СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 7686

В.А.Матвеев, Е.А.Толкачев

К ВОПРОСУ ОБ ОПИСАНИИ МЕЗОННЫХ РАСПАДОВ В МОДЕЛИ ТРЕХ ТРИПЛЕТОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Р2 - 7686

В.А.Матвеев, Е.А.Толкачев*

К ВОПРОСУ ОБ ОПИСАНИИ МЕЗОННЫХ РАСПАДОВ В МОДЕЛИ ТРЕХ ТРИПЛЕТОВ

* Московский государственный университет.

Динамическая кварковая модель, предложенная в работах Н.Н. Боголюбова и сотрудников[1-5], позволила объяснить ряд характерных особенностей электромагнитного и слабого взаимодействия мезонов и барионов.

Одним из достижений этой модели явилось удовлетворительное описание лептонных распадов мезонов как аннигиляции связанной кварк-антикварковой пары[6-7].

Известно, что принципиальной трудностью составной кварковой модели является проблема статистики кварков[8]. Для ее преодоления в работах Н.Н. Боголюбова и А.Н. Тавхелидзе[2, 3], а также М. Хана и Ю. Намбу[9] была предложена модель с тремя фундаментальными триплетами кварков с целочисленными зарядами.

Новую модификацию модели трёх вырождённых триплетов, основанную на парафермистатистике кварков ранга 3[10], предложил М. Гелл-Манн (модель "цветных" кварков)[11].

В ряде недавних работ (см., например,[12]) были предприняты попытки сравнительного изучения моделей с тремя фундаментальными триплетами с целью нахождения способа их прямой экспериментальной проверки.

В этой связи представляет интерес изучение корреляций различных динамических характеристик кварковой модели в зависимости от числа фундаментальных триплетов.

В настоящем сообщении рассматривается описание лептонных распадов мезонов типа $\pi/K \to \ell\nu$ или $V \to \ell^+\ell^-$ в моделях с одним и тремя фундаментальными триплетами. Показывается, что данные распады не дают возможности различить модели с разными числами фундаментальных триплетов N, если плотности кварков в мезоне удовлетворяют условию универсальности

$$\rho_a = |\psi_a(0)|^2 \sim \frac{m_a \cdot f_0^2}{N},$$

где $f_0 \approx \frac{1}{\sqrt{2}} f_\pi$, $\psi_\alpha(\vec r)$ – волновая функция относительного движения кварков.

Напомним основные моменты описания лептонных распадов мезонов в модели с одним триплетом кварков с дробными зарядами.

Амплитуда вероятности, скажем, распада $\pi \to \ell\nu$ определяется матричным элементом слабого тока кварков

$$J_\alpha(x) = \bar\psi(x)\, O_\alpha\, \psi(x)\,,$$

где

$$O_\alpha = \gamma_\alpha(1+\gamma_5)\times\begin{cases}\cos\theta_c & \text{– для переходов } \Delta S = 0\\ \sin\theta_c & \text{– для переходов } \Delta S = 1,\end{cases}$$

θ_c – угол Кабибо.

Определяя одновременную (квазипотенциальную) волновую функцию кварк-антикварковой пары в системе центра масс

$$\phi(\vec r) = \chi_{\vec{\mathcal P}=0}(\vec r, t=0)\,,$$

где

$\chi_{\mathcal P}(x) = \langle 0|T\left(\psi(x/2)\,\bar\psi(-x/2)\right)|\mathcal P;\ \pi\text{-мезон}\rangle$ –

амплитуда Бете-Сольпитера, запишем матричный элемент слабого тока в виде:

$$\langle 0|J_\alpha(0)|\pi\rangle = Sp\left[O_\alpha\,\phi(\vec r)\right]_{\vec r=0}\,.$$

Введём полную систему функций $\psi_n(\vec r)$, описывающих относительное движение кварков в системе центра масс. Основное положение модели, развитой в работе /6/, сводится к утверждению

$$\int d\vec r\ \psi_\pi(\vec r)\, Sp\left[O_\alpha\,\phi(\vec r)\right] \approx \left(\bar v\, O_\alpha'\, u\right)_{\substack{\text{квазисвободные}\\ \text{кварки}}}$$

Здесь $\psi_\pi(\vec r)$ – волновая функция пары $q\bar q$ в S – волне, нормированная обычным образом $\int|\psi_\pi(\vec r)|^2 d\vec r = 1$, u , v – дираковские спиноры квазисвободных кварков с перенормированными эффективными массами $\approx \frac{m_\pi}{2}$, аксиальной константой $g = \left(\frac{g_A}{g_V}\right)$ кварки , так что $O_\alpha' = \gamma_\alpha(1+g\gamma_5)$.

