ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Р2 - 7605



Л.Г.Заставенко

# НЕОЖИДАННЫЕ СВОЙСТВА ВЫРОЖДЕНИЯ ВАКУУМА СКАЛЯРНОГО ЗАРЯЖЕННОГО ПОЛЯ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ В СЛУЧАЕ ОДНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И ОДНОЙ ВРЕМЕННОЙ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7605

Л.Г.Заставенко

# НЕОЖИДАННЫЕ СВОЙСТВА ВЫРОЖДЕНИЯ ВАКУУМА СКАЛЯРНОГО ЗАРЯЖЕННОГО ПОЛЯ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ В СЛУЧАЕ ОДНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И ОДНОЙ ВРЕМЕННОЙ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

*Направлено в ТМФ*

## §1. Введение

В этой работе мы будем рассматривать модель квантовой теории поля, описывающую взаимодействие заряженного скалярного поля с электромагнитным в случае одной пространственной и одной временной степеней свободы; ограничение числа пространственных степеней свободы в этой модели, как и в более простых моделях /1, 2/, предотвращает появление ультрафиолетовых расходимостей и приводит, тем самым, к огромным упрощениям. Модель определяется плотностью лагранжиана

$$\mathfrak{L} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial A_\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{\partial A_\beta}{\partial x_\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} - ie A_\alpha\right)\phi^* \left(\frac{\partial}{\partial x_\alpha} + ie A_\alpha\right)\phi - m^2 \phi^* \phi . \qquad /1/$$

В рассматриваемом нами случае двумерного пространства-времени вектор-потенциал **A** исчерпывается его продольной и скалярной компонентами, которые могут быть исключены методом, описанным в гл. IV, §17, книги Вентцеля /3/.

Таким образом, рассматриваемая нами система может быть описана уравнением Шредингера

$$(E - H)\,\Omega = 0, \qquad /2/$$

где гамильтониан H

$$H = \int [\, \pi(k)\, \pi^*(k) + (M^2 + k^2)\, \phi(k)\, \phi^*(k)\, ]\, dk$$

$$+ \frac{e^2}{2 \cdot 2\pi} \int \frac{\rho(k)\ \rho(-k) - \rho(0)^2}{k^2}\, dk, \qquad /3/$$

не зависит от фотонных степеней свободы;

$$\rho(k) = \int dq\, [\, \phi^*(k+q) \frac{\delta}{\delta \phi^*(q)} - \phi(q-k) \frac{\delta}{\delta \phi(q)} ] \qquad /4/$$

$$\pi(k) = -i \frac{\delta}{\delta \phi(k)}, \qquad \pi^*(k) = -i \frac{\delta}{\delta \phi^*(k)}. \qquad /5/$$

*1.1*. В этой работе мы рассмотрим решения типа "Вырожденный вакуум" уравнения /2/. По возможности, будем действовать по аналогии с работой /2/, где рассмотрено вырождение вакуума в модели заряженного скалярного поля с самодействием $g(\phi^* \phi)^2$.

*1.2*. Как и в /2/, в данной модели в случае решений типа "Вырожденный вакуум" имеются два семейства одночастичных возбужденных состояний - с нулевой и ненулевой массами покоя. В отличие от /2/, однако, возбужденное состояние с ненулевой массой покоя оказывается стабильным.

В рассматриваемой модели, как и в /2/, имеется интеграл движения типа четности: поскольку гамильтониан /8/ содержит лишь четные степени $\psi_2$, то и основное состояние содержит лишь четные степени $\psi_2$, а функционалы /24/ возбужденных состояний содержат только четные или только нечетные степени $\psi_2$. В [2] одночастичное возбужденное состояние с ненулевой массой покоя содержало только четные степени $\psi_2$, а состояние с нулевой массой покоя - только нечетные степени $\psi_2$, поэтому был возможен распад частицы ненулевой массы покоя на четное число частиц нулевой массы покоя - голдстоуновских бозонов.

В рассматриваемом сейчас случае состояние ненулевой массы покоя нечетно по $\psi_2$, а состояние нулевой массы покоя - четно по $\psi_2$, поэтому распад частицы ненулевой массы покоя на голдстоуновские бозоны невозможен.

