ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2 - 7675

Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу

АЛГЕБРА ТОКОВ И КЛАССИФИКАЦИЯ АДРОНОВ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7675

Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу

АЛГЕБРА ТОКОВ И КЛАССИФИКАЦИЯ АДРОНОВ

Направлено в Nuclear Physics

Дао Вонг Дык, Нгуен Ван Хьеу

P2 - 7675

Алгебра токов и классификация адронов

В работе изучается реализация неприводимых представлений алгебры токов SU(6)×SU(6) в линейных пространствах асимптотических операторов рождения и уничтожения частиц и античастиц в покое. Такой подход свободен от трудностей, встречающихся при реализации этой алгебры в гильбертовом пространстве векторов состояния. Рассматривается возможность классификации адронов по неприводимым представлениям этой алгебры.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1974

Dao Vong Duk, Nguen Van Hieu

P2 - 7675

Algebra of Currents and Classification of Hadrons

In this work we investigated the realization of irreducible representations of algebra of SU(6)xSU(6) currents in linear spaces of asymptotic operators of creation and annihilation of particles and antiparticles at rest. In this approach we have not encountered the difficulties of the application of this algebra in the Hilbert space of state vectors. The possibility of the classification of hadrons on the basis of irreducable representations of this algebra is considered.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1974

1. ВВЕДЕНИЕ

Векторные и аксиальные токи $J^V_{\mu a}$ и $J^A_{\mu a}$, μ = 0,1,2,3, a = 0,1,2...,8, преобразующиеся как нонеты группы унитарной симметрии SU(3), играют важную роль в физике элементарных частиц. В рамках модели кварков эти токи выражаются через квантованные поля кварков $\psi(x)$ следующим образом:

$$J^V_{\mu a}(x) = \bar{\psi}(x)\gamma_\mu \frac{\lambda_a}{2}\psi(x),$$
$$J^A_{\mu a}(x) = i\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\gamma_5 \frac{\lambda_a}{2}\psi(x), \qquad /1/$$

где $\lambda_0 = 1, \lambda_1, \ldots, \lambda_8$ - матрицы Гелл-Манна. Из канонических антикоммутационных соотношений для $\psi(x)$ следует, что пространственные интегралы от временных компонент токов

$$Q^V_{oa} \equiv \int d\vec{x}\, J^V_{oa}(x)$$
$$Q^A_{oa} \equiv \int d\vec{x}\, J^A_{oa}(x) \qquad /2/$$

образуют алгебру Ли U(3)×U(3). Получив коммутационные соотношения для Q^V_{oa} и Q^A_{oa} в модели кварков, Гелл-Манн /1/ предложил рассматривать их как некоторый основной постулат теории независимо от того, существуют кварки или нет.

Наряду с пространственными интегралами от временных компонент токов Q^V_{oa} и Q^A_{oa} Фейнманн, Гелл-Манн и Цвейг [2] затем предложили рассматривать также интегралы от пространственных компонент токов

$$Q^V_{ia} \equiv \int d\vec{x}\, J^V_{ia}(x)$$
$$Q^A_{ia} \equiv \int d\vec{x}\, J^A_{ia}(x) \qquad /3/$$

и показали, что операторы Q^V_{oa} и Q^A_{ia} удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры Ли $U(6)$, а $Q^V_{\mu a}$ и $Q^A_{\mu a}$, вместе взятые, образуют алгебру Ли $U(6)\times U(6)$. Предполагая, что гильбертово пространство, состоящее из одночастичных векторов состояний, реализует представление /приводимое, вообще говоря/ подалгебры $SU(6)\times SU(6)$ этой алгебры, они пытались объяснить классификацию адронов по мультиплетам группы $SU(6)$ без введения группы симметрии $SU(6)$ как объединение спиновой группы $SU(2)$ с унитарной группой $SU(3)$ [3–6]. Эта идея получнла дальнейшее развитие в работах Дашена и Гелл-Манна, Ли и др. [7–10]. Было показано, в частности, что многие результаты схемы симметрии $SU(6)$ являются следствиями предположений Гелл-Манна, Фейнмана, Цвейга и Дашена об алгебре интегралов токов и ее представлений в гильбертовых подпространствах одночастичных векторов состояния.

