

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С324.2
3-366

20/v-74

P2 - 7724

2029/2-74

Л.Г.Заставенко

МОДЕЛЬ ЮКАВЫ

В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

1974

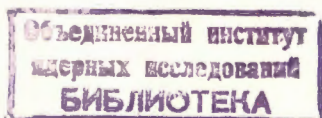
ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7724

Л.Г.Заставенко

МОДЕЛЬ ЮКАВЫ

В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ



Заставенко Л.Г.

P2 - 7724

Модель Юкавы в трехмерном пространстве-времени

Используется метод неприводимых коэффициентных функций. От расходимостей можно избавиться за счёт: а) добавления в гамильтониан контрчлена перенормировки массы мезона и б) выделения из собственного функционала гамильтониана специально подобранного бесконечного множителя.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1974

Zastavenko L.G.

P2 - 7724

Yukawa Model in the Three-Dimensional Space-Time

The method of irreducible coefficient functions is used. One can get rid of the divergences by a) adding the counterterm of the meson mass renormalization to the Hamiltonian and b) by extracting a specially selected infinite multiplier from the Hamiltonian eigenfunctional.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

§1. Введение

В работе ^{1/} мы распространили метод работ ^{2-5/} на случай присутствия частиц Ферми и рассмотрели модель Юкавы в двумерном пространстве-времени.

Эта модель содержит расходимость собственной энергии мезона /из числа неприводимых диаграмм расходится только диаграмма второго порядка - фермионная петля с двумя мезонными концами/. Расходимость устраняется введением в гамильтониан члена перенормировки массы мезона. С математической точки зрения модель весьма похожа на рассмотренную нами ранее модель $g|\phi^4|_g$.

1. В настоящей работе мы рассмотрим модель Юкавы в трехмерном пространстве-времени. На этот раз число расходящихся диаграмм собственной энергии мезона возрастает: одна диаграмма, именно, упомянутая выше фермионная петля с двумя мезонными концами, будет расходиться линейно, некоторые другие диаграммы, например та же петля с собственной энергией фермиона на одной из фермионных линий, будут расходиться логарифмически. Заметим, что собственная энергия фермионов в рассматриваемой модели конечна /ввиду нечетности подынтегральной функции происходит компенсация расходимости; в четырехфермионном случае по той же причине происходит понижение порядка расходимости до логарифмической/.

1.1. Расходимости, возникающие в нашей модели при подсчете матрицы рассеяния по теории возмущений ^{16/}, устраняются, как известно, введением в гамильтониан члена перенормировки массы мезона

$$\delta H = \frac{1}{2} \epsilon M^2(\rho) \int \phi(k) \phi(-k) dk \quad /1/$$

с надлежаще подобранной функцией $\delta M(\ell)/\ell$ - максимальный импульс/. Мы, однако, рассматриваем другую задачу: мы строим решения уравнения Шредингера

$$(H-E)\Omega = 0, \quad /2/$$

соответствующие состоянию вакуума, одночастичным состояниям мезона и фермионов и так далее. Даже после включения в гамильтониан члена /1/ при построении решений уравнения Шредингера возникают расходимости.

1.2. Все они, однако, могут быть отнесены за счет некоторого множителя в Ω . Именно, если

$$W = \exp \left[\frac{1}{2} Z(\ell) \int \phi(k) \phi(-k) dk \right], \quad /3/$$

где

$$Z = \frac{1}{2} \pi g^2 \left[\ln(\ell/\nu) - \frac{1}{4} + O\left(\frac{\nu^2}{\ell^2}\right) \right] \quad /4/$$

и

$$\Omega = W \Omega', \quad /5/$$

то все коэффициенты функции, определяющие Ω' , имеют конечный предел при $\ell \rightarrow \infty$.