*1.3.* Совершенно неожиданной чертой рассматриваемой модели является то ее свойство, что решения типа "Вырожденный вакуум" //10/, /11// и "Невырожденный вакуум //10/, /29// существуют для одних и тех же значений параметра $M^2$ в /3/ /§4/. Именно, если определить параметр $t$, наподобие формулы /3/ работы [1], соотношением

$$M^2 = t - \frac{e^2}{2\pi} \ln \ell ,$$

то решение типа "Невырожденный вакуум" существует в некоторой области $t > t_1$,

а решение типа "Вырожденный вакуум" - в области

$$t > t_2 .$$

Относительно величин $t_1$ и $t_2$ наиболее вероятным нам кажется, что они равны между собой /ср. [6] /; при $t < t_1 = t_2$ гамильтониан неограничен снизу /как это имеет место в случае свободного поля при $M^2 < 0$ /; впрочем, если функция $\lim\limits_{\beta \to 0} a_{0\,2}(k, \beta)$ в /15/ пропорциональна $k$ при $k \to 0$, содержащий ее интеграл расходится и $t_1 = t_2 = -\infty$. /Случай сильной связи $\beta \to 0$ в данной модели разбирается наподобие [6] /.

Эта черта рассматриваемой модели совершенно отличает ее от рассмотренных нами ранее моделей [1, 2], где решения типов "Невырожденный вакуум" и "Вырожденный вакуум" существуют во взаимно дополнительных областях изменения параметра $M^2$.

*1.4.* В §5 подсчитаны энергии основных состояний типов "Невырожденный вакуум" и "Вырожденный вакуум" в случае больших значений $t$. В рассмотренном приближении энергии совпадают. Это наводит на мысль о возможном наличии у гамильтониана /3/ незамеченной еще группы симметрии.

## *§2. Основное состояние*

Совершим замену переменных

$$\phi(k) = \frac{\phi_1(k) + i\,\phi_2(k)}{\sqrt{2}}, \quad \phi^*(k) = \frac{\phi_1(-k) - i\,\phi_2(-k)}{\sqrt{2}}$$

$$\phi^*_a(k) = \phi_a(-k) \qquad /6/$$

и далее, подобно /2/,

$$\phi_1(k) = \cos\theta\,(\beta\delta(k) + \psi_1(k)) - \sin\theta\,\psi_2(k) \qquad /7/$$

$$\phi_2(k) = \sin\theta\,(\beta\delta(k) + \psi\ (k)) + \cos\theta\,\psi_2(k), \quad \beta > 0.$$

Тогда гамильтониан /3/ примет вид

$$H = \frac{1}{2}\int dk\,[\,-\frac{\delta^2}{\delta\psi_a(k)\,\delta\psi_a(-k)} + (k^2 + M^2)\,\psi_a(k)\,\psi_a(-k)\,]$$

$$+ \beta M^2 \psi_1(0) + \frac{1}{2} M^2 \beta^2 \delta(0)$$

$$+ \frac{e^2}{2\cdot 2\pi}\int \frac{\rho(k)\ \rho(-k) - \rho(0)^2}{k^2}\,dk, \qquad /8/$$

где

$$\rho(k) = i\int dq\,\Big((\beta\,\delta(q-k) + \psi_1(q-k))\,\frac{\delta}{\delta\,\psi_2(q)} -$$

$$- \psi_2(q-k)\,\frac{\delta}{\delta\,\psi_1(q)}\Big)\,. \qquad /9/$$

*2.1.* Функционал основного состояния $\Omega_0$ будем искать в виде

$$\Omega_0 = e^{-\kappa}\,, \qquad /10/$$

где, подобно формуле /6/ работы [2],

$$\kappa = \frac{1}{2}\Big\{\int dk\; a_{20}(k)\;\psi_1(k)\;\psi_1(-k)$$

$$+ \int dk\; a_{02}(k)\;\psi_2(k)\;\psi_2(-k)$$

$$+ \int C_{30}(k_1,k_2,k_3)\prod_{i=1}^{3}(\psi_1(k_i)\,dk_i)\,\delta(k_1+k_2+k_3)$$

