\} \theta(s)$

$$I\left(\frac{s}{4m^2}, \frac{t}{4m^2}\right) = \int_0^1 \frac{dy}{[4y(1-y) - \frac{4m^2(s+t)}{st}]} \left\{ \ln \left[1 - i\varepsilon - \frac{s}{m^2} y(1-y) \right] + \ln \left[1 - i\varepsilon - \frac{t}{m^2} y(1-y) \right] \right\};$$

При $|s| \gg 4m^2, t \ll 4m^2$

$$I\left(\frac{s}{4m^2}, \frac{t}{4m^2}\right) \approx \frac{1}{4} \left\{ \ln^2 \left| \frac{s}{m^2} \right| + \ln^2 \left| \frac{t}{m^2} \right| - \ln^2 \left| \frac{s}{t} \right| - \pi^2 - 2\pi i \ln \left| \frac{t}{m^2} \right| \theta(s) \right\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Enler, B. Kockel. Naturwissenschaften, 23, 246 (1935).
2. А.И. Ахмезер, ЖЭТФ, II, 263 (1937).
3. R. Karplus, M. Neuman. Phys. Rev. 80, 380 (1950); 83, 776 (1951).
4. B. De Tollis. Nuovo Cimento 32, 757 (1964); 35, 1182 (1965); 2A No. 3, 733 (1971).
5. H. Cheng, T. T. Wu. Phys. Rev. 182, N 5, 1852 (1969).
6. Л.Н. Липатов, Г.В. Фролов. Ядерная физика, I3, 3, 588 (1971).
7. В.Н. Грибов, Г.В. Фролов. Л.Н. Липатов, Phys. Lett, 31B, 34 (1965).
8. R. Duffin. Phys. Rev. 54, 1114 (1938).
9. В.А. Алебастров, Г.В. Ефимов, Ш.З. Сельтцер, ОИЯИ, P2-6129.
10. Harish Chandra. Proc. Roy. Soc. 186, 502 (1946).
11. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский, "Релятивистская квантовая теория поля", ч. 2, М., Наука, 1971.
12. С.М. Биленький, в материалах II Международного симпозиума по физике высоких энергий, стр. 386, Дубна, 1972.
13. G. V. Efimov. Sh. Z. Selzer. Ann. of Phys. 67, 124 (1970).
14. В.А. Алебастров, Г.В. Ефимов, Ш.З. Сельтцер. Сообщение ОИЯИ, P2-6865, Дубна.
15. С.С. Санников. ЖЭТФ, 4I, 467 (1961).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 апреля 1974 года.