Как было показано в работах П.Н. Боголюбова /5/, учёт релятивистских эффектов при движении кварков в эффективном поле приводит к перенормировке аксиальной константы кварков

$$\left(\frac{g_A}{g_V}\right)_{\text{кварки}} = 1-2\delta\,,$$

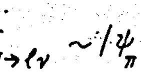
где $\delta = \langle L_z\rangle_{1/2^+}$ есть среднее значение компоненты орбитального момента кварка вдоль направления полного момента $\vec j = \vec L + \vec\sigma/2$ в состоянии $1/2^+$ /13-14/.

Таким образом, матричный элемент слабого тока принимает вид

$$\langle 0|J_\alpha(0)|\pi\rangle \approx \psi_\pi(0)\left(\bar v\, O_\alpha'\, u\right)_{\substack{\text{квазисвободные}\\ \text{кварки}}} = g\,\psi_\pi(0)\,\delta_{\alpha 0}\cos\theta_c\,,$$

а ширина распада $\pi \to \ell\nu$:

$$W_{\pi\to\ell\nu} \sim |\psi_\pi(0)|^2\,\Big|$$



$$\Big|^2 = |\psi_\pi(0)|^2\,\frac{G^2\cos^2\theta_c}{2\pi}\,g^2 m_e^2\left(1-\frac{m_e^2}{m_\pi^2}\right)^2.$$

Соответственно, для ширины $K \to \ell\nu$ получаем

$$W_{K\to\ell\nu} = |\psi_K(0)|^2\,\frac{G^2\sin^2\theta_c}{2\pi}\,g^2 m_e^2\left(1-\frac{m_e^2}{m_K^2}\right)^2.$$

Исходя из эмпирического соотношения /15/

$$\frac{W_{\pi\to\ell\nu}}{\cos^2\theta_c\, m_\pi\left(1-\frac{m_e^2}{m_\pi^2}\right)^2} \approx \frac{W_{K\to\ell\nu}}{\sin^2\theta_c\, m_K\left(1-\frac{m_e^2}{m_K^2}\right)^2}\,,$$

приходим к заключению, что плотности кварков на малых расстояниях удовлетворяют определенному закону универсальности

$$\frac{1}{m_\pi}|\psi_\pi(0)|^2 \approx \frac{1}{m_K}|\psi_K(0)|^2 \approx f_0^2\,.$$

Соотношение было обобщено в работе [7] на произвольные мезонные системы и получило наименование "правило Вайскопфа-Ван Ройена".

Численное значение константы f_0 может быть определено из экспериментальных значений ширин распадов $\pi_{2\mu}$ и $K_{2\mu}$ и результата модели кварков для аксиальной константы β - распада нейтрона [15]

$$g_A/g_V = 5/3 \cdot g \approx 5/3\sqrt{2} . \qquad (1)$$

В итоге, находим

$$f_0 \approx \frac{1}{\sqrt{2}} f_\pi \approx 93 \ MeV,$$

где f_π - константа слабого распада π - мезона, определённая соотношением

$$\langle 0 | \gamma_\alpha J_\alpha^\pm (0) | \pi \rangle = m_\pi^2 \cdot f_\pi .$$

Отметим, что в ряде недавних работ [16] было высказано предположение о том, что константа $f_\pi/\sqrt{2}$ может играть роль размерной величины, определяющей динамику взаимодействия адронов ("энергетическая шкала").

Обратимся теперь к описанию электромагнитных распадов векторных мезонов $V \to \ell^+ \ell^-$.

Матричный элемент электромагнитного тока

$$J_\alpha (x) = \bar{\psi} \gamma_\mu Q \psi ; \quad Q = (2/3, -1/3, -1/3)$$

принимает в рамках описанного выше приближения вид:

$$\langle 0 | J_\alpha (0) | V \rangle \approx \psi_V (0) \cdot g_V (\bar{v} \Gamma_\alpha u)_{\text{квазисвободные кварки}} ,$$

где

$$g_V = Sp (VQ) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho) ; \frac{1}{3\sqrt{2}} (\omega) ; -\frac{1}{3} (\phi) .$$

Перенормированный эффективный векторный ток кварков в системе покоя векторного мезона выражается как

$$\Gamma_0 = 0 \ ; \ \vec{\Gamma} = \mu \gamma_0 \vec{\Sigma} = \mu \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & -\vec{\sigma} \end{pmatrix} ,$$