$$+ \int C_{12}(k_1;k_2,k_3)\,\psi_1(k_1)\,\psi_2(k_2)\,\psi_2(k_3)\,dk_1 dk_2 dk_3$$

$$\delta(k_1+k_2+k_3) \qquad /11/$$

$$+ \int C_{40}(k_1,k_2,k_3,k_4)\prod_{i=1}^{4}(\psi_1(k_i)\,dk_i)\,\delta(\Sigma k_i)$$

$$+ \ldots\Big\}\,;$$

поскольку гамильтониан /8/ содержит лишь четные степени $\psi_2(k)$, то и разложение /11/ содержит лишь четные степени $\psi_2(k)$. Подставив /10/ и /8/ в уравнение Шредингера /2/, получим уравнение

$$- \int dk \left( \frac{\delta \kappa}{\delta \psi_a(k)} \frac{\delta \kappa}{\delta \psi_a(-k)} - \frac{e^2}{2\pi k^2} (\kappa_k \kappa_{-k} - \kappa_{k,-k}) \right.$$

$$\left. - \frac{\delta^2 \kappa}{\delta \psi_a(k)\, \delta \psi_a(-k)} - (k^2 + M^2)\, \psi_a(k)\, \psi_a(-k) \right)$$

$$+ 2\beta M^2 \psi_1(0) + M^2 \beta^2 \delta(0) - 2E_0 = 0 , \qquad /12/$$

где

$$\kappa_k = \rho(k)\, \kappa = \frac{i}{2} \Big[ 2\beta \big( a_{02}(k)\, \psi_2(-k) +$$

$$+ \int C_{12}(1;2,k)\, \psi_1(1)\, \psi_2(2)\, \delta(1+2+k)\, dk_1\, dk_2$$

$$+ \int C_{22}(1,2;3,k)\, \psi_1(1)\, \psi_1(2)\, \psi_2(3)\, \delta(1+2+3+k)\, dk_1 dk_2 dk_3$$

$$+ 2 \int C_{04}(1,2,3,k) \prod_1^3 (\psi_2(i)\, dk_i)\, \delta(1+2+3+k) + \ldots \big)$$

$$+ 2\int a_{02}(q)\, \psi_1(q-k)\, \psi_2(-q)\, dq - 2\int a_{20}(q)\, \psi_2(q-k)\, \psi_1(-q)\, dq$$

$$- 3\int C_{30}(1,2,3)\, \psi_1(1)\, \psi_2(2)\, \psi_2(3-k)\, \delta(1+2+3)\, dk_1 dk_2 dk_3$$

$$+ \int C_{12}(1;2,3)\, (2\psi_1(1)\, \psi_1(2)\, \psi_2(3-k) - \psi_2(1-k)\, \psi_2(2)\, \psi_2(3))$$

$$\delta(1+2+3)\, dk_1 dk_2 dk_3$$

$$+ \ldots \Big], \qquad /13/$$

$$\kappa_{k,-k} \equiv \rho(k)\,\rho(-k)\,\kappa =$$

$$= -\frac{1}{2}[\,2\beta^2(a_{02}(k)\,\delta(0) + C_{12}(0;k,-k)\,\psi_1(0)$$

$$+ \int C_{22}(x,-x;k,-k)\,\psi_1(x)\,\psi_1(-x)\,dx$$

$$+ 6\int C_{04}(x,-x,k,-k)\,\psi_2(x)\,\psi_2(-x)\,dx + \ldots) \qquad /14/$$

$$+ \beta([\,2a_{02}(k) - 2a_{20}(0)\,]\psi_1(0) -$$

$$-3\int C_{30}(x,-x,0)\,\psi_1(x)\,\psi_1(-x)\,dx$$

$$+ 2\int C_{12}(1;-k,k-1)\,\psi_1(1)\,\psi_1(-1)\,dk_1$$

$$- \int (C_{12}(0;x,-x) + 2C_{12}(k-x;-k,x))\,\psi_2(x)\,\psi_2(-x)\,dx$$

$$+ \ldots)$$

$$-2\int dq\,(a_{20}(q) - a_{02}(q+k))\,\psi_1(q)\,\psi_1(-q)$$

$$+ 2\int dq\,[\,a_{20}(q+k) - a_{02}(q)\,]\psi_2(q)\,\psi_2(-q)$$

$$+ \ldots$$

$$+ 2\beta[\,a_{02}(k)\,\psi_1(0) + \int C_{12}(x;k-x,-k)\,\psi_1(x)\,\psi_1(-x)\,dx$$