Однако, как было показано в [11,12], представление алгебры интегралов токов в действительности нельзя реализовать в гильбертовом пространстве одночастичных векторов состояния, так как для этого требуется, чтобы все генераторы этой алгебры коммутировали с гамильтонианом. Успехи насыщения коммутаторов одночастичными состояниями объясняются тем, что в подходящей системе отсчета вкладом многочастичных состояний в матричный элемент данного коммутатора можно пренебречь [13].

В настоящей работе мы рассматриваем другой метод реализации представлений подалгебры $SU(6)\times SU(6)$ данной алгебры $U(6)\times U(6)$, когда представления реализуются в линейных пространствах асимптотических полевых операторов. Эти представления являются обобщениями присоединенного представления рассматриваемой алгебры Ли $SU(6)\times SU(6)$ и реализуются в виде одновременных коммутационных соотношений между генераторами $Q^V_{\mu a}$ и $Q^A_{\mu a}$ и асимптотическими полевыми операторами. Таким путем мы приходим к схеме классификации адронов, которая позволяет объяснить существование известных $SU(6)$ мультиплетов. Будет показано, что по сравнению с обычной схемой $SU(6)$ должно быть удвоение мезонных мультиплетов. Кроме того, наряду с мультиплетами типа $SU(6)$ существуют представления, не имеющие аналога в обычной схеме $SU(6)$ и соответствующие связанным состояниям кварков и антикварков с отличными от нуля орбитальными моментами.

2. КВАРКОВЫЙ МУЛЬТИПЛЕТ

Отметим следующее соответствие между операторами Q^V_{oa}, Q^A_{ia} и матрицами-генераторами алгебры Ли $U(6)$:

$$Q^V_{oa} \longrightarrow 1\times\frac{\lambda_a}{2}, \qquad Q^A_{ia} \longrightarrow \sigma_i \times \frac{\lambda_a}{2}. \qquad /4/$$

Всюду в дальнейшем мы будем рассматривать все операторы $Q^V_{\mu a}$, $Q^A_{\mu a}$ при одном и том же времени $x_0=0$. Ради удобства иногда будем обозначать Q^V_{oa} и Q^A_{ia} через G_I, Q^A_{oa} и Q^V_{ia} через G^5_I, $1\times\lambda_a/2$ и $\sigma_i\times\lambda_a/2$ через S_I. Они удовлетворяют коммутационным соотношениям вида:

$$[G_I, G_J] = i f_{IJK}\, G_K$$
$$[G^5_I, G_J] = i f_{IJK}\, G^5_K \qquad /5/$$
$$[G^5_I, G^5_J] = i f_{IJK}\, G^5_K$$

и

$$[S_I, S_J] = i f_{IJK} S_K, \qquad /5'/$$

где f_{IJK} - структурные константы алгебры $U(6)$. Подчеркнем, что коммутационные соотношения /5/ первоначально были получены на основе /1/, а затем были рассмотрены как некоторое предположение общего характера.

Представления алгебры Ли /5/ будем реализовать не в гильбертовом пространстве векторов состояния адронов, а в виде одновременных коммутационных соотношений между генераторами G_I, G_I^5 и полевыми операторами. Подобный метод реализации был применен ранее Вайнбергом /14/, Огиевецким /15/ и др. при изучении киральной симметрии $SU(2) \times SU(2)$, унитарной симметрии $SU(3)$ и киральной симметрии $SU(3) \times SU(3)$.

В качестве наглядного примера рассмотрим сначала случай свободных кварков, причем векторные и аксиальные токи имеют вид /1/. Легко проверить тогда, что имеют место следующие одновременные коммутационные соотношения:

$$[Q^V_{oa}, \Psi(0,\vec{x})] = -\frac{\lambda_a}{2}\psi(0,\vec{x}), \quad [Q^A_{ia}, \psi(0,\vec{x})] = -\Sigma_i \otimes \frac{\lambda_a}{2}\psi(0,\vec{x})$$

$$[Q^A_{oa}, \psi(0,\vec{x})] = -i\gamma_5 \otimes \frac{\lambda_a}{2}\psi(0,\vec{x}), \qquad /6/$$

$$[Q^V_{ia}, \psi(0,\vec{x})] = -i\gamma_5 \Sigma_i \otimes \frac{\lambda_a}{2}\psi(0,\vec{x}),$$

