ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2 - 7807

В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий

ИЗОТОПИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ДВУХЧАСТИЧНЫХ ИНКЛЮЗИВНЫХ РЕАКЦИЙ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

P2 - 7807

В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий

ИЗОТОПИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ДВУХЧАСТИЧНЫХ ИНКЛЮЗИВНЫХ РЕАКЦИЙ

Направлено в ЯФ

S u m m a r y

Basing on the Shmushkevich method, model-free isotopic relations have been obtained between the effective cross sections of two-particle inclusive processes and also between the second moments of the multiplicity distribution. It is shown that the two-particle structure functions averaged over all possible projections of the isotopic spin of primary particles are linear combinations of a final number of the independent non-negative functions $f_J(p_1, p_2)$ corresponding to a definite value of the isotopic spin of two particles (formulae (11) and (40)). This makes it possible to obtain comparatively simply a series of new isotopic equalities and inequalities together with the already known relations. In particular, if particles belong to the same isotopic multiplet, the relation of symmetry (14) automatically follows from formula (11). The general formulas obtained in this paper are applied to the inclusive reactions with the production of two π(K)-mesons (section 3). Section 4 is devoted to the analysis of the isotopic structure of spinless particle correlations with a small relative momentum. In this case some of the functions $f_J(p_1, p_2)$ are close to zero, and the equalities (33)-(36) are valid.

1. Введение. Метод Шмушкевича

В последнее время в ряде работ /1-10/ с разных точек зрения обсуждаются изотопические соотношения для инклюзивных процессов. Весьма эффективным для изотопического анализа инклюзивных реакций является метод Шмушкевича /11/, позволяющий сравнительно просто получать изотопические соотношения без промежуточных громоздких выкладок. Именно с помощью этого метода в работе /12/ были получены, по-видимому, первые изотопические соотношения для средних множественностей π-мезонов задолго до того, как возник интерес к инклюзивным процессам.

В настоящей работе один из вариантов метода Шмушкевича применяется по отношению к двухчастичным инклюзивным реакциям. Развитый нами способ позволяет получить ряд новых изотопических равенств и неравенств; к тому же он очень удобен для анализа изотопической структуры корреляций частиц с малым относительным импульсом.

Для иллюстрации метода Шмушкевича рассмотрим сначала одночастичные инклюзивные процессы

$$A^{(J_1)}_{M_1} + B^{(J_2)}_{M_2} \to D^{(T)}_{m} + X. \qquad /1/$$

Здесь J_1 и J_2 - изотопические спины начальных частиц, T - изотопический спин конечной частицы; M_1, M_2 и m - проекции изотопических спинов на ось z в изотопическом пространстве. Следуя Шмушкевичу /11/, будем считать, что начальные частицы A и B являются изотопически неполяризованными, т.е. представляют собой смеси, в которых все частицы, входящие в соответствующие изотопические мультиплеты, представлены с равными весами. Тогда ввиду изотопической инвариантности и отсутствия выделенных направлений в изотопическом пространстве конечное состояние также изотопически неполяризовано.

В этом и состоит основной результат для одночастичных инклюзивных реакций, к которому приводит метод Шмушкевича.

Введем функцию одночастичного импульсного распределения

$$f_m^{(M_1 M_2)}(\vec{p}) = \omega \frac{d^3 \sigma_m^{(M_1 M_2)}(\vec{p})}{d^3 \vec{p}}. \qquad /2/$$

В соответствии со сказанным выше, сумма

$$\sum_{M_1=-J_1}^{M_1=J_1} \sum_{M_2=-J_2}^{M_2=J_2} f_m^{(M_1 M_2)}(\vec{p}) \qquad /3/$$

не зависит от m, т.е. имеет одно и то же значение для всех частиц, входящих в данный изотопический мультиплет. Точно так же не зависит от зарядового состояния частицы D и величина

$$\sum_{M_1=-J_1}^{M_1=J_1} \sum_{M_2=-J_2}^{M_2=J_2} \overline{n_m^{(M_1 M_2)}} \, \sigma^{(M_1 M_2)}, \qquad /4/$$

где

$$\overline{n_m^{(M_1 M_2)}} = \int f_m^{(M_1 M_2)}(\vec{p}) \frac{d^3 \vec{p}}{\omega} / \sigma^{(M_1 M_2)} - \qquad /5/$$

средняя множественность частиц D_m, $\sigma^{(M_1 M_2)}$ - полное сечение взаимодействия частиц A_{M_1} и B_{M_2}.