$$- \int C_{12}(k-x;x,-k)\,\psi_2(x)\,\psi_2(-x)\,dx + \ldots\,]].$$

Здесь использованы обозначения типа $\psi(1) \equiv \psi(k_1)$. Приравнивая в /12/ нулю коэффициент при $\psi_1(0)$, найдем

$$\int dq\,[\,3C_{30}(q,-q,0) + C_{12}(0;q,-q)\,] + 2\beta M^2 \qquad /15/$$

$$+\frac{e^2}{2\pi}\int\frac{dk}{k^2}\beta\left(2a_{02}(k)-a_{20}(0)+\beta C_{12}(0;k,-k)\right)=0;$$

приравнивая нулю коэффициент при $\psi_1(p)\,\psi_1(-p)$, найдем

$$a^2_{20}(p)-\frac{e^2}{2\pi}\int\frac{dk}{k^2}\frac{1}{2}\,[\,2\beta^2C_{22}(p,-p;k,-k)+$$

$$+2\beta C_{12}(p;-k,k-p)-3\beta C_{30}(p,-p,0)$$

$$+2\beta C_{12}(p;-k,k-p)+2a_{02}(p+k)-2a_{20}(p)\,]$$

$$=p^2+M^2+6\int C_{40}(p,-p,k,-k)\,dk \qquad /16/$$

$$+\int C_{22}(p,-p;k,-k)\,dk,$$

потом

$$a^2_{02}(p)+\frac{e^2}{2\pi}\frac{\beta^2}{p^2}a^2_{02}(p)$$

$$-\frac{e^2}{2\pi}\int\frac{dk}{k^2}\frac{1}{2}\,[\,12\beta^2C_{04}(p,-p,k,-k)$$

$$-\beta C_{12}(0;p,-p)-2\beta C_{12}(k-p;-k,p)$$

$$-2a_{02}(p)+2a_{20}(p+k)-$$

$$-2\beta C_{12}(-k-p;p,k)\,]$$

$$=p^2+M^2+\int C_{22}(k,-k,p,-p)\,dk$$

$$+ 6 \int C_{04}(k, -k, p, -p)\, dk \qquad /17/$$

и так далее.

*2.2.* Заметим, что параметр $M^2$ входит только в первые три уравнения полученной системы; пользуясь уравнением /15/, исключим $M^2$ из уравнений /16/ и /17/. Так полученная система уравнений содержит два параметра: $e^2$ и $\beta$. Преобразованием

$$\begin{aligned}
p &= \frac{|e|}{\sqrt{2\pi}} \beta q = \beta z q \\
a_{20}(p) &= b_{20}(q)\, z\beta \\
a_{02}(p) &= b_{02}(q)\, z\beta \\
C_{30}(p) &= D_{30}(q)\, z \\
C_{12}(p) &= D_{12}(q)\, z \\
C_{40}(p) &= D_{40}(q)\, z/\beta \qquad\qquad /18/ \\
C_{22}(p) &= D_{22}(q)\, z/\beta \\
C_{04}(p) &= D_{04}(q)\, z/\beta \\
C_{50}(p) &= D_{50}(q)\, z/\beta^2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,
\end{aligned}$$