где $\Sigma_i \equiv i\gamma_0 \gamma_i \gamma_5$.
Обозначая матрицы $\frac{\lambda_a}{2}$ и $\Sigma_i \otimes \frac{\lambda_a}{2}$ через Γ_I,

перепишем /6/ в более компактном виде:

$$[G_I, \psi(0,\vec{x})] = -\Gamma_I \psi(0,\vec{x}), \quad [G_I^5, \psi(0,\vec{x})] = -i\gamma_5 \Gamma_I \psi(0,\vec{x}). \qquad /7/$$

Соотношения такого рода были рассмотрены ранее в работе /16/. Отметим, что матрицы Γ_I также удовлетворяют коммутационным соотношениям вида /5/. Соотношения /7/ можно рассматривать как представление алгебры токов $U(6) \times U(6)$ с генераторами G_I и G_I^5, т.е. представление в линейном пространстве, базис которого составляют полевые операторы $\psi(x)$. Чтобы убедиться в этом, напомним прежде всего, что в силу соотношений /5/ результат коммутации оператора G_I или G_I^5 с любым вектором в линейном пространстве, натянутом на тех же векторах G_I и G_I^5, является линейным преобразованием в последнем пространстве. Обозначим

$$G_I \to (\mathrm{adj}\, G_I), \quad G_I^5 \to (\mathrm{adj}\, G_I^5)$$

$$[G_I, G_J] = -((\mathrm{adj}\, G_I) G)_J = i f_{IJK} G_K \quad \dots \qquad /8/$$

$$[G_I^5, G_J] = -((\mathrm{adj}\, G_I^5) G)_J = i f_{IJK} G_K^5 \quad \dots$$

Это линейное отображение в силу тождества Якоби обладает свойством:

$$(\mathrm{adj}[G_I, G_J]) = [(\mathrm{adj}\, G_I), (\mathrm{adj}\, G_J)], \dots$$

и представляет собой гомоморфизм алгебры Ли операторов G_I, G_I^5 в алгебру Ли матриц $(\mathrm{adj}\, G_I)$, $(\mathrm{adj}\, G_I^5)$, т.е. определяет представление алгебры $\{G_I, G_I^5\}$. Оно называется присоединенным представлением. В таком же смысле соотношения /7/ определяют представление алгебры Ли операторов G_I, G_I^5 в линейном пространстве, натянутом на всех векторах $\psi(x)$. Действительно, по аналогии с /8/ мы положим:

$$[G_I, \psi] = -\alpha(G_I)\psi, \quad [G_I^5, \psi] = -\alpha(G_I^5)\psi. \qquad /9/$$

Из тождества Якоби следует:

$$\alpha([G_I, G_J]) = [\alpha(G_I), \alpha(G_J)].$$

Это означает, что отображение

$$G_I \to \alpha(G_I), \quad G_I^5 \to \alpha(G_I^5)$$

определяет представление алгебры Ли $\{G_I, G_I^5\}$. В данном случае:

$$\alpha(G_I)\,\psi = \Gamma_I\,\psi, \quad \alpha(G_I^5)\psi = i\gamma_5\Gamma_I\psi. \qquad /10/$$

Таким образом, установив одновременные коммутационные соотношения /7/ между интегралами токов G_I, G_I^5 и полями $\psi(x)$, мы действительно построили неприводимое представление алгебры $\{G_I, G_I^5\}$. Аналогичное заключение можно сделать относительно коммутационных соотношений

$$[G_I, \psi^+] = \psi^+\Gamma_I, \quad [G_I^5, \psi] = i\psi^+\gamma_5\Gamma_I. \qquad /11/$$

В таком случае вместо /10/ имеем:

$$\alpha(G_I)\psi^+ = -\psi^+\Gamma_I, \quad \alpha(G_I^5)\psi^+ = -i\psi^+\gamma_5\Gamma_I. \qquad /12/$$

Представления /10/ и /12/ являются простейшими среди всех неприводимых представлений алгебры $\{G_I, G_I^5\}$ в линейных пространствах полевых операторов. Их мы называем фундаментальными представлениями, а остальные - высшими представлениями.