В общем случае метод Шмушкевича, который еще следует дополнить требованиями зарядовой независимости /5/

$$f_m^{(M_1 M_2)}(\vec{p}) = f_{-m}^{(-M_1 - M_2)}(\vec{p}), \qquad /6/$$

позволяет установить изотопические соотношения между характеристиками разных реакций при одной и той же энергии. Если, однако, изотопические спины начальных частиц равны нулю, адроны D рождаются изотопически неполяризованными непосредственно в ходе рассматриваемой инклюзивной реакции, и все функции $f_m(\vec{p})$ и соответствующие средние множественности равны друг другу. В частности, для процесса $d + d \to \pi + X$ справедливы соотношения

$$f_{\pi^+}(\vec{p}) = f_{\pi^-}(\vec{p}) = f_{\pi^o}(\vec{p}), \qquad /7/$$
$$\overline{n_{\pi^+}} = \overline{n_{\pi^-}} = \overline{n_{\pi^o}}.$$

Формулы /7/ справедливы и при неравных нулю значениях J_1 и J_2, если по каким-либо динамическим соображениям взаимодействие адронов A и B не зависит от квантовых чисел M_1 и M_2. Согласно современным представлениям, такая ситуация возникает при высоких энергиях в области пионизации, когда основную роль играет взаимодействие двух померонов /3, 13/.

Подчеркнем, что в случае изотопической неполяризованности конечных адронов равны друг другу только средние множественности всех частиц, входящих в один и тот же изотопический мультиплет; распределения по множественности /в частности, значения $\overline{n_m^2}$ / могут быть для этих частиц различными из-за корреляций между проекциями изотопического спина *. Для исследования этого вопроса необходимо перейти к анализу многочастичных инклюзивных реакций. В дальнейшем мы ограничимся обсуждением инклюзивных процессов с двумя адронами в конечном состоянии.

---

* Можно лишь утверждать, что при изотопической неполяризованности всегда совпадают распределения по множественности для адронов D_m и D_{-m}, имеющих проекции изотопического спина, равные по величине и противоположные по знаку. Это непосредственно следует из требования зарядовой независимости.

2. *Двухчастичные инклюзивные реакции*

Рассмотрим инклюзивные процессы

$$A^{(J_1)}_{M_1} + B^{(J_2)}_{M_2} \to D^{(T)}_{m_1} + D^{(T)}_{m_2} + X, \qquad /8/$$

где частицы D_{m_1} и D_{m_2} относятся к одному и тому же изотопическому мультиплету. Для описания системы двух адронов удобно ввести изотопическую матрицу плотности, аналогичную обычной спиновой матрице плотности. Выберем нормировку матрицы плотности так, чтобы ее диагональные элементы были равны двухчастичным функциям импульсного распределения адронов в реакциях /8/. Таким образом, при фиксированных значениях M_1 и M_2

$$\rho^{(M_1 M_2)}_{m_1 m_2, m_1 m_2} = f^{(M_1 M_2)}_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \omega_1 \omega_2 \frac{d^6 \sigma^{(M_1 M_2)}}{d^3 \vec{p}_1 \, d^3 \vec{p}_2} \qquad /9/$$

Если начальные частицы изотопически неполяризованы, конечное двухчастичное состояние ввиду отсутствия выделенных направлений должно быть инвариантно относительно любых поворотов в изотопическом пространстве. Это означает, что элементы усредненной матрицы плотности $\hat{\rho} = \frac{1}{(2J_1+1)(2J_2+1)} \sum_{M_1} \sum_{M_2} \hat{\rho}^{(M_1 M_2)}$ не меняются при изотопических вращениях. В этих условиях общая структура матрицы $\hat{\rho}$ в представлении состояний с определенным полным изотопическим спином J системы (DD) и определенной проекцией изотопического спина m имеет вид:

$$\rho_{Jm, J'm'} = f_J(p_1, p_2)\, \delta_{JJ'}\, \delta_{mm'}, \qquad /10/$$

где $|m| \le J$. Иными словами, конечное двухчастичное состояние в рассматриваемом случае представляет собой некогерентную смесь состояний с различными J и m, в которой при фиксированных J состояния со всеми возможными проекциями полного изотопического спина представлены с равными весами. Поскольку J принимает все целые значения от 0 до $2T$, число независимых функций $f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ равно $(2T+1)$.