подобным преобразованию /20/ работы /1/, система уравнений приводится к виду:

$$
\begin{aligned}
& b^{2}_{20}(q) - \frac{1}{\beta^{2}} \int \frac{ds}{s^{2}} \frac{1}{2} [\, 2\,D_{22}(q,-q\,;\, s,-s) \\
& + 2D_{12}(q;\,-s,\, s-q) - 3\,D_{30}(q,-q,0) \\
& + 2\,D_{12}(q\,;-s,\, s-q) + 2\,b_{02}(q+s) - 2\,b_{20}(q)\,] \\
& = q^{2} + \frac{1}{\beta^{2}} \int (6\,D_{40}(q,-q,s,-s) + D_{22}(q,-q;\, s,-s) \\
& - \frac{3}{2} D_{30}(s,-s,0) - \frac{1}{2} D_{12}(0\,;\, s,-s) \\
& - \frac{2\,b_{02}(s) - b_{20}(0) + D_{12}(0\,;\, s,-s)}{2s^{2}}\,; \qquad /19.1/
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& b^{2}_{02}(q)\,(1 + \frac{1}{q^{2}}) \\
& - \frac{1}{\beta^{2}} \int \frac{ds}{2s^{2}} [\, 12\,D_{04}(q,-q,s,-s) - D_{12}(0:q,-q) \\
& - 2\,D_{12}(-q-s;\, q,s) \\
& - 2\,b_{02}(q) + 2\,b_{20}(q+s) - 2\,D_{12}(-q-s\,;\, q,s)\,] \\
& = q^{2} + \frac{1}{\beta^{2}} \int ds\,(D_{22}(s,-s;\, q,-q) + 6\,D_{04}(s,-s,q,-q) \\
& - \frac{3}{2} D_{30}(s,-s,0) - \frac{1}{2} D_{12}(0\,;\, s,-s) \qquad /19.2/
\end{aligned}
$$

$$
-\frac{2b_{02}(s) - b_{20}(0) + D_{12}(0\,;s\,,-s)}{2s^2}\;;
$$

последующие уравнения мы выписывать не будем; отметим лишь, что первые два члена /12/ определяют в этих уравнениях вклад главного порядка $\beta^{\circ}$, в то время как третий и четвертый члены /12/ дают в эти уравнения вклад порядка $\beta^{-2}$. Уравнения, определяющие коэффициентные функции в главном, нулевом, порядке по $\beta$ /тривиально/ разрешаются аналитически: /19.1-2/ дают, очевидно,

$$
b_{20}(q) = /q/ + \ldots
$$

$$
b_{02}(q) = \frac{q^2}{\sqrt{q^2+1}} + \ldots; \qquad /20/
$$

не выписанные нами уравнения дают:

$$
D_{30}(q) = 0\left(\frac{1}{\beta^2}\right)
$$

$$
D_{12}(q) = -\left[\frac{b_{02}(3)\,[\,b_{02}(2) - b_{20}(1)]}{(3)^2} + \frac{b_{02}(2)\,[\,b_{02}(3) - b_{20}(1)\,]}{(2)^2}\right] \qquad /21/
$$

$$
[\,b_{20}(1) + b_{02}(2) + b_{02}(3) + \frac{b_{02}(3)}{(3)^2} + \frac{b_{02}(2)}{(2)^2}]^{-1} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right).
$$

. . . . . . . . . . . . . . . . . .

*2.3.* Необходимо иметь в виду, что вторая формула /21/ правильна только тогда, когда обе величины $/3/^2$ и $/2/^2$ отличны от нуля; если отличие этих величин равно нулю, то в выражении /21/ для $D_{12}$ следует положить нулю члены, содержащие эту величину в знаменателе. Обоснование этого правила можно получить, исходя из представления последнего интеграла в /3/ как предела

$$(a) \quad \lim_{\epsilon \to 0} \int_{k^2 > \epsilon} \frac{dk}{k^2} [\rho(k)\ \rho(-k) - \rho(0)^2].$$

Такое обоснование нельзя считать вполне удовлетворительным, поскольку упомянутый интеграл сходится при $k=0$ и в предельном представлении $(a)$, собственно, нет необходимости. Однако сформулированное правило является безусловно верным и необходимым для дальнейшего: например, если подставить во второе соотношение /22/ функции /20/, /21/ без учета этого правила, соотношение выполняться не будет.

Таким образом, коэффициентные функции D -разрывны.

