

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



13/III-74

Г-376

P2 - 7600

996/2-74

В.П.Гердт, В.И.Журавлев, В.А.Мещеряков

s -ВОЛНЫ π N-РАССЕЯНИЯ
И ВЕЛИЧИНА σ -КОММУТАТОРА
В СТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7600

В.П.Гердт, В.И.Журавлев, В.А.Мещеряков

δ -ВОЛНЫ π N-РАССЕЯНИЯ
И ВЕЛИЧИНА σ -КОММУТАТОРА
В СТАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Направлено в ЯФ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1. Введение

Недавно опубликованы результаты измерений дифференциальных сечений упругого π^+p - и π^-p -рассеяния в области энергий от 88 до 292 МэВ^{/1/}. Точность измерений здесь значительно превышает точность ранее выполненных экспериментов. На основе этих данных проведен фазовый анализ^{/2/}, который в дальнейшем был использован рядом авторов для вычисления s - и p -волновых длин рассеяния, псевдо-иуклонной константы связи f^2 и величины σ -члена в рамках дисперсионных соотношений^{/3-5/}.

Ниже для анализа s -волн πN -рассеяния мы используем статическую модель. Ранее эта модель уже применялась в таком анализе^{/6,7/}. В настоящей работе сделана попытка оценить также и величину σ -члена, которая несет важную информацию о механизме нарушения приближенных симметрий, таких, как $SU(2) \times SU(2)$, $SU(3)$, $SU(3) \times SU(3)$ и других. Этот подход заставляет более тщательно подойти к выбору произвольных функций, от которых зависят общие выражения для s -волн.

2. s -волны πN -рассеяния в статической модели

Аналитичность, двухчастичная унитарность и условие перекрестной симметрии приводят к хорошо известным выражениям для s -волновых матричных элементов статической S -матрицы^{/8/}:

$$S_1 = \frac{B(\omega)[B(\omega)-2]}{B^2(\omega)-1} D(\omega),$$

$$S_3 = \frac{B(\omega)}{B(\omega)-1} D(\omega), \quad /1/$$

$S_j(\omega+i0) = e^{2i\delta_j(\omega)}$ для $\omega \geq 1$, $\delta_j(\omega)$ - действительная фаза рассеяния в состоянии с полным изотопическим спином $j/2$, а ω - энергия π -мезона в с.ц.м. Функция $V(\omega)$ имеет вид

$$V(\omega) = \frac{1}{\pi} \arcsin \omega + i \sqrt{\omega^2 - 1} \beta(\omega). \quad /2/$$

$D(\omega)$ и $\beta(\omega)$ - мероморфные функции в комплексной плоскости с разрезами $(-\infty, -1]$, $[+1, +\infty)$, удовлетворяющие условиям

$$D(\omega) = D(-\omega), \quad |D(\omega)|^2 = 1, \quad D^*(\omega) = D(\omega^*);$$

$$\beta(\omega) = -\beta(-\omega), \quad \beta^*(\omega) = \beta(\omega^*). \quad /3/$$

Для обеспечения порогового поведения

$$S_j(\omega) = 1 + 2ia_j q + \dots, \quad q = \sqrt{\omega^2 - 1} \quad /4/$$

функции $D(\omega)$ и $\beta(\omega)$ должны обладать следующим разложением при $\omega \rightarrow 1$:

$$D(\omega) = 1 + iq(\omega) \left[\frac{1}{3} (a_1 + 2a_3) + o(\omega - 1) \right];$$

$$\beta(\omega) = \frac{1}{q^2} \frac{3}{2(a_1 - a_3)} + o(\omega - 1). \quad /5/$$

Для дальнейшей конкретизации функций $\beta(\omega)$ и $D(\omega)$ необходимо привлечь дополнительную информацию, не содержащуюся в самой статической модели. Прежде всего следует учесть влияние t -канальных особенностей на энергетический ход фаз. Наличие ρ - и σ -мезонов можно обеспечить введением в функции $S_j(\omega)$ полюсов, расположенных на физическом листе ω -плоскости в точках

$\pm i\omega_\rho$ и $\pm i\omega_\sigma$, где $\omega_{\rho,\sigma} = \sqrt{q_{\rho,\sigma}^2 - 1}$, $q_{\rho,\sigma} = \frac{m}{\rho,\sigma}$. Как пока-

зано в работе /7/, это приводит к следующему виду функций $D(\omega)$ и $\beta(\omega)$:

$$D(\omega) = \frac{(1 - i \frac{q}{q_\sigma})}{(1 + i \frac{q}{q_\sigma})} \cdot \frac{(1 - i \frac{q}{q_\rho})^2}{(1 + i \frac{q}{q_\rho})^2} \tilde{D}(\omega); \quad /6/$$

$$\beta(\omega) = \frac{\tilde{\beta}(\omega)}{(1 + \frac{q^2}{q_\sigma^2})} \quad /7/$$

при дополнительном требовании на функцию $V(\omega)$

$$V(\pm i\omega_\rho) = 0, \quad /8/$$

а функции $\tilde{\beta}(\omega)$ и $\tilde{D}(\omega)$ удовлетворяют условиям /3/ и не имеют нулей и полюсов в точках $\pm i\omega_\rho$, $\pm i\omega_\sigma$.