Перейдем теперь к случаю взаимодействующих полей кварков. Предположим, что между операторами $Q^V_{\mu a}$, $Q^A_{\mu a}$ и асимптотическими полевыми операторами кварков $\psi_{in}(x)$ и $\psi_{out}(x)$ также имеют место одновременные коммутационные соотношения вида /6/ или /7/. Это означает, что в данном случае неприводимое представление алгебры токов $SU(6)\times SU(6)$ реализуется в линейном пространстве асомптотических полевых операторов.

Для получения более наглядных формул, определяющих данное представление в указанном смысле и допускающих дальнейшее обобщение на случай высших представлений, выразим теперь асимптотические поля $\psi_{in}(x)$

через операторы рождения и уничтожения кварков и антикварков:

$$\psi_{\substack{in\\out}}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int d\vec{p}\,\frac{m}{p_0}\sum_{s,q}\{a_{sq}(\vec{p})\,u(\vec{p}s)\,\chi(q)\,e^{-ipx} +$$

$$+ b^+_{sq}(\vec{p})\,v(ps)\,\tilde{\chi}(q)\,e^{ipx}\}, \qquad /13/$$

где s, q - индексы, описывающие спиновое и унитарное состояния, соответственно; $u(\vec{p}, s)$, $v(\vec{p}, s)$ - спиноры Дирака, $\chi(q)$ - $SU(3)$ -спиноры. Мы приходим к следующим правилам коммутации для операторов рождения и уничтожения кварка и антикварка в покое:

$$[Q^V_{oa}, a^+_{sq}] = a^+_{sq'}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)_{qq'}, \quad [Q^V_{oa}, b_{sq}] = b_{sq'}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)_{qq'}$$

$$[Q^A_{ia}, a^+_{sq}] = a^+_{s'q'}(\sigma_i)_{ss'}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)_{q'q}, \quad [Q^A_{ia}, b_{sq}] = b_{s'q'}(\sigma_i)_{s's}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)_{q'q} \qquad /14/$$

$$[Q^A_{oa}, a^+_{sq}] = b_{sq'}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)_{q'q}, \quad [Q_{oa}, b_{sq}] = a^+_{sq'}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)$$

$$[Q^V_{ia}, a^+_{sq}] = b_{s'q'}(\sigma_i)_{s's}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)_{q'q}, \quad [Q^V_{ia}, b_{sq}] = a^+_{s'q'}(\sigma_i)_{s's}\left(\frac{\lambda_a}{2}\right)_{q'q} \qquad /15/$$

или в сокращенном виде:

$$[G_I, a^+_{sq}] = a^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}, \quad [G_I, b_{sq}] = b_{s'q'}((S_I)_{s'q',sq} \qquad /16/$$

$$[G_I^5, a^+_{sq}] = b_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}, \quad [G_I^5, b_{sq}] = a^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}, \qquad /17/$$

где $a_{sq} \equiv a_{sq}(\vec{p}=0)$, $b_{sq} \equiv b_{sq}(\vec{p}=0)$.
Соотношения /14/-/17/ показывают, что операторы рож-

дения кварков и уничтожения антикварков в покое образуют неприводимое представление алгебры токов $SU(6)\times SU(6)$. Аналогично, операторы уничтожения кварков и рождения антикварков в покое образуют другое неприводимое представление, сопряженное первому.

Интересно отметить, что при реализации алгебр типа $SU(6)\times SU(6)$ в гильбертовом пространстве векторов состояния всегда происходит удвоение мультиплетов частиц. Например, наряду с представлением /6,1/ должно быть также представление /1,6/, и они вместе описывают два 6-плета с противоположными четностями. В рамках нашего метода реализации представлений алгебры токов удается описывать один 6-плет без его дублета по четности как неприводимое представление этой алгебры, что достигается благодаря рассмотрению операторов рождения и уничтожения кварков и антикварков, а не векторов состояния.