где μ - эффективный магнитный момент связанных кварков, определяющий абсолютное значение магнитного момента нуклона

$$\mu_p \approx 3\mu \ ; \ \mu_n \approx -2\mu \quad \text{(в ядерных магнетонах).}$$

Н.Н. Боголюбовым, Б.В. Струминским и А.Н. Тавхелидзе [1] было показано, что учёт релятивистских эффектов при движении кварков в скалярном поле приводит к перенормировке магнитного момента связанного кварка. При этом в основном состоянии имеем

$$\mu = (1-\delta) \ ; \quad \delta = \langle L_z \rangle_{1/2^+} ,$$

что, исходя из оценки значения аксиальной константы β - распада нейтрона (1), даёт приближённо $\mu \approx 1.21/\sqrt{2} = 0.86$ в согласии со значением

$$\mu \approx \mu_p + \mu_n = 0.88 .$$

Для вероятностей распадов $V \to \ell^+ \ell^-$ получаем $\left(\frac{m_\ell}{m_V} \approx 0\right)$:

$$W_{V \to \ell^+ \ell^-} \sim |\psi_V (0)|^2 \left| \sum_q \ldots \right|^2 = \frac{16 \pi \alpha^2}{3 m_V^2} \mu^2 g_V^2 |\psi_V (0)|^2 ,$$

что в предположении универсальности

$$\frac{1}{m_V} |\psi_V (0)|^2 \approx f_0^2$$

принимает вид:

$$W_{V \to \ell^+ \ell^-} \approx \frac{16 \pi \alpha^2 f_0^2}{3 m_V} \mu^2 g_V^2 .$$

Сравнивая со стандартным выражением ширины распада

$$W_{V\to e^+e^-} = \frac{4\pi\alpha^2}{3m_V^3}\, g_{V\gamma}^2 \;,$$

в терминах констант $g_{V\gamma}$, определённых формулой

$$\langle 0|J_\alpha(0)|V\rangle = e g_{V\gamma}\cdot V_\alpha \;,$$

получим соотношение

$$\frac{g_{V\gamma}}{m_V g_V} = 2\mu f_0 \approx \sqrt{2} f_\pi . \qquad (2)$$

Для $V=\rho$ из (2) получим соотношение Каварабаяши-Сузуки /17/

$$g_{\rho\gamma} \approx m_\rho f_\pi \;, \qquad (3)$$

прекрасно согласующееся с экспериментом x). Впервые вывод соотношения (3) в модели кварков дан Б.В.Струминским, исходившим из конкретного уравнения для описания релятивистского движения кварков в мезоне /18/.

Обратимся теперь к моделям с тремя триплетами кварков с целыми /2,9/ или дробными /11/ зарядами.

Слабый ток и вектор состояния π – мезона определяется в моделях данного типа как

---

x) Более точный расчёт даёт:

$$\frac{g_{\rho\gamma}}{m_\rho f_\pi} = \frac{\mu}{\sqrt{2} g} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{(1-\delta)}{(1-2\delta)} .$$

$$J_\alpha^{+} = \sum_i \bar\psi_i\, O_\alpha\, \psi_i$$

$$|\pi\rangle \sim \psi'_\pi(\vec r)\,\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_i |(q_i\bar q_i)_\pi\rangle \;,$$

где $\psi'_\pi(\vec r)$ – нормированная функция относительного движения кварков в мезоне.

Ширина распада $\pi\to l\nu$ даётся при этом выражением:

$$W_{\pi\to l\nu} \sim |\psi'_\pi(0)|^2\,\frac{1}{3}\left|\sum_i {}^{q_i}_{\bar q_i}\!\times\!{}^{\nu}_{l}\right|^2 = 3|\psi'_\pi(0)|^2\,\frac{G^2\cos^2\theta_c}{2\pi}\, g^2 m_l^2\left(1-\frac{m_l^2}{m_\pi^2}\right)^2 .$$

В случае распада $\rho\to e^+e^-$, используя выражения для электромагнитного тока и вектора состояния ρ –мезона в модели трёх триплетов

$$J_\alpha = \sum_i \bar\psi_i\,\gamma_\alpha\, Q_i\,\psi_i$$

и

$$|\rho\rangle \sim \psi'_\rho(\vec r)\,\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_i |(q_i\bar q_i)_\rho\rangle \;,$$