*2.4.* Сделаем замечание об интегралах, входящих в уравнения /19/ с множителем $\beta^{-2}$. Прежде всего, несмотря на множитель $s^{-2}$, эти интегралы сходятся при $s=0$ из-за тождеств вида

$$a_{02}(0) = 0$$

$$a_{20}(k) - a_{02}(k) - \beta\, C_{12}(k; -k, 0) = 0$$

$$C_{12}(1;2,3) + C_{12}(2;1,3) - 3C_{30}(1,2,3) \qquad /22/$$

$$+ 2\beta\, C_{22}(1,2;3,0) = 0$$

. . . . . . . . . . . . .

существующих между коэффициентными функциями разложения /11/ и вытекающих из свойств зарядовой инвариантности

$$\Omega_0(\phi e^{i\alpha}) = \Omega_0(\phi), \qquad \operatorname{Im}\alpha = 0,$$

функционала основного состояния /[2], пункт 2.4/. Далее, необходимо было бы показать, что эти интегралы сходятся при $s \to \infty$ и что поправки порядка $\beta^{-2}$, которые они дают к формулам /20/, малы по сравнению с /20/ равномерно во всем интервале изменения q; мы, однако, не будем на этом останавливаться.

## §3. *Возбужденные состояния*

Функционалы возбужденных состояний мы, как и ранее /1,2/, будем искать в виде произведения функционала основного состояния $\Omega_0$ на неизвестный функционал U :

$$\Omega = U\,\Omega_0\,. \qquad /23/$$

Из отмеченной выше четности гамильтониана по $\psi_2$ следует, что функционал U должен быть либо четным по $\psi_2$, либо нечетным:

$$U_1(p) = \psi_1(p) + \int [\, y^{p}_{20}(1,2)\,\psi_1(1)\,\psi_1(2)$$

$$+ y^{p}_{02}(1,2)\,\psi_2(1)\,\psi_2(2)\,]\,\delta(p-1-2)\,dp_1\,dp_2 \qquad /24.1/$$

$$+ \dots$$

$$U_2(p) = \psi_2(p) + \int y^{p}_{11}(1;2)\,\psi_1(1)\,\psi_2(2)\,\times$$

$$\times\,\delta(p-1-2)\,dp_1\,dp_2 \qquad /24.2/$$

$$+ \dots$$

Подстановка /23/ и /3/ в /2/ дает уравнение

$$\frac{1}{2}\int dk\,\Big(-\frac{\delta^2 U_i(p)}{\delta\psi_a(k)\,\delta\psi_a(-k)} + 2\,\frac{\delta\kappa}{\delta\psi_a(k)}\,\frac{\delta U_i(p)}{\delta\psi_a(-k)}\Big)$$

$$+\frac{e^2}{4\pi}\int\frac{dk}{k^2}\big[\rho(k)\,\rho(-k) - \rho(0)^2\big]U_i(p)$$

$$-\frac{e^2}{2\pi}\int\frac{dk}{k^2}\,(\rho(k)\,\kappa)\,\rho(-k)\,U_i(p) - \Lambda_i(p)\,U_i(p) = 0$$

$$i = 1,2, \qquad /25/$$

для определения функционала $U_i(p)$. Подстановка /24/ в /25/ дает уравнения, определяющие коэффициентные функции $\gamma$ и энергию $\Lambda$.

Дополним преобразование /18/ формулами

$$\Lambda(p) = z\beta\,\lambda(q)$$

$$\gamma_{20}(p) = \frac{1}{z\beta}\,\delta_{20}(q)$$

$$\gamma_{11}(p) = \frac{1}{z\beta}\,\delta_{11}(q)$$

$$\gamma_{02}(p) = \frac{1}{z\beta}\,\delta_{02}(q) \qquad /26/$$

$$\gamma_{30}(p) = \frac{1}{z^2\beta^2}\,\delta_{30}(q)\,.$$

$$\dots$$

Тогда приравнивание нулю коэффициентов при $\psi(p)$, $\psi(1)$ $\psi(2)$,... в /25/ дает систему уравнений, в которую второй, четвертый и пятый члены /25/ дают вклады порядка $\beta^0$, а первый и третий члены /25/ - $\beta^{-2}$. Первое уравнение этой системы дает:

$$\Lambda_1(p) = a_{20}(p) + O(\beta^{-1})$$

$$\Lambda_2(p) = a_{02}(p)\left(1 + \frac{e^2\beta^2}{2\pi p^2}\right) + O(\beta^{-1})$$

или, с учетом /20/, /18/

$$\Lambda_1(p) = |p| + O(\beta^{-1})$$

$$\Lambda_2(p) = \sqrt{p^2 + \frac{e^2\beta^2}{2\pi}} + O(\beta^{-1}) \qquad /27/$$

Таким образом, частица с отличной от нуля массой покоя нечетна по $\psi_2$ и поэтому не может распадаться на частицы с нулевой массой покоя /см. Введение/.