3. *БАРИОННЫЙ 56-ПЛЕТ*

Коммутационные соотношения /14/-/17/ для операторов рождения и уничтожения кварков и антикварков в покое допускают непосредственное обобщение на случай высших мультиплетов. В качестве первого примера рассмотрим барионный 56-плет группы $SU(6)$. Матричные элементы генераторов алгебры $U(6)$ для данного представления по-прежнему обозначим через $(\lambda_a/2)_{q'q}$, $(\sigma_i)_{s's}\,(\frac{\lambda_a}{2})_{q'q}$ или $(S_I)_{s'q',sq}$. Их можно определить следующим образом:

$$(S_I)_{s'q',sq} = 3\psi^{+\alpha a,\beta b,\gamma c}(s'q')(S_I)^{\alpha'a'}_{\alpha a}\,\psi_{\alpha'a',\beta b,\gamma c}, \qquad /18/$$

где $\psi_{\alpha a,\beta b,\gamma c}$ - симметричный спинор третьего ранга группы $SU(6)$, описывающий волновые функции барионов рассматриваемого мультиплета в покое/6/:

$$\psi_{\alpha a,\eta g,\gamma c}(sq) =$$
$$= \psi_{\alpha\beta\gamma}(s)D_{abc}(q) + \frac{1}{3\sqrt{2}}\{\epsilon_{\alpha\beta}\chi_{\gamma}(s)\epsilon_{abd}N^{d}_{c}(q) + \text{цикл.}\}, \qquad /19/$$

α,β,γ - спиновые индексы, a,b,c - $SU(3)$ индексы.

Обобщая результаты, полученные в предыдущем параграфе для кварков, предположим теперь, что для рассматриваемого мультиплета, так же как и для других барионных мультиплетов, справедливы коммутационные соотношения вида /14/-/17/ с матричными элементами, определяемыми по /18/ /аналогично для других мультиплетов/.

Таким образом, при реализации представлений алгебры токов $SU(6)\times SU(6)$ в линейном пространстве асимптотических операторов рождения и уничтожения частиц и античастиц в покое существует неприводимое представление, описывающее барионный 56-плет, причем существования другого 56-плета с обратной четностью не требуется /обстоятельство, отмеченное ранее Фейнманом, Гелл-Манном и Цвейгом/2/ /.

Итак, получив коммутационные соотношения /14/-/17/ для кварков в случае, когда токи выражаются через асимптотические поля согласно /1/, мы затем предположили, что эти соотношения справедливы не только для кварков, но и для других барионных мультиплетов без какой-либо конкретизации выражений токов. Естественно, возникает вопрос: существует ли какой-нибудь пример токов для барионного 56-плета, автоматически удовлетворяющих коммутационным соотношениям /14/-/17/. Ответ оказывается положительным. Чтобы убедиться в этом, будем использовать симметричный спинор третьего ранга $\psi_{\alpha a,\beta b,\gamma c}$ группы $\tilde{U}(12)$/12/, удовлетворяющий уравнению Баргмана-Вигнера.

$$(-i\hat{\partial}+m)^{\alpha'}_{\alpha}\,\psi_{\alpha'a,\beta b,\gamma c} = 0,$$

и попробуем подобрать векторные и аксиальные токи в виде:

$$J^{V}_{\mu d} = 3\{\bar{\psi}^{\alpha a,\beta b,\gamma c}(\gamma_\mu)_{\alpha}^{\alpha'}\left(\frac{\lambda_d}{2}\right)_{a}^{a'}\psi_{\alpha' a',\beta b,\gamma c} - \bar{\psi}^{\alpha a,\beta b,\gamma c}(\gamma_\mu)_{\alpha}^{\alpha'}(\gamma_5)_{\beta}^{\beta'}(\gamma_5)_{\gamma}^{\gamma'}\left(\frac{\lambda_d}{2}\right)_{a}^{a'}\psi_{\alpha' a',\beta' b,\gamma' c}\}$$

$$J^{A}_{\mu d} = 3i\{\bar{\psi}^{\alpha a,\beta b,\gamma c}(\gamma_\mu\gamma_5)_{\alpha}^{\alpha'}\left(\frac{\lambda_d}{2}\right)_{a}^{a'}\psi_{\alpha' a',\beta b,\gamma c} - \bar{\psi}^{\alpha a,\beta b,\gamma c}(\gamma_\mu\gamma_5)_{\alpha}^{\alpha'}(\gamma_5)_{\beta}^{\beta'}(\gamma_5)_{\gamma}^{\gamma'}\left(\frac{\lambda_d}{2}\right)_{a}^{a'}\psi_{\alpha' a',\beta' b,\gamma' c}\}; \qquad /20/$$