1.3. Гамильтониан нашей модели отличается от использованного в /1/ лишь числом пространственных степеней свободы. Для удобства читателя мы выпишем его:

$$H = h + h_1, \quad /6/$$

$$h = \int d^2 p E(p) \times [a_+^*(p) a_+(p) + a_-^*(p) a_-(p)] -$$

$$- \frac{1}{2} \int d^2 k \frac{\delta^2}{\delta \phi(k) \delta \phi(-k)} \quad /7/$$

$$+ g \int d p_1 d p_2 dk \phi(k) [-B^*(p_1, p_2) a_+(p_1) a_-(p_2) \delta(p_1 + p_2 + k)$$

$$+ (A(p_1, p_2) a_+^*(p_1) a_+(p_2) + C(p_1, p_2) a_-^*(p_1) a_-(p_2)) \delta(p_1 - p_2 - k)],$$

звездочка над B обозначает комплексное сопряжение,

$$h_1 = \frac{1}{2} \int dk (k^2 + M^2) \phi(k) \phi(-k) + (M^2 \gamma - g \int A(p, -p) dp) \phi(0)$$

$$+ g \int d p_1 d p_2 dk B(p_1, p_2) a_+^*(p_1) a_-(p_2) \phi(k) \delta(p_1 + p_2 - k)$$

$$+ \frac{1}{2} [M^2 \gamma^2 - \int E(p) dp] \delta(0). \quad /8/$$

Здесь все интегралы берутся по очень большой области ($\ell \rightarrow \infty$):

$$|k| < \ell, \quad |p| < \ell, \quad /9/$$

$$E(p) = \sqrt{p^2 + \nu^2} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + \nu^2}, \quad /10/$$

$$A(p_1, p_2) = u(p_1)^* \sigma_3 u(p_2), \quad /11/$$

$$C(p_1, p_2) = v(-p_2)^* \sigma_3 v(-p_1),$$

$$B(p_1, p_2) = u^*(p_1) \sigma_3 v(-p_2), \quad /12/$$

$u(p)$ и $v(p)$ суть собственные функции оператора Дирака

$$d(p) = \sigma_1 p_x + \sigma_2 p_y + \sigma_3 \nu \equiv \sigma p + \sigma_3 \nu \quad /13/$$

с положительной и отрицательной энергией $\pm E(p)$, нормированные на единицу, причем

$$v(p) = \frac{\sigma p}{|p|} \sigma_3 u(p), \quad /14/$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - матрицы Паули, $a_{\pm}(p)$, $a_{\pm}^*(p)$ - операторы уничтожения и рождения фермиона и антифермиона /эти частицы отличаются только знаком заряда/.

Член с M^2 в /8/ уже содержит добавку /1/.

Значение параметра γ в /8/ можно выбрать по своему усмотрению /см. /1/, пункты 2.2.2 и 2.5 и формулу /18//.

1.4. Рассмотрение настоящей работы близко к выполненному в работе /4/, где разобрана модель $g[\phi^4]_3$, и имеет мало общего с рассмотрением той же модели в работе /7/.

Преобразование /5/ вполне аналогично сходному преобразованию работы /4/ и соответствует "бесконечной перенормировке волновой функции" в работе /7/; в нашем изложении эта "перенормировка" выглядит, по-видимому, гораздо проще.

1.5. Вычисление континуальных интегралов типа нормы основного состояния в модели /4/ приведено в §3 работы /8/.

§2. Основное состояние

Введем, как и в /1/, состояние $|0\rangle$ фермионного вакуума и будем искать основное состояние модели в виде

$$\Omega_0 = e^{-\kappa} |0\rangle, \quad /15/$$

где

$$\kappa = \sum_{n+r>0} p_{2n,r} \quad /16/$$

и

$$p_{2n,r} = \int C_{2n,r}(p_1, p_2, \dots, p_n; q_1, \dots, q_n; k_1, \dots, k_r)$$

$$\prod_1^n (a_+^*(p_i) a_-^*(q_i) dp_i dq_i) \prod_{j=1}^r (\phi(k_j) dk_j)$$

$$\delta(-\sum_1^n (p_i + q_i) + \sum_1^r k_j). \quad /17/$$

Для определения коэффициентов функций $C_{2n,2}$ получаем систему уравнений /ср. уравнения /37/ работы /1/ /:

$$C_{2n,r} \sum_{n_1+n_2=n} \sum_{r_1+r_2=r} \left(\frac{(r_1+1)(r_2+1)}{4} [C_{2n_1, r_1+1} C_{2n_2, r_2+1}] \right)$$