найдём для ширины распада

$$W_{\rho\to e^+e^-} \sim |\psi'_\rho(0)|^2\,\frac{1}{3}\left|\sum_i {}^{q_i}_{\bar q_i}\!\!\sim\!\!{}^{e^+}_{e^-}\right|^2 = 3\,|\psi'_\rho(0)|^2\,\frac{8\pi\alpha^2}{3m_\rho^2}\,\mu^2 .$$

Из сравнения с предыдущими результатами находим, что нормированные волновые функции кварков в моделях с одним и тремя триплетами на малых расстояниях связаны соотношениями:

$$\sqrt{3}\,\psi'_\pi(0) = \psi_\pi(0)\;;\quad \sqrt{3}\,\psi'_\rho(0) = \psi_\rho(0) \quad \text{и т.д.}$$

Этот результат легко обобщается на случай произвольного числа N вырождённых триплетов

$$t_i = (p_i, n_i, \lambda_i)\;;\quad i = 1,2,..,N,$$

состоящих из изотопического дублета (p_i, n_i) и изоскаляра λ_i', заряды и странности которых связаны соотношениями:

$$\frac{1}{N}\sum_i Q_i = (2/3, -1/3, -1/3)\ ;\ \frac{1}{N}\sum_i S_i = (0, 0, -1).$$

Таким образом, плотности кварков в модели с N – триплетами удовлетворяют модифицированному условию универсальности:

$$\rho_a = |\psi_a(0)|^2 = \frac{m_a f_0^2}{N}.$$

Полученное соотношение является основным результатом данной работы и указывает на возможность зависимости динамики взаимодействия кварков от числа фундаментальных триплетов.

Авторы глубоко благодарны Н.Н. Боголюбову, Р.М. Мурадяну, А.Н. Тавхелидзе и А.Т.Филиппову за полезные обсуждения.

Литература:

I. Н.Н. Боголюбов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе ОИЯИ, Д-1968, Дубна, (1965).

2. A.N. Tavkhelidze, High Energy and Elementary Particles, Vienna,1965, p. 753.

3. Н.Н. Боголюбов, В.А. Матвеев, Нгуен Ван Хьеу, Д. Стоянов, А.Н. Тавхелидзе, В.П. Шелест. ОИЯИ, Д-2141, Дубна, (1965). "Вопросы физики элементарных частиц" У, Ереван,АН Арм.ССР (1965),стр.406.

4. Н.Н. Боголюбов, В.А. Матвеев, Б.В. Струминский. ОИЯИ, Р2-2442, Дубна (1965).

5. Н.Н. Боголюбов, ОИЯИ, Е-2827, Дубна (1966); ОИЯИ Р2-3135, Дубна (1967).

P.N.Bogolubov,Ann.Inst. Henry Poincaré 8, 2,163(1968).

6. В.А. Матвеев, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе, ОИЯИ, Р-2524, Дубна (1965).

7. B. Van Royen,V.F.Weisskoph,Nuovo Cimento,50, 617 (1967). C.H. Llewellyn Smith, Oxford University preprint,(1967).

8. Н.Н. Боголюбов. Теория симметрии элементарных частиц, в сборнике "Физика высоких энергий и элементарных частиц", Наукова Думка , Киев, 1965.

9. M.Han, Y.Namby,Phys. Rev. 139B, 1006 (1965).

10. O.W. Grinberg, Phys. Rev. Lett., 13, 598 (1964). А.Л. Говорков. Сборник "Физика высоких энергий и элементарных частиц", Наукова Думка , Киев, 1967, стр. 770.

11. M.Gell-Mann, CERN- preprint, TH-1543 (1972).

12. H. Suura et al, DESY, 72/71,(1972).

13. Н.Н. Боголюбов, В.А. Матвеев, А.Н. Тавхелидзе "Вопросы теории элементарных частиц", Труды международного семинара (Варна, Болгария, 1968); ОИЯИ, Р2-4050, Дубна, стр. 269.

14. В.П. Шелест."Вопросы теории элементарных частиц", Труды международного семинара (Варна, Болгария, 1968); ОИЯИ, Р2-4050, Дубна, стр. 280.

Б.В. Струминский, ИТФ-68-48, Киев (1968).

K.Kawarabayashi, M. Suzuki,Phys. Rev. Lett. 16, 255,(1966).

15. L.M. Chounet,J.M.Gaillard and M.K. Gillard "Leptonic Decays of Hadrons", Physics Reports,4C,201, (1972).

16. H.Pagel, Princeton University preprint, (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 января 1974 года.