представляющем собой частный случай рассмотренных в работах [18,19] токов. Выражая асимптотические поля в правых частях /20/ через операторы рождения и уничтожения частиц и античастиц, мы получим:

$$G_I = \int d\vec{p}\,\frac{m}{p_0}\sum_{ss'qq'}\{[a^{+}_{s'q'}(\vec{p})a_{sq}(\vec{p}) - b^{+}_{sq}(\vec{p})b_{s'q'}(\vec{p})]\times(S_I)_{s'q',sq} + \ldots\} \qquad /21/$$

$$G^5_I = \int d\vec{p}\,\frac{m}{p_0}\sum_{ss'qq'}\{[a^{+}_{s'q'}(\vec{p})b^{+}_{sq}(\vec{p}) + b_{s'q'}(\vec{p})a_{sq}(\vec{p})]\times(S_I)_{s'q',sq} + \ldots\},$$

где многоточие обозначает члены,исчезающие при $\vec{p} = 0$. Теперь нетрудно проверить, что генераторы /21/ удовлетворяют коммутационным соотношениям /14/-/17/.

Отметим, что в выражениях /21/ для генераторов G_I и G^5_I содержатся члены типа $\sim a^+b^+$ /за исключением Q^V_{oa} /. Эти члены переводят вакуум в состояние пары частицы и античастицы, а одночастичное состояние - в состояние системы, состоящей из двух частиц и одной античастицы, и т.д. Поэтому представления алгебры с такими генераторами нельзя реализовать в гильбертовом пространстве одночастичных векторов состояния.

Это и есть причина внутреннего противоречия, отмеченного Колеманом [11] и Окубо [12]. Такого противоречия нет в нашем методе реализации.

4. *МЕЗОННЫЕ 35-ПЛЕТЫ*

Генераторы Q^V_{oa} и Q^A_{ia} подалгебры $U(6)$ имеют положительную четность, а остальные генераторы Q^A_{oa} и Q^V_{ia} - отрицательную. Из коммутационных соотношений /15/ следует, что частица, соответствующая оператору рождения a^+_{sq} и античастица, соответствующая оператору уничтожения b_{sq}, должны иметь противоположные четности. Для фермионов это условие автоматически удовлетворяется и ие накладывает никаких новых ограничений на мультиплеты частиц. Для бозонов дело обстоит совсем иначе. Так как четности любого бозона и его античастицы всегда одинаковы, то коммутационные соотношения /15/ могут выполняться только в том случае, когда каждое неприводимое представление алгебры токов содержит дублеты по четности. В частности, наряду с 35-плетом псевдоскалярных и векторных мезонов должен существовать соответствующий 35-плет скалярных и псевдовекторных мезонов. Они вместе образуют мультиплет, соответствующий неприводимому представлению алгебры токов $SU(6)\times SU(6)$. Такое удвоение мультиплетов, по сравнению с обычной схемой $SU(6)$, было отмечено также в работе [2] и должно иметь место для всех мезонных мультиплетов.

Таким образом, если какое-нибудь бозонное неприводимое представление содержит асимптотический оператор рождения a^+_{sq}, то оно обязательно содержит также и асимптотический оператор рождения b^+_{sq} или уничтожения b_{sq} соответствующей частицы с противоположной четностью. Обобщая правила коммутации /14/-/17/, мы попытаемся предположить, что для мезонных мультиплетов коммутационные соотношения между генераторами алгебры $SU(6)\times SU(6)$ и операторами рождения и уничтожения частиц в покое имеют вид либо /16/ и /17/, либо

$$[G_I, a^+_{sq}] = a^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}\quad, [G_I, b^+_{sq}] = b^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}$$

/22/

$$[G^5_I, a^+_{sq}] = b^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}\quad, [G^5_I, b^+_{sq}] = a^+_{s'q'}(S_I)_{s'q',sq}.$$

/23/

Выбор одной из этих альтернативных возможностей - /16/, /17/ или /22/, /23/ - осуществляется путем сравнения предсказаний теории с экспериментом.