$$+ 2g \frac{(n_1+1)n_2}{4} [C_{2(n_1+1), r_1-1} C_{2n_2, r_2} B^*]$$

$$+ g [A, C_{2n, r-1}] + g [C, C_{2n, r-1}] \quad /18 \text{ н.р.}/$$

$$= \frac{(r+1)(r+2)}{2} \int C_{2n, r+2}(p_1, \dots, p_n; q_1, \dots, q_n; k_1, \dots, k_r, s, -s) ds$$

$$- g(n+1)^2 \text{symm}(k_1, k_2, \dots, k_r) \int da d\beta \delta(a+\beta+k_r)$$

$$B^*(\alpha, \beta) C_{2n+2, r-1}(p_1, \dots, p_n, \alpha; q_1, \dots, q_n, \beta; k_1, \dots, k_{r-1});$$

при $n=0$, $r=2$ к левой части /18/ следует добавить член $-k_1^2 - M^2$, при $n=1$, $r=1$ - член $-2gB(p_1, q_1)$, и, наконец, при $n=0$, $r=1$ член $2(g \int A(p, -p) dp - M^2 \gamma)$.

В /18/ использованы те же обозначения, что в /1/, пункт 2.2. Оператор h в настоящей работе содержит по сравнению с /1/ /19/ новую функцию $C(p_1, p_2)$, поэтому обозначение $[A, C_{2n, r}]$ работы /1/ у нас разрослось до

$$[A, C_{2n, r}] + [C, C_{2n, r}];$$

здесь функция A действует, как и в /1/, /42/, на импульсы фермионов, а функция C действует аналогичным образом на импульсы антифермионов.

Подобно /1/, подберем y так, чтобы из уравнения /18.0.1/ следовало

$$C_{01} = 0; \quad /19/$$

этим запись уравнений /18/ упростится.

Перепишем уравнение /18.0.2/, как это было сделано в /1/, в виде

$$C_{02}^2(k, -k) - k^2 - m^2 = 6 \int [C_{04}(k, -k, s, -s) -$$

$$-C_{04}(0, 0, s, -s)] ds$$

$$-g \int [V^*(a, -a-k) C_{21}(a; -a-k; -k)$$

$$-V^*(a, -a) C_{21}(a; -a; 0)] da. \quad /18.0.2a/$$

Здесь

$$m^2 - 6 \int C_{04}(0, 0, s, -s) ds$$

$$+ g \int V^*(a, -a) C_{21}(a; -a; 0) da = M^2. \quad /20/$$

2.1. Интегралы в /18/ следует брать по области

$$|a|, |\beta|, |s| < \ell. \quad /9a/$$

2.2. В отличие от /1/ и /5/ и подобно /4/ уравнения /18/ не допускают прямого перехода к пределу $\ell \rightarrow \infty$, ибо интегралы в /18/ неограниченно растут при $\ell \rightarrow \infty$.

2.3. Для доказательства проитерируем /18/, тогда в правой части возникнет, в частности, интеграл

$$g(n+1)^2 \int V^*(a, \beta) da d\beta \text{ symm}(k_1, k_2, \dots, k_r) \quad /21/$$

$$\sum_{\substack{n_1+n_2=n+1 \\ r_1+r_2=r-1}} \delta(a+\beta+k_r) \frac{(r_1+1)(r_2+1)}{4} [C_{2n_1, r_1+1} C_{2n_2, r_2+1}] / \Sigma_{2n+2, r-1},$$

который при $n_2=1, r_2=0$ и $n_1=1, r_1=0$ дает вклад

$$gr/2 \text{ symm}(k_1, k_2, \dots, k_r)$$

$$C_{2n, r}(p_1, \dots, p_n; q_1, \dots, q_n; k_1, \dots, k_r)$$

$$\int \frac{da d\beta V^*(a, \beta) C_{21}(a; \beta; -k_r) \delta(a+\beta+k_r)}{E(a) + E(\beta) - C_{02}(k_r, -k_r) + \Sigma_{2n, r}}. \quad /22/$$

Согласно /18.2.1/ имеем

$$C_{21}(a; \beta; -k_r) = 2g V(a, \beta) / \Sigma_{21} + \dots, \quad /23/$$

поэтому величина /22/ логарифмически растет при $\ell \rightarrow \infty$.