Вычет в ρ -полюсе может быть нормирован на константу $f_\rho^2/4\pi = 28^{/9/}$ согласно формуле

$$\text{Res}_{\omega = \pm i\omega_\rho} S_1 = \frac{1}{4} q_\rho \left(\frac{f_\rho^2}{4\pi} \right) \binom{-2}{1}, \quad /9/$$

к которой приводят вычисления в борновском приближении на основе эффективного лагранжиана /см., например, /10/.

Функция $\beta(\omega)$, как нечетная функция ω , может иметь полюс или ноль в точке $\omega = 0$. Ниже показано, что разумное значение σ -члена получается только для полюсного поведения функции $\beta(\omega)$.

3. σ -член в статической модели

σ -член в πN -рассеянии определяется как матричный элемент коммутатора дивергенции аксиального тока с его временной компонентой

$$[A_0^a(x), \partial_\mu^b A_\mu^b(y)] \delta(x^0 - y^0) = \delta_{ab} \sigma(y) \delta^4(x - y)$$

между однонуклонными состояниями

$$F_N(t) = i \langle p_2 | \sigma(0) | p_1 \rangle. \quad /10/$$

Для оценки величины σ -члена /т.е. $F_N(0) \equiv c$ / мы используем подход Шнитцера /11/ и статический предел простой модели, развитой в работе /12/. Учитывая приближенное сокращение вкладов нуклонного полюса и /3.3/-резонанса в этом пределе /13/, запишем результат, полученный Шнитцером для инвариантной амплитуды

$$M^{(+)} = A^{(+)} + \nu B^{(+)}$$

/ $\nu = \omega$ в статическом пределе /
в виде

$$M^{(+)}(\nu, \nu_B) = -\frac{F_N(t)}{3F_\pi^2} \left(1 - \frac{2t}{\mu^2}\right) + \beta \nu^2. \quad /11/$$

Выражение /11/ предполагается справедливым при малых ν^2 и т. Используя дифференциальную технику /14/, выделим из амплитуды /11/ кроссинг-четную s -волновую амплитуду

$$f_s^{(+)}(\omega) = \frac{1}{2} [f_1^{(+)}(\omega, 0) + f_1^{(+)}(\omega, -4q^2)], \quad /12/$$

где $f_1^{(+)}(\omega, t) = \frac{1}{4\pi} M^+(\omega, t)$ в статическом пределе. Будем рассматривать два случая: 1/ $\beta = 0$, т.е. учитывается только приводимая одночастичная часть по отношению к σ -полю /11/; 2/ $F_N(t) = \text{const.} \equiv c$, как это обычно считается. В первом случае, делая общепринятое предположение о плавности $F_N(t)$ как функции t , имеем из /11/ и /12/

$$f_s^+(\omega) = \frac{1}{12\pi F_\pi^2} [3c + 14F_N'(0)] - \frac{\omega^2}{6\pi F_\pi^2} [2c + 15F_N'(0)] + O(\omega^4);$$

/13/

во втором случае

$$f_s^{(+)}(\omega) = \frac{c}{4\pi F_\pi^2} + \left(\frac{\beta}{4\pi} - \frac{c}{3\pi F_\pi^2}\right) \omega^2 + O(\omega^4). \quad /14/$$

Сравним теперь выражения /13/ и /14/ с аналогичным разложением для $f_s^{(+)}(\omega)$, которое получается из формул /1/ с учетом свойства изотопической перекрестной симметрии

$$f_s^{(+)}(\omega) = \frac{1}{6iq} (S_1 + 2S_3 - 3) = \frac{1}{2iq} \left[\frac{B^2(\omega)D(\omega)}{B^2(\omega) - 1} - 1 \right]. \quad /15/$$

Если $B(0) = 0$, то первые два члена разложения амплитуды /15/ в ряд по ω^2 не будут зависеть от способа параметризации функций $B(\omega)$ и $D(\omega)$. Этот случай приводит к неразумно большому значению σ -члена / $c \approx 345 \text{ МэВ}$ /. Поэтому следует выбрать функцию $B(\omega)$, которая ведет себя в нуле, как $\frac{1}{\omega^{2n+1}}$. Существенным

предположением всех подходов к вычислению σ -коммутатора является его плавность как функции t . Как показывает выбор различных параметризаций функции $B(\omega)$, плавность $F_N(t)$ достигается, если функция $B(\omega)$ ведет себя в нуле по крайней мере, как $\frac{1}{\omega^3}$.