В представлении проекций изотопического спина отдельных частиц диагональные элементы матрицы $\hat{\rho}$ имеют вид:

$$\rho_{m_1 m_2, m_1 m_2} = \sum_{J,m} \sum_{J',m'} C^{Jm}_{Tm_1, Tm_2} C^{J'm'}_{Tm_1, Tm_2} \rho_{Jm, J'm'},$$

где $C^{Jm}_{Tm_1, Tm_2}$ - коэффициент Клебша-Гордона.

Отсюда с учетом /10/ получаем соотношения

$$f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \rho_{m_1 m_2, m_1 m_2} = \sum_{J=|m_1+m_2|}^{2T} f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \left(C^{J, m_1+m_2}_{Tm_1, Tm_2}\right)^2. \qquad /11/$$

Здесь

$$f^{(\vec{p}_1, \vec{p}_2)}_{m_1 m_2} = \frac{1}{(2J_1+1)(2J_2+1)} \sum_{M_1} \sum_{M_2} f^{(M_1 M_2)}_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2). \qquad /12/$$

Заметим, что при $|m_1+m_2| > 0$ величина $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ не зависит от функций $f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ со значением $J < |m_1+m_2|$. Формально, однако, мы могли бы распространить сумму /11/ на все возможные значения J, начиная от нуля, поскольку при $|m_1+m_2| > J$ коэффициент Клебша-Гордона $C^{J, m_1+m_2}_{Tm_1, Tm_2} = 0$.

Из /11/ следует, что после усреднения по проекциям изотопического спина начальных частиц члены, соответствующие интерференции разных значений полного изотопического спина двухчастичной системы, исчезают. Это связано с диагональностью усредненной матрицы плотности $\hat{\rho}$ в (Jm)-представлении. В то же время для каждой из отдельных реакций /8/ интерференционные члены, вообще говоря, отличны от нуля.

Согласно /11/, функции $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ удовлетворяют соотношениям

$$f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = f_{-m_1 - m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \qquad /13/$$

$$f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = f_{m_2 m_1}(\vec{p}_1, \vec{p}_2). \qquad /14/$$

Равенства /13/, так же как и соотношения /6/, непосредственно следуют из требования зарядовой независимости. Равенства /14/ связаны с уже упомянутым отсутствием интерференции между состояниями с различными J *.

Заметим, что из /14/ и требования симметрии /антисимметрии/ полной волновой функции частиц, принадлежащих к одному и тому же изотопическому мультиплету, вытекает, что функции $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$, просуммированные по проекциям обычного спина рассматриваемых частиц, симметричны относительно перестановки импульсов

$$f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = f_{m_1 m_2}(\vec{p}_2, \vec{p}_1). \qquad /15/$$

С учетом /13/ и /14/ при целых T мы имеем $(T+1)$ различных функций $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$, а при полуцелых $T-(T+\frac{1}{2})(T+\frac{3}{2})$ функций. Эти функции выражаются через $(2T+1)$ независимых функций $f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$. Таким образом, при целых T существует, помимо /13/ и /14/, T^2 дополнительных соотношений между функциями $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$.

---

* Как известно, состояние двух частиц с одинаковыми изотопическими спинами при определенном значении полного изотопического спина всегда симметричны или антисимметричны относительно перестановки изотопических проекций частиц /см., например, /14//. Поэтому, если нет интерференции между различными значениями полного изотопического спина двухчастичной системы, все эффективные сечения не меняются при замене $m_1 \rightleftarrows m_2$.

При полуцелых спинах число таких соотношений равно $(T^2 - 1/4)$. Кроме того, условие положительности всех величин $f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ накладывает также на функции $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ ряд ограничений в виде неравенств.