2.4. Итак, все интегралы по a, β в /18/ неограниченно растут с ростом ℓ . Поэтому нельзя ожидать, что все коэффициентные функции $C_{02}, C_{03}, C_{21}, \dots$ при $\ell \rightarrow \infty$ стремятся к конечным пределам. Заметим, однако, что неограниченно растущие при $\ell \rightarrow \infty$ величины входят в /18/, /22/ весьма специфическим образом, именно так, что все они могут быть отнесены только за счет функции C_{02} /ср. /4/, пункт 2.2/.

2.5. Мы положим, как в формуле /8/ работы /4/

$$C_{02}(k, -k) = b(k) + Z, \quad /24/$$

где Z - функция от ℓ , которую, как мы покажем, можно выбрать так, чтобы все функции $b(k), C_{nr}, (nr) \neq (0, 2)$, при $\ell \rightarrow \infty$ стремились к конечным пределам. Соотношение $C_{02}(0, 0) = m$, следующее из /18.0.2a/, требует вместе с /24/ замены m на новый параметр r ,

$$r = m - Z, \quad /25/$$

не зависящий от ℓ .

Введем обозначение:

$$\sigma_{2n, r} = \Sigma_{2n, r} - rZ$$

$$= \sum_{i=1}^n (E(p_i) + E(q_i)) + \sum_{j=1}^r b(k_j) \quad /26/$$

и перепишем /18/ в виде

$$C_{2n,r} \sigma_{2n,r} + \sum_{\substack{n_1+n_2=n \\ r_1+r_2=r}} \left(\frac{(r_1+1)(r_2+1)}{4} [C_{2n_1, r_1+1} C_{2n_2, r_2+1}] \right)$$

$$+ g \frac{(n_1+1)n_2}{4} [C_{2(n_1+1), r_1-1} C_{2n_2, r_2} B^*]$$

$$+ g [A, C_{2n, r-1}] + g [C, C_{2n, r-1}]$$

$$= \frac{(r+1)(r+2)}{2} \int C_{2n, r+1} (p_1, \dots, p_n; q_1, \dots, q_n; k_1, \dots, k_r, s, -s) ds$$

$$- g \text{symm}(k_1, k_2, \dots, k_r) \int da d\beta B^*(a, \beta) [\delta(a+\beta+k_r) \times$$

$$\times (n+1)^2 C_{2n+2, r-1} (p_1, \dots, p_n, a; q_1, \dots, q_n, \beta; k_1, \dots, k_{r-1})$$

$$+ r g \frac{B(a, \beta) \delta(a+\beta)}{[E(a) + E(\beta)]^2} C_{2n, r} (p_1, \dots, p_n; q_1, \dots, q_n; k_1, \dots, k_r)].$$

/18.п.г б/

Здесь $2n+r > 1$; при $(n, r) = (1, 1)$ к правой части следует прибавить член $2gB(p, q)$, при $(n, r) = (0, 2)$ уравнение следует выписать особо. Оно, согласно /18.О.2а/, /24/, /25/, имеет вид

$$b^2(k) = k^2 + r^2 +$$

$$+ 6 \int [C_{04}(k, -k, s, -s) - C_{04}(0, 0, s, -s)] ds$$

$$- g \int da [B^*(a, -a-k) C_{21}(a; -a-k; -k)]$$

/18.О.26/

$$- B^*(a, -a) C_{21}(a; -a; 0) + \frac{g^2}{2E^2(a)} |B(a, -a)|^2 (b(k)-r)].$$

В /18б/ принято

$$Z = \frac{g^2}{4} \int \frac{d^2 a}{E^2(a)} |B(a, -a)|^2. \quad /27/$$

Принимая во внимание /12/ и пользуясь обычной при работе с решениями уравнения Дирака техникой шпурования, преобразуем /27/ к

$$Z = \frac{g^2}{4} \int \frac{d^2 a a^2}{E(a)^4}, \quad /28/$$

что совпадает с /4/.

2.6. Повторяя манипуляции пункта 2.3, убеждаемся, что в уравнениях /18.п.г б/, $(nr) \neq (02)$ не возникает расходимостей при $r \rightarrow \infty$.