4. Параметризация функций $D(\omega)$ и $B(\omega)$ и анализ экспериментальных данных

С учетом сказанного выше параметризуем функции $D(\omega)$ и $\beta(\omega)$ следующим образом:

$$D(\omega) = \frac{(1 - i \frac{q}{q_\sigma})}{(1 + i \frac{q}{q_\sigma})} \cdot \frac{(1 - i \frac{q}{q_\rho})^2}{(1 + i \frac{q}{q_\rho})^2} \cdot \frac{(1 + i \frac{q}{a_0})}{(1 - i \frac{q}{a_0})} \cdot \frac{(1 + i \frac{q}{a_1})^2}{(1 - i \frac{q}{a_1})^2}, \quad /16/$$

$$\beta(\omega) = \frac{1}{\omega^3 q^2} R(\omega), \quad R(\omega) = \frac{b_0 + b_1 q^2 + b_2 q^4 + b_3 q^6}{(1 + \frac{q^2}{q_\sigma^2})}. \quad /17/$$

Учитывая соотношение $\arcsin \omega = \frac{\pi}{2} + i \ln(\omega + q)$,

имеем из /2/ и /17/

$$B(\omega) = \frac{1}{2} + \frac{i}{\pi} \ln(\omega + q) + \frac{i}{\omega^3 q} R(\omega). \quad /18/$$

Экспериментальные данные по s-фазам до энергии 292 МэВ /2,15-19/ анализируются с помощью формул /1/, /16/ и /17/. Феноменологические параметры a и b связаны условиями /8/ и /9/, фиксирующими положение и вычет ρ -мезона. Анализ проводился по методу наименьших квадратов при следующих значениях масс ρ - и σ -мезона:

$$m_\rho = 770 \text{ МэВ}, \quad m_\sigma = 600 \text{ МэВ}.$$

Результаты приведены в таблице:

χ^2	19,6
a_0	$1,439 \pm 0,029$
a_1	$4,055 \pm 0,063$
b_0	$6,056 \pm 0,599$
b_1	$9,882 \pm 0,424$
b_2	$2,164 \pm 0,079$
b_3	$0,091 \pm 0,004$

Для длин рассеяния из формул /5/, /16/ и /18/ получим

$$a_1 - a_3 = \frac{3}{2} b_0,$$

$$a_1 + 2a_3 = 3 \left(\frac{1}{a_0} + \frac{2}{a_1} - \frac{1}{q_\sigma} - \frac{2}{q_\rho} \right),$$

что дает следующие численные значения:

$$a_1 - a_3 = 0,247 \pm 0,024,$$

$$a_1 + 2a_3 = -0,007 \pm 0,05.$$

Последний результат означает, что практически $a_1 + 2a_3 = 0$. Для сравнения приведем результаты вычисления длин рассеяния на основе дисперсионных соотношений /3/:

$$a_1 - a_3 = 0,262 \pm 0,004;$$

$$a_1 + 2a_3 = -0,014 \pm 0,005.$$

Энергетический ход фаз изображен на рис. 1,2. Можно считать, что статическая модель хорошо описывает s-фазы в этой области энергий, т.к. отношение $\frac{\chi^2}{n_D} \approx 0,98$, где

n_D - число степеней свободы. Отметим, что для анализа на основе статической модели весьма важна информация о поведении фаз в области энергий ниже 88 МэВ, где данные значительно менее точны /15-19/, чем результаты работы /2/ в области энергий от 88 до 292 МэВ. Основной вклад в χ^2 дают точки, где "сшиваются" разные фазовые анализы. Поэтому качество описания s-волн в рамках статической модели может быть существенно улучшено, если будет повышена точность измерений в экспериментах по $\pi\rho$ -рассеянию при энергиях ниже 88 МэВ.

Сравнивая выражения /13/ и /14/ с /15/ при выбранной параметризации функций $D(\omega)$ и $B(\omega)$, найдем для случаев 1/ и 2/ следующие значения σ -члена:

$$1/ \quad c = 49 \text{ МэВ}, \quad F_N'(0) = 0,028 \text{ л/}\mu;$$

$$2/ \quad c = 68 \text{ МэВ}, \quad \beta = -0,245 \text{ л/}\mu.$$

Следует особо отметить, что, благодаря выбранной параметризации, σ