Заметим, что если просуммировать правую и левую части формулы /11/ по всем возможным изотопическим проекциям одной из частиц, то с учетом свойств коэффициентов Клебша-Гордона можно написать

$$\sum_{m_2=-T}^{m_2=+T} f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \sum_{J=0}^{2T} \frac{2T+1}{2J+1} f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \qquad /16/$$

т.е. сумма $\sum_{m_2} f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ не зависит от значения m_1.

Этот результат можно было предвидеть заранее, так как в рассматриваемом случае одночастичное состояние D является изотопически неполяризованным при любых импульсах конечных частиц /см. /9-10//. Легко видеть, что при целых T из соотношения /16/, с учетом формул /13/ и /14/, следует T независимых равенств для функций $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$, при полуцелых $T-(T-1/2)$ независимых равенств. Таким образом, при $T > 1$ на основе /16/ можно получить лишь часть равенств, которым удовлетворяют функции $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$.

Как известно, интеграл от двухчастичной функции импульсного распределения выражается через среднее значение произведения множественностей:

$$\frac{1}{\sigma^{(M_1 M_2)}} \iint f^{(M_1 M_2)}_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \frac{d^3\vec{p}_1}{\omega_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{\omega_2} = \overline{n^{(M_1 M_2)}_{m_1} n^{(M_1 M_2)}_{m_2}} - \overline{n^{(M_1 M_2)}_{m_1}}\, \delta_{m_1 m_2}.$$

Поэтому вторые моменты распределения по множественности удовлетворяют соотношениям, аналогичным /11/. После интегрирования формулы /11/ по фазовому объему получаем:

$$\frac{1}{(2J_1+1)(2J_2+1)} \sum_{M_1} \sum_{M_2} \Big(\overline{n_{m_1}^{(M_1M_2)} n_{m_2}^{(M_1M_2)}} -$$

$$- \overline{n_{m_1}^{(M_1M_2)}}\, \delta_{m_1 m_2} \Big)\, \sigma^{(M_1M_2)} = \sum_{J=|m_1+m_2|}^{2T} F_J \left(C_{Tm_1,\,Tm_2}^{J,\,m_1+m_2} \right)^2 ,$$

где $F_J = \iint f_J(\vec{p}_1,\vec{p}_2) \dfrac{d^3\vec{p}_1}{\omega_1} \dfrac{d^3\vec{p}_2}{\omega_2}$ - независимые константы, полное число которых равно $(2T+1)$.

3. Изотопические соотношения для системы двух π - мезонов (T=1) и K - мезонов (T=1/2)

Перейдем теперь к реакциям типа
$A_{M_1}^{(J_1)} + B_{M_2}^{(J_2)} \to \pi_{m_1} + \pi_{m_2} + X$.

Изотопический спин π - мезона равен 1; поэтому в данном случае J принимает значения 0,1 и 2. Состояния π - мезона с изотопическими проекциями $m = +1, 0$ и -1 мы будем для краткости обозначать знаками +, 0, −.

В соответствии с равенствами /13/ и /14/ получаем:

$$f_{++}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{--}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\,,\quad f_{+-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{-+}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\,, \qquad /18/$$

$$f_{+0}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{0+}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{-0}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{0-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2). \qquad /18/$$

Далее из /11/ следует, что

$$f_{++}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_2(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\,,$$

$$f_{+0}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = \frac{1}{2} f_1(\vec{p}_1,\vec{p}_2) + \frac{1}{2} f_2(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\,,$$

$$f_{+-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = \frac{1}{3} f_0(\vec{p}_1,\vec{p}_2) + \frac{1}{2} f_1(\vec{p}_1,\vec{p}_2) + \frac{1}{6} f_2(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\,,$$

$$f_{00}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = \frac{1}{3} f_0(\vec{p}_1,\vec{p}_2) + \frac{2}{3} f_2(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\,. \qquad /19/$$

Равенства /19/ приводят к результату

$$f_{00}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{++}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) + f_{+-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) - f_{+0}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) \qquad /20/$$

Кроме того, ввиду положительности функций f_0, f_1, f_2 справедливы неравенства

$$f_{+0} \ge \frac{1}{2} f_{++}\,,$$

$$f_{++} \ge 3(f_{+0} - f_{+-})\,, \qquad /21/$$

$$f_{00} \ge \frac{2}{3} f_{++}\,.$$

Подчеркнем, что согласно /12/, формулы /18/, /20/ и /21/ описывают связь между двухчастичными функциями импульсного распределения π -мезонов, просуммированными по реакциям, соответствующим всем возможным значениям проекций изотопического спина начальных частиц. В случае, когда изотопические спины начальных частиц равны нулю /речь может идти об инклюзивных процессах $d + d \to \pi + \pi + X$, $\alpha + \alpha \to \pi + \pi + X$ и т.д./, эти соотношения уже непосредственно относятся к функциям распределения для одной рассматриваемой реакции *.