Подставив в /18.О.26/ вместо /23/

$$C_{21}(p; q; k) = 2gB(p, q)/\sigma_{21} + \dots, \quad /23a/$$

получим для последнего интеграла в /18.О.26/ выражение

$$-g^2 \int d^2 a \left\{ 2 \frac{|B(a, -a-k)|^2}{E(a) + E(a+k) + b(k)} - 2 \frac{|B(a, -a)|^2}{2E(a) + r} + \frac{|B(a, -a)|^2}{2E(a)} (b(k) - r) \right\}. \quad /29/$$

Легко видеть, что это выражение стремится к конечному пределу при $\ell \rightarrow \infty$.

Итак, уравнения /186/ допускают переход к пределу $\ell \rightarrow \infty$ без возникновения расходимостей.

2.7. В порядке информации о скорости убывания коэффициентов функций при больших значениях импульсов приведем формулы:

$$C_{20}(p; -p) = O(|p|^{-2}) \text{ при } |p| \rightarrow \infty, \quad /30/$$

$$C_{03}(k_1, k_2, k_3) = O([\max(|k_1|, |k_2|, |k_3|)]^{-2}), \quad /31/$$

$$C_{04}(k_1, k_2, k_3, k_4) = O([\max(|k_1|, |k_2|, |k_3|, |k_4|)]^{-2}), \quad /32/$$

ср. формулы /47/, /48/, /48а/ работы /1/.

Коэффициентные функции убывают слабее, чем в случае двумерного пространства-времени, вследствие большего числа пространственных интеграций. Формула /32/ свидетельствует о необходимости произведенного в формулах /18.О.2а/, /18.О.2б/ и /20/ вычитания величины

$$6 \int C_{04}(0, 0, s, -s) ds.$$

Формула /32/ показывает также, что интеграл

$$\int \frac{C_{04}(k, -k, s, -s) ds}{b(s)}$$

в рассматриваемой модели, в отличие от /4/, сходится; поэтому первый интеграл в правой части формул /18/ не дает вклада в /27/.

2.8. По поводу отсутствия расходимостей в уравнениях /186/ сделаем следующее замечание. При итерировании этих уравнений /как в пункте 2.3/ возникают, в частности, члены

$$-2g \frac{(r+1)(r+2)}{2} \sum_{\substack{n_1+n_2=n+1 \\ r_1+r_2=r+1}} \int ds \frac{n_1 n_2 [C_{2n_1, r_1} C_{2n_2, r_2} B]}{\sigma_{2n, r} + 2b(s)},$$

которые при $n_1=r_1=1$ и $n_2=r_2=1$ дают вклад

$$-\frac{gn}{4} C_{2n, r} \sum_{i=1}^n \int ds [n(\sigma_{2n, r} + 2b(s))]^{-1}$$

$$[C_{21}(p_i; -p_i - s; s) B^*(p_i, -p_i - s)$$

$$+ C_{21}(-q_i - s; q_i; s) B^*(-q_i - s, q_i)],$$

содержащий расходящуюся часть

$$-\frac{g^2}{2} C_{2n, r} \sum_1^n \int ds [(E(s) + b(s))b(s)]^{-1}$$

$$[|B(p_i, -p_i - s)|^2 + |B(-q_i - s, q_i)|^2] \quad /33/$$

/мы учли /23а//.

Однако при итерировании уравнений /186/ возникают также члены

$$-g \frac{(r+1)(r+2)}{2} \int \frac{[A + C, C_{2n, r+1}]}{\sigma_{2n, r} + 2b(s)} ds,$$

от которых после еще одной итерации возникают, в частности, члены

$$g^2 \frac{(r+1)(r+2)}{2} \int \frac{ds}{\sigma_{2n, r} + 2b(s)}$$

$$[A + C, \frac{[A + C, C_{2n, r}]}{\sigma_{2n, r+1}}],$$

содержащие расходящийся вклад

$$\frac{g^2}{2} C_{2n,r} = \sum_{i=1}^n \int \frac{ds}{b(s)[E(s)+b(s)]}$$

$$[A(p_1, p_1+s)A(p_1+s, s) + C(q_1, q_1+s)C(q_1+s, q_1)]. \quad /34/$$

С помощью /11/, /12/ легко убедиться, что расходимости /33/ и /34/ сокращаются.