Необходимо отметить следующее обстоятельство. Для всех мезонных мультиплетов, за исключением 35-плетов, вышеуказанные коммутационные соотношения не содержат никакого внутреннего противоречия. Что касается 35-плетов, то эти правила коммутации не могут выполняться точно: вакуумное среднее от левых частей соотношений /16/, /17/ или /22/, /23/ не всегда равно нулю - эти ненулевые значения как раз определяют вероятность лептонных распадов соответствующих мезонов, в то время как правые части имеют лишь нулевые вакуумные средние. Чтобы избежать такой нежелательной ситуации, предположим, что в данном случае вместо коммутаторов $[G_I, a^+], \ldots$ в /16/, /17/, /22/, /23/ должны стоять их "нормальные" коммутаторы:

$$[G_I, a^+] \to [G_I, a^+]_0 \equiv [G_I, a^+] - \langle 0|[G_I, a^+]|0\rangle, \ldots$$

Так как

$$[[A,B]_0, C]_0 = [[A,B],C] - \langle 0|[[A,B],C]|0\rangle,$$

то для "нормальных" коммутаторов справедливо тождество Якоби, и полученные новые правила коммутации определяют представление алгебры токов $SU(6)\times SU(6)$.

Для случая 35-плетов матричные элементы $(S_I)_{s'q',sq}$ можно определить следующим образом:

$$(S_I)_{s'q',sq} = \mathrm{Tr}\{\phi^+(s'q')S_I\,\phi(sq) - \phi^+(s'q')\phi(sq)S_I\}, \quad /24/$$

где $\phi^{\beta b}_{\alpha a}$ - смешанный спинор группы $SU(6)$, описывающий волновые функции мезонов рассматриваемого мультиплета в покое /6/:

$$\phi^{\beta b}_{\alpha a}(sq) = \frac{1}{\sqrt{2}}\delta^{\beta}_{\alpha}P^b_a(q) + \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_i)^{\beta}_{\alpha}\xi_i(s)V^b_a(q). \qquad /25/$$

Для других мезонных мультиплетов мы имеем аналогичные формулы.

Как и в случае барионного 56-плета, для 35-плетов мы можем привести пример токов, удовлетворяющих вышеуказанным коммутационным соотношениям. Для этого будем использовать смешанный спинор $\phi^{\beta b}_{\alpha a}$ группы $\tilde{U}(12)$ /17/, описывающий 35-плет 0^- и 1^--мезонов и удовлетворяющий уравнению Баргмана-Вигнера

$$(-i\hat{\partial} + m)^{\alpha'}_{\alpha}\phi^{\beta b}_{\alpha' a} = 0 = (i\hat{\partial} + m)^{\beta}_{\beta'}\phi^{\beta' b}_{\alpha a},$$

а также аналогичный спинор $\chi^{\beta b}_{\alpha a}$ для 35-плета мезонов с положительной четностью. При пространственном отражении эти спиноры преобразуются следующим образом:

$$P\phi(x)P^{-1} = \gamma_0\phi(x_0, -\vec{x})\gamma_0\ , \qquad P\chi(x)P^{-1} = -\gamma_0\chi(x_0, -\vec{x})\gamma_0.$$

Нетрудно проверить, что вышеуказанные правила коммутации удовлетворены, если, например, токи имеют вид:

$$J^V_{\mu a} = V_{\mu a} + \mathrm{Tr}\{\bar{\phi}(\gamma_\mu\frac{\lambda_a}{2})\phi + \bar{\chi}(\gamma_\mu\frac{\lambda_a}{2})\chi\}$$

$$J^A_{\mu a} = A_{\mu a} + \mathrm{Tr}\{\bar{\phi}(\gamma_\mu\frac{\lambda_a}{2})\chi + \bar{\chi}(\gamma_\mu\frac{\lambda_a}{2})\phi\}, \qquad /26/$$

где $V_{\mu a}$ и $A_{\mu a}$ - члены, линейные по мезонным полям.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы переформулировали схему классификации адронов Фейнмана, Гелл-Манна и Цвейга /2/ по представлениям алгебры токов $SU(6) \times SU(6)$. В отличие от подхода, рассмотренного в работах /2,7/, мы реализуем неприводимые представления алгебры не в гильбертовом пространстве векторов состояния, а в линейных пространствах асимптотических операторов рождения и уничтожения частиц и античастиц в покое. Это позволяет освободиться от внутреннего противоречия, вызванного тем фактом, что при действии на одночастичные векторы состояния токи переводят их в многочастичные векторы состояния.