* Формула /20/ для таких реакций была впервые получена в работе /9/.

Такая же ситуация имеет место и при значениях J_1 и J_2, не равных нулю, если по динамическим соображениям сечение процесса не зависит от изотопических проекций начальных частиц /см. в связи с этим [10,13]/.

Для реакций типа $p+d\to\pi+\pi+X(J_1=\frac{1}{2}, J_2=0)$ также существуют соотношения между функциями $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)$, характеризующими один и тот же инклюзивный процесс. В этом случае, с учетом зарядовой независимости

$$f_{m_1 m_2} = \frac{1}{2}\left(f^{(pd)}_{m_1 m_2}\right) + f^{(nd)}_{m_1 m_2}) = \frac{1}{2}\left(f^{(pd)}_{m_1 m_2} + f^{(pd)}_{-m_1 -m_2}\right), \qquad /22/$$

и согласно /20/,

$$f^{(pd)}_{00} = \frac{1}{2}\left(f^{(pd)}_{++} + f^{(pd)}_{--}\right) + \frac{1}{2}\left(f^{(pd)}_{+-} + f^{(pd)}_{-+}\right) -$$

$$- \frac{1}{2}\left(f^{(pd)}_{+0} + f^{(pd)}_{-0}\right). \qquad /20'/$$

Такое же соотношение должно иметь место при высоких энергиях для реакции $pp\to\pi+\pi+X$ в области импульсов, соответствующих фрагментации протона /это было по существу отмечено в работе [7] /. В общем случае для реакций $N+N\to\pi+\pi+X$ в формулы /18/ и /20/ следует подставить

$$f_{m_1 m_2} = \frac{1}{4}\left(f^{(pp)}_{m_1 m_2} + f^{(np)}_{m_1 m_2} + f^{(pp)}_{-m_1 -m_2} + f^{(np)}_{-m_1 -m_2}\right).^{*} \qquad /23/$$

---

*В частности, из равенства $f_{+0} = f_{0+}$ с учетом /23/ сразу следует соотношение /14/ работы [6].

Если проинтегрировать полученные выражения по фазовому объему двух частиц /или части фазового объема/, мы придем к аналогичным соотношениям для средних произведений множественностей π-мезонов/см. формулу /17//. Для процессов типа $d+d\to\pi+\pi+X$ получаем из /20/ и /21/ равенство

$$\overline{n_0^2} = \overline{n_+^2} + \overline{n_+ n_-} - \overline{n_+ n_0}, \qquad /24/$$

и неравенства

$$2\,\overline{n_+ n_0} \geq \overline{n_+^2} - \bar{n},$$

$$\overline{n_+^2} \geq 3\left(\overline{n_+ n_0} - \overline{n_+ n_-}\right) - \bar{n}, \qquad /25/$$

$$\overline{n_0^2} \geq \frac{2}{3}\,\overline{n_+^2} + \frac{1}{3}\bar{n}.$$

Здесь мы учли, что, согласно /7/, $\bar{n}_+=\bar{n}_-=\bar{n}_0=\bar{n}$. Для процессов типа $pd\to\pi\pi X$, вместо /24/, следует написать:

$$\overline{n_0^2} = \frac{\overline{n_+^2}+\overline{n_-^2}}{2} + \overline{n_+ n_-} - \frac{\overline{n_+ n_0} + \overline{n_- n_0}}{2}. \qquad /26/$$

Неравенства в этом случае будут иметь вид

$$\overline{n_+ n_0} + \overline{n_- n_0} \geq \frac{\overline{n_+^2}+\overline{n_-^2}}{2} - \bar{n}_0, \qquad /27/$$

$$\overline{n_0^2} \geq \frac{1}{3}\left(\overline{n_+^2} + \overline{n_-^2}\right) + \frac{1}{3}\bar{n}_0,$$

$$\overline{n_+ n_-} \geq \frac{\overline{n_+ n_0} + \overline{n_- n_0}}{2} - \frac{1}{3}\,\frac{\overline{n_+^2}+\overline{n_-^2}}{2} + \frac{1}{3}\bar{n}_0.$$

Здесь $\overline{n_0} = \frac{\overline{n_+} + \overline{n_-}}{2}$.