§3. Возбужденные состояния

Согласно /1/, §4, конструкция возбужденных состояний в рассматриваемой модели имеет вид

$$\Omega = U \Omega_0 = e^{-\kappa} U |0\rangle; \quad /35/$$

здесь Ω_0 - основное состояние /15/ и U - ряд по переменным ϕ, a_{\pm}^* .

$$U_n(p) = \sum_{\substack{n_1, n_2, r \\ n_1 = n_2 + n}} \int \Gamma_{n_1, n_2, r}^{pn} (p_1, \dots, p_n; q_1, \dots, q_n; k_1, \dots, k_r)$$

$$\prod_{i=1}^t (a_+^*(p_i) a_-^*(q_i) dp_i dq_i) X \prod_{j=1}^r (\phi(k_j) dk_j) \delta(\sum_{i=1}^{n_1} p_i + \sum_{i=1}^{n_2} q_i - \sum_{i=1}^r k_i - p). \quad /36/$$

Здесь

$$n_1, \quad n \geq 0; \\ t = \min(n_1, n_2) = \begin{cases} n_1, & n \geq 0; \\ n_2, & n < 0; \end{cases}$$

$$X = \prod_{i=t+1}^{n_1} (a_+^*(p_i) dp_i), \text{ если } n < 0;$$

$$X = 1, \text{ если } n = 0;$$

$$X = \prod_{i=t+1}^{n_2} (a_-^*(q_i) dq_i), \text{ если } n > 0 \quad /37/$$

/заметим, что операторы κ и U коммутируют/. Рассмотрим действие гамильтониана на состояние /35/. С учетом формул

$$a(p) e^{-\kappa} = e^{-\kappa} [-[a(p), \kappa]_- + a(p)],$$

$$a(p_1) a(p_2) e^{-\kappa} = e^{-\kappa} [-[a(p_1), \kappa]_- + a(p_1)]$$

$$[-[a(p_2), \kappa]_- + a(p_2)] =$$

$$= e^{-\kappa} [[a(p_1), \kappa]_- [a(p_2), \kappa]_- - [a(p_1), [a(p_2), \kappa]_-]_+]$$

$$- [a(p_1), \kappa]_- a(p_2) + [a(p_2), \kappa]_- a(p_1) + a(p_1) a(p_2)] \quad /38/$$

и формул /6/-/8/ преобразуем уравнение Шредингера /2/ к виду

$$U [-E_0 + h_1 + \kappa \kappa - h \kappa] |0\rangle$$

$$+ (-\Lambda + h_1) U |0\rangle + \int \frac{\delta \kappa}{\delta \phi(k)} \frac{\delta U}{\delta \phi(-k)} dk |0\rangle +$$

$$+ g \int d\alpha d\beta \delta(\alpha + \beta + k) V^*(\alpha, \beta) \phi(k)$$

$$([a_+(p), \kappa]_- a_-(\beta) - [a_-(\beta), \kappa]_- a_+(p)) U |0\rangle = 0, \quad /39/$$

$$E = E_0 + \Lambda, \quad /40/$$

так что Λ есть энергия возбуждения.

В /39/ первый член исчезает в силу уравнения основного состояния /см. формулу /35/ работы /1/ /; избавляясь от операторов поглощения a_{\pm} , получаем из /39/ систему уравнений

$$\Gamma_{n_1 n_2}^{pn} (\sum_{n_1 n_2} - \Lambda)$$

$$+ \sum_{\substack{n_1' - n_2' = n_1 - n_2 \\ n_1' + n_2' + 2n' = n_1 + n_2 \\ r_1 + r_2 = r}} \left(\frac{(r_1 + 1)(r_2 + 1)}{2} \right) [\Gamma_{n_1' n_2' r_1 + 1}^{pn} C_{2n' r_2 + 1}]^{\dagger}$$

$$+ g \frac{(n_1 + 1)n_1'}{2} [C_{2n' + 2, r_2 - 1} \Gamma_{n_1' n_2' r_1}^{pn} B^*]$$

$$+ g \frac{n_2'(n_2 + 1)}{2} [\Gamma_{n_1' n_2' r_1}^{pn} C_{2n' + 2, r_2 - 1} B^*]$$

$$+ g [A + C, \Gamma_{n_1 n_2}^{pn} r - 1]$$

$$= \frac{(r+1)(r+2)}{2} \int \Gamma_{n_1 n_2}^{pn} (p_1, \dots, p_{n_1}; q_1, \dots, q_{n_2}; k_1, \dots, k_r, s, -s) ds$$

$$- g(n_1 + 1)(n_2 + 1) \text{symm}(k_1, k_2, \dots, k_r) \int da d\beta B^*(a, \beta)$$

$$\Gamma_{n_1 + 1, n_2 + 1, r - 1}^{pn} (p_1, \dots, p_{n_1}, a; q_1, \dots, q_{n_2}, \beta; k_1, \dots, k_{r-1}) \delta(a + \beta + k_r) \quad /41. n_1, n_2, r /$$