### *§4. Зависимость параметра $M^2$ от $\beta$.*

Эта зависимость определяется уравнением /15/. Подставляя в /15/ формулы /18/, /20/ и /21/, найдем при $\beta \to \infty$

$$M^2 = -\frac{e^2}{2\pi}\int_{-\ell/(\frac{e\beta}{\sqrt{2\pi}})}^{\ell/(\frac{e\beta}{\sqrt{2\pi}})} dq\left[\frac{b_{02}(q)}{q^2} - \frac{1}{2}\,\frac{b_{02}(q)}{q^2+1}\right]+\dots,$$

то есть

$$M^2 = -\frac{e^2}{2\pi}\left(\ln\frac{\ell\sqrt{2\pi}}{\beta e} + c\right) + O(\beta^{-2}) . \qquad /28/$$

Таким образом, определенная в пункте 1.3 величина $t$ неограниченно растет при $\beta \to \infty$. Это радикальным образом отличается от ситуации в модели /1/ /см. формулу /23/ работы /1// и заставляет нас получить формулу, аналогичную /28/, для решения типа "Невырожденный вакуум".

Решение этого типа определяется конструкцией

$$\Omega_0 = e^{-\kappa}$$

$$\kappa = \int a(k)\,\phi(k)\,\phi^*(k)\,dk$$

$$+ \int C_4(k_1, k_2; k_3, k_4)\,\phi(k_1)\,\phi(k_2)\,\phi^*(k_3)\,\phi^*(k_4)$$

$$dk_1\,dk_2\,dk_3\,dk_4\,\delta(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \qquad /29/$$

$$+ \ldots$$

функционала основного состояния. Подстановка /29/ в /3/, /2/ дает обычным образом систему уравнений для определения коэффициентных функций, из которой, в частности, следует /наподобие формулы /11/ работы /1//:

$$M^2 = m^2 + \frac{e^2}{2\pi}\int\frac{dk}{k^2}\,(m - a(k))$$

$$- 4\int C_4(k, 0; k, 0)\,dk ; \qquad /30/$$

Здесь, как и в /1/,

$$m \equiv a(0). \qquad /31/$$

Преобразования типа /18/ в случае невырожденного вакуума суть

$$\begin{aligned} p &= mq \\ a(p) &= m\,b(q) \\ C_4(p) &= \frac{e^2}{2\pi m} D_4(q) \\ C_5(p) &= \left(\frac{e^2}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{m^3} D_6(q). \end{aligned} \qquad /32/$$

Формулам /20/ и /21/ подобны формулы

$$b(q) = \sqrt{q^2+1} + O\left(\frac{e^2}{m^2}\right),$$

$$D_4(q) = \left[\frac{(b(3)-b(1))(b(4)-b(2))}{(3-1)^2} + \frac{(b(3)-b(2))(b(4)-b(1))}{(3-2)^2}\right]$$

$$[4(b(1)+b(2)+b(3)+b(4))]^{-1} + O\left(\frac{e^2}{m^2}\right); \qquad /33/$$

по поводу знаменателей $/3-1/^2$, $/3-2/^2$ здесь необходимо помнить замечание, сделанное после формулы /21/.

Подстановка /32/ и /33/ в /30/ дает

$$M^2 = m^2 + \frac{e^2}{2\pi} \int\limits_{-\ell/m}^{\ell/m} \frac{dq}{q^2} \left(1 - b(q) + \frac{(1-b(q))^2}{2(1+b(q))}\right) +$$

$$+ O\left(\frac{e^4}{m^2}\right),$$

так что

$$M^2 = -\frac{e^2}{2\pi}\left(\ln\frac{\ell}{m} + c'\right) + O\left(\frac{e^4}{m^3}\right). \qquad /34/$$

Формулы /28/ и /34/ показывают, что для больших положительных значений параметра $t$ /пункт 1.3/ уравнение Шредингера имеет решения как типа "Невырожденный вакуум", так и типа "Вырожденный вакуум".