Приведем теперь формулы для инклюзивных реакций с регистрацией двух частиц, входящих в один и тот же изотопический мультиплет с $T = 1/2$. На основе /13/, /14/ и /17/ получаем

$$f_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = f_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}, \quad f_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = f_{-\frac{1}{2}\frac{1}{2}}, \qquad /28/$$

$$\left.\begin{aligned} f_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} &= f_1, \\ f_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} f_0 + \frac{1}{2} f_1. \end{aligned}\right\} \qquad /29/$$

Отсюда следует неравенство

$$f_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} \geq \frac{1}{2} f_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}. \qquad /30/$$

В частности, в инклюзивном процессе $d + d \to K + K + X$

$$\overline{n_{K^+} n_{K^\circ}} \geq \frac{1}{2}(\overline{n^2_{K^+}} - \overline{n_{K^+}}) = \frac{1}{2}(\overline{n^2_{K^\circ}} - \overline{n_{K^\circ}}). \qquad /31/$$

4. Случай малой разности импульсов

Рассмотрим теперь изотопические соотношения между функциями импульсного распределения двух π-мезонов и двух K-мезонов при близких импульсах $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$. Начальные состояния, как и выше, будем считать изотопически неполяризованными. В случае бесспиновых частиц, принадлежащих к одному и тому же изотопическому мультиплету, относительный орбитальный момент L связан с полным изотопическим спином J соотношением

$$(-1)^L = (-1)^{J+2T}.$$

При четных L полный изотопический спин принимает четные значения, если T - целое число, и нечетные - если T- полуцелое число.

В пределе $\vec{p}_1 \to \vec{p}_2$ вклад нечетных орбитальных моментов очевидно стремится к нулю /состояния с нечетными орбитальными моментами антисимметричны относительно перестановки $\vec{p}_1 \leftrightarrows \vec{p}_2$/. Следовательно, при $J = 2T - K$, где K- нечетное число

$$\lim_{\vec{p}_1 \to \vec{p}_2} f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = 0. \qquad /32/$$

Заметим, что, поскольку при условии $(-1)^{2J+T} = -1$, коэффициенты Клебша-Гордона $C^{J,\,2m}_{Tm,\,Tm} = 0$, функции импульсного распределения тождественных частиц $f_{mm}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ не зависят от функций $f_J(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$, "вымирающих" при $\vec{p}_1 \to \vec{p}_2$. Если же $m_1 \neq m_2$, число независимых функций, определяющих $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ при малой разности $(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$, существенно уменьшается.

В случае двух π-мезонов при $\vec{p}_1 \to \vec{p}_2$ "вымирает" функция $f_1(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$. При этом, согласно /19/,

$$\begin{aligned} f_{++}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) &= 2 f_{+0}(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \\ f_{00}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) &= f_{+-}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) + f_{+0}(\vec{p}_1, \vec{p}_2). \end{aligned} \qquad /33/$$

Если проинтегрировать функции импульсного распределения по малой области перекрывающихся импульсов в окрестности $\vec{p}$, мы получим для числа соответствующих событий равенства

$$\begin{aligned} F_{++}(\vec{p}) &= F_{+0}(\vec{p}), \\ 2F_{00}(\vec{p}) &= F_{+-}(\vec{p}) + F_{+0}(\vec{p}). \end{aligned} \qquad /34/$$

Здесь учтено, что для тождественных частиц при таком интегрировании одни и те же события учитываются дважды.