Здесь обозначения по существу те же, что в /18/; например,

$$\sum_{n_1 n_2} = \sum_{i=1}^{n_1} E(p_i) + \sum_{i=1}^{n_2} E(q_i) + \sum_{i=1}^r C_{02}(k, -k). \quad /42/$$

3.1. Подобно тому, как это сделано в §2, можно показать, что регуляризованная форма уравнений /41/ получается из /41/ заменой функции $\sum_{n_1 n_2}$ на функцию $\sigma_{n_1 n_2}$,

$$\sigma_{n_1 n_2} = \sum_{n_1 n_2} - rZ, \quad /43/$$

и соответственно заменой последнего интеграла на

$$-g \int da d\beta B^*(a, \beta) [\text{symm}(k_1, k_2, \dots, k_r) (n_1 + 1)(n_2 + 1)$$

$$\Gamma_{n_1 + 1, n_2 + 1, r}^{pn} (p_1, \dots, p_{n_1}, a; q_1, \dots, q_{n_2}, \beta; k_1, \dots, k_{r-1}) \delta(a + \beta + k_r) + rg \frac{B(a, \beta) \delta(a + \beta)}{(E(a) + E(\beta))^2} \Gamma_{n_1 n_2}^{pn} (p_1, \dots, p_{n_1}; q_1, \dots, q_{n_2}; k_1, \dots, k_r)]. \quad /44/$$

Так измененное уравнение /41/ мы будем называть уравнением /41a/. Иначе можно сказать, что уравнение /41a/ получается вычитанием из правой и левой части /41/ величины

$$rZ \Gamma_{n_1 n_2}^{pn}$$

Уравнение /41a/ не содержит расходимостей /ср. пункты 2.3 и 2.8, а также уравнение /18/ работы /4/ /.

3.2. Уравнение /41a/ дает для энергии $\Lambda(p)$ однофермионного состояния /число n в /36/ равно +1/ выражение

$$\Lambda(p) = E(p) + \frac{g^2}{2} \int \frac{d^2 k}{\omega(k)}$$

$$\left[\frac{A(p, p+k)A(p+k, p)}{E(p+k) + \omega(k) - E(p)} - \frac{|B(p, -p-k)|^2}{E(p+k) + \omega(k) + E(p)} \right] + O(g^4).$$

/45/

Здесь $\omega(k) = \sqrt{k^2 + \tau^2}$, определение τ см. /25/. Избавляясь в /45/ от A и B при помощи /11/, /12/ и произведя шпурование и еще некоторые преобразования, можно представить /45/ в виде

$$\Lambda(p) + E(p) + \frac{g^2 Q}{E(p)} \quad /46/$$

/ Q от p не зависит/, соответствующем релятивистской зависимости энергии от импульса p :

$$\Lambda(p) = \sqrt{p^2 + \nu^2} + 2g^2 Q + \dots \quad /47/$$

Литература

1. Л.Г.Заставенко. Препринт ОИЯИ, Е2- 7725, Дубна, 1974.
2. Л.Г.Заставенко. ТМФ, 8, 335 /1971/; ТМФ, 10, 58 /1972/.
3. Л.Г.Заставенко. Препринты ОИЯИ, Р2- 7129, Р2-7555, Р2-7590, Р2-7585, Е2-7604, Р2-7605, Дубна, 1973.
4. Л.Г.Заставенко. ТМФ, 9, 355 /1971/.
5. Л.Г.Заставенко. ТМФ, 7, 20 /1971/.
6. С.Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. ИЛ, Москва, 1963.
7. J.Glimm. Commun. Math. Phys., 10, 1 (1968).
8. Л.Г.Заставенко. Препринт ОИЯИ, Р2-7116, Дубна, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 февраля 1974 года.