В связи с этим представляет интерес получить, наподобие того, как это сделано в работе /1/, пункт 2.4, формулы, определяющие зависимость энергии основного состояния от $t$ /при $t \to \infty$ / для состояний каждого типа. /Это покажет, например, которому из типов решений отвечает наименьшая энергия, хотя это, собственно, и несущественно, поскольку переходы между состояниями разных типов, даже если эти состояния имеют одинаковую энергию, по всей видимости, невозможны: эти состояния не перекрываются /1/ /. Эти формулы мы приведем в следующем параграфе.

## *§5. Энергия основного состояния для решений двух типов*

Формулы /29/ и /3/ дают при подстановке в /2/ величину

$$E_{01} = \delta(0) \int a(k)\, dk \qquad /35/$$

для энергии невырожденного основного состояния.

Аналогичным образом, формулы /11/, /12/, /14/ дают

$$E_{02} = \delta(0)\left[\frac{1}{2}\int (a_{20}(k) + a_{02}(k))\, dk + \frac{M^2\beta^2}{2} + \frac{e^2}{2\pi}\beta^2 \int \frac{a_{02}(k)}{k^2}\, dk\right] \qquad /36/$$

Подставив в /35/ формулы /32/, /33/, найдем

$$E_{01} = \delta(0)\,\Big(m^2 \int_{-\ell/m}^{\ell/m} \sqrt{1+q^2}\,dq + \ldots\Big)$$

/37/

$$= \delta(0)\,(\ell^2 + m^2 \ln \ell + \ldots$$

Члены, обозначенные многоточием, содержат $(\ln \ell)^2$, но без множителя $m^2$. Подставив в /36/ формулы /20/ и /28/, получим

$$E_{02} = \delta(0)\,\frac{e^2\beta^2}{2\pi}\Big[\frac{1}{2}\int_{-\frac{\ell\sqrt{2\pi}}{e\beta}}^{\frac{\ell\sqrt{2\pi}}{e\beta}} \Big(|q| + \frac{q^2}{\sqrt{q^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{q^2+1}}\Big)dq$$

$$- \frac{1}{2}\ln\Big(\frac{\ell\sqrt{2\pi}}{\beta e}\Big) + \ldots\Big]$$

$$= \delta(0)\,\Big[\ell^2 + \frac{e^2\beta^2}{2\pi}\ln \ell + \ldots\Big]. \qquad /38/$$

Условие равенства величин /28/ и /34/ дает соотношение

$$m = \frac{\beta e}{\sqrt{2\pi}} + \ldots, \qquad /39/$$

из которого следует, что подсчитанные нами главные части выражений /37/ и /38/ совпадают. Итак, в рассмотренном приближении энергии состояний типов "Вырожденный вакуум" и "Невырожденный вакуум" совпадают. Если это совпадение является точным, то ситуация подобна, например, "случайному" вырождению уровней нерелятивистского атома водорода: в этом случае можно ожидать, что гамильтониан /3/ обладает незамеченной пока группой симметрии.

*Литература*


1. *Л.Г.Заставенко. ТМФ, 7, 20 /1971/.*
2. *Л.Г.Заставенко. ТМФ, 8, 335 /1971/.*
3. *Г.Вентцель. Введение в квантовую теорию волновых полей. М., Гостехиздат, 1947.*
4. *P.W.Higgs. Phys.Lett., 12, 135 (1964).*
   *P.W.Higgs. Phys.Rev., 145, 1156 (1966).*
5. *S.Weinberg. Phys.Rev.Lett., 19, 1264 (1967).*
6. *Л.Г.Заставенко. Препринт ОИЯИ Р2-7555, Дубна, 1973.*


*Рукопись поступила в издательский отдел*
*13 декабря 1973 года.*