Для системы двух K-мезонов в пределе очень малых $|\vec{p}_1 - \vec{p}_2|$ исчезает вклад состояний с полным изотопическим спином, равным нулю. Согласно /29/, в этом случае

$$f_{K^+K^+}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{K^\circ K^\circ}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = 2 f_{K^+K^\circ}(\vec{p}_1,\vec{p}_2), \qquad /35/$$

$$F_{K^+K^+}(\vec{p}) = F_{K^\circ K^\circ}(\vec{p}) = F_{K^+K^\circ}(\vec{p}). \qquad /36/$$

Изотопические соотношения /33/-/36/ связывают функции импульсного распределения двух тождественных и нетождественных частиц при малых значениях $|\vec{p}_1 - \vec{p}_2|$.

Корреляции между тождественными частицами при малых разностях импульсов подробно изучались в ряде работ /см., например, [15]/. На основе результатов, полученных в этих работах, с учетом приведенных выше равенств можно сделать определенные заключения об импульсных корреляциях между нетождественными частицами, входящими в один и тот же изотопический мультиплет, и о характере стремления к нулю функций $f_J(\vec{p}_1,\vec{p}_2)$, отвечающих вкладу нечетных орбитальных моментов двухчастичной системы. Соответствующий анализ выходит, однако, за рамки настоящей работы.

5. Другие двухчастичные системы

Заметим, что полученные в разделе 2 общие соотношения почти не меняются, если обе частицы относятся к разным изотопическим мультиплетам с одинаковыми значениями T. Нужно только иметь в виду, что в этом случае первый и второй индексы функций $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)$ относятся к частицам разного типа, обладающим соответственно импульсами $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$. Например, двухчастичные функции импульсного распределения, характеризующие процессы типа $d + d \to \pi + \Sigma + X$, удовлетворяют соотношениям

$$f_{\Sigma^+\pi^+}(p_1,p_2) = f_{\Sigma^-\pi^-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2),$$

$$f_{\Sigma^+\pi^-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{\Sigma^-\pi^+}(\vec{p}_1,\vec{p}_2), \qquad /37/$$

$$f_{\Sigma^+\pi^\circ}(\vec{p},\vec{p}) = f_{\Sigma^\circ\pi^+}(\vec{p},\vec{p}) =$$

$$= f_{\Sigma^-\pi^\circ}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{\Sigma^\circ\pi^-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2); \qquad /38/$$

$$f_{\Sigma^\circ\pi^\circ}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = f_{\Sigma^+\pi^+}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) +$$

$$+ f_{\Sigma^+\pi^-}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) - f_{\Sigma^+\pi^\circ}(\vec{p}_1,\vec{p}_2); \qquad /39/$$

при этом

$$\overline{n_{\Sigma^\circ} n_{\pi^\circ}} = \overline{n_{\Sigma^+} n_{\pi^+}} + \overline{n_{\Sigma^+} n_{\pi^-}} - \overline{n_{\Sigma^+} n_{\pi^\circ}}.$$

Подчеркнем, что в рассматриваемом случае, вообще говоря, отсутствует симметрия функций импульсного распределения относительно перестановки $\vec{p}_1 \leftrightarrows \vec{p}_2$. Для частиц, входящих в один и тот же изотопический мультиплет, такая симметрия всегда имеет место.

Предположим теперь, что речь идет об инклюзивных процессах

$$A^{(J_1)}_{M_1} + B^{(J_2)}_{M_2} \to C^{(T_1)}_{m_1} + D^{(T_2)}_{m_2} + X,$$

где $T_1 \neq T_2$. Легко видеть, что при этом формулу /11/ следует заменить более общим соотношением:

$$f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1,\vec{p}_2) = \sum_{J=J_{min}}^{J=T_1+T_2} f_J(\vec{p}_1,\vec{p}_2)\left(C^{J,\, m_1+m_2}_{T_1 m_1,\, T_2 m_2}\right)^2, \qquad /40/$$

где $f_{m_1 m_2}(\vec{p}_1,\vec{p}_2)$ по-прежнему определяются по формуле /12/, $J_{min} = |m_1 + m_2|$, если $|m_1 + m_2| > |T_1 - T_2|$ и $J_{min} = |T_1 - T_2|$, если $|m_1 + m_2| < |T_1 - T_2|$. При этом соотношения зарядовой независимости /13/ очевидно, остаются в силе, но равенства /14/ уже теряют смысл. Для определенности предположим, что частицам C и D отвечают π-мезоны и нуклоны $(T_1 = 1, T_2 = 1/2)$. В этом случае мы можем написать

$$f_{\pi^+ p} = f_{\pi^- n}, \; f_{\pi^\circ p} = f_{\pi^\circ n}, \; f_{\pi^- p} = f_{\pi^+ n} \cdot \qquad /41/$$