В рамках нашего подхода были установлены правила коммутации между интегралами от компонент токов G_I, G_I^5 и асимптотическими операторами рождения и уничтожения частиц и античастиц. Экспериментальные следствия этих коммутационных соотношений будут рассмотрены в отдельной работе.

Отметим еще одно обстоятельство. В обычной схеме классификации $SU(6)$ спиновый индекс α всегда стоит в паре с унитарным индексом a, и поэтому не могут существовать, например, нейтральные частицы с ненулевым спином, которые не входили бы в один и тот же мультиплет вместе с другими частицами с отличным от нуля зарядом, гиперзарядом и изотопическим спином. В нашей схеме классификации это не является обязательным, так как, в принципе, могут существовать частицы с высшим спином, операторы рождения и уничтожения которых коммутируют со всеми генераторами G_I, G_I^5. Вообще говоря, в нашей схеме могут быть мультиплеты, частицы которых характеризуются некоторыми парами индексов типа (αa) и несколькими отдельными спиновыми индексами, причем коммутация между генераторами G_I, G_I^5 и операторами рождения и уничтожения частиц затрагивает лишь пары индексов (αa), но не меняет отдельных спиновых индексов. Такие мультиплеты аналогичны мультиплетам связанных систем кварков и антикварков с отличными от нуля орбитальными моментами.

Авторы выражают глубокую признательность Н.Н.Боголюбову, Д.И.Блохинцеву, В.А.Мещерякову, В.И.Огиевецкому, Я.А.Смородинскому и А.Н.Тавхелидзе за ценные обсуждения и за интерес к работе.

Литература

1. *M.Gell-Mann. Phys.Rev., 125, 1067 (1962); Physics 1, 63 (1964).*
2. *R.P.Feynman, M.Gell-Mann, G.Zweig. Phys.Rev.Lett., 13, 678 (1964).*
3. *F.Gursey, L.A.Radicati. Phys.Rev.Lett., 13, 173 (1964).*
4. *A.Pais. Phys.Rev.Lett., 13, 175 (1964).*
5. *M.A.B.Beg, B.W.Lee, A.Pais. Phys.Rev.Lett., 13, 514 (1964).*
6. *B.Sakita. Phys.Rev., 136, B 1756 (1964).*
7. *R.F.Dashen, M.Gell-Mann. Phys.Lett., 17, 142 (1965).*
8. *B.W.Lee. Phys.Rev.Lett., 14, 767 (1965).*
9. *Y.Dothan, M.Gell-Mann, Y.Ne'eman. Phys.Lett., 17, 148 (1965).*
10. *I.S.Gerstein. Phys.Rev.Lett., 16, 114 (1966).*
11. *S.Coleman. Phys.Lett., 19, 144 (1965); Journ.Math.Phys., 7, 787 (1966).*
12. *S.Okubo. Nuovo Cim., 42A, 1029 (1966).*
13. *I.S.Gerstein, B.W.Lee. Phys.Rev., 144, 1142 (1966).*
14. *S.Weinberg. Phys.Rev., 177, 2604 (1969).*
15. *В.И.Огиевецкий. ЯФ, 13, 187 /1971/.*
16. *I.Bialynicki-Birula, Nguen Van Hieu. JINR, E2-3006, Dubna, 1966.*
17. *R.Delbourgo, A.Salam, I.Strathdee. Proc.Roy.Soc., A284, 146 (1965).*
18. *Нгуен Ван Хьеу, Я.А.Смородинский. ЯФ, 2, 543 /1965/.*
19. *Нгуен Ван Хьеу, Фам Куй Ты. ЯФ, 3, 551 /1966/.*

Рукопись поступила в издательский отдел
15 января 1974 года.