Полный изотопический спин системы (πN) принимает значения $J=1/2, 3/2$. Согласно /40/,

$$f_{\pi^+ p}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = f_{3/2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \qquad /42/$$

$$f_{\pi^\circ p}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{2}{3} f_{3/2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) + \frac{1}{3} f_{1/2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2),$$

$$f_{\pi^- p}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) = \frac{1}{3} f_{3/2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2) + \frac{2}{3} f_{1/2}(\vec{p}_1, \vec{p}_2).$$

Отсюда получаем равенство

$$2 f_{\pi^\circ p} = f_{\pi^- p} + f_{\pi^+ p} \qquad /43/$$

и неравенства

$$f_{\pi^\circ p} > \frac{2}{3} f_{\pi^+ p}, \quad 2 f_{\pi^- p} > f_{\pi^\circ p} \cdot \qquad /44/$$

Формулы /41/, /43/ и /44/, так же как и полученные выше соотношения /20/ и /21/, описывают связь между двухчастичными функциями импульсного распределения, относящимися к разным реакциям, соответствующим всем возможным значениям изотопического спина начальных частиц. Они справедливы для функций распределения одной рассматриваемой реакции, если сечения не зависят от начальных изотопических проекций /в частности, всегда при $J_1 = J_2 = 0$ /.

Для инклюзивных реакций с изотопическими спинами начальных частиц, равными нулю и 1/2, функции $f_{\pi p}(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$, входящие в формулы /43/ и /44/, имеют в соответствии с /22/ вид:

$$f_{\pi^+ p} = \frac{1}{2}\left(f^{(1/2)}_{\pi^+ p} + f^{(1/2)}_{\pi^- n}\right),$$

$$f_{\pi^\circ p} = \frac{1}{2}\left(f^{(1/2)}_{\pi^\circ p} + f^{(1/2)}_{\pi^\circ n}\right), \qquad /45/$$

$$f_{\pi^- p} = \frac{1}{2}\left(f^{(1/2)}_{\pi^- p} + f^{(1/2)}_{\pi^+ n}\right).$$

Заметим, что изотопическое равенство, следующее из /43/ и /45/ для инклюзивного процесса $p + d \to \pi + N + X$, было получено ранее другим способом в работе /6/.

Авторы выражают благодарность В.Г.Гришину за постановку вопроса и обсуждение результатов, а также Г.И.Копылову и В.И.Огиевецкому за ряд полезных замечаний.

Литература

1. *H.J.Lipkin, M.Peshkin. Phys.Rev.Lett., 28, 862 (1972).*
2. *C.H.Llewellyn-Smith, A.Pais. Phys.Rev.Lett., 28, 865 (1972).*
3. *J.Honercamp, K.H.Mütter. Nucl.Phys., B38, 565 (1972).*
4. *S.Papageorgiou. Nuovo Cimento, 13A, 210 (1972).*
5. *P.Rotelli, L.G.Suttorp, Phys.Lett., 40B, 579 (1972).*
6. *A.J.Macfarlane. Phys.Rev., D6, 326 (1972).*
7. *K.H.Mütter, H.J.Rothe. Zs.f.Phys., 257, 369 (1972).*
8. *В.Г.Гришин. ЯФ, 7, 134, 1973.*
9. *E.Kyriakopoulos. Ref. TH 1688-CERN, 1973.*
10. *E.Kyriakopoulos. Ref. TH 1690-CERN, 1973.*
11. *И.М.Шмушкевич. ДАН СССР, 103, 235, 1955. Н.Душин и И.М.Шмушкевич. ДАН СССР, 106, 801, 1956.*
12. *В.Г.Гришин, В.А.Никитин, М.И.Подгорецкий. ОИЯИ Р-480, Дубна, 1960.*
13. *В.Г.Гришин. ОИЯИ Р2-7032, Дубна, 1973.*
14. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика, §62, ГИФМЛ, Москва, 1963.*
15. *Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 18, 656, 1973.*

Рукопись поступила в издательский отдел 14 марта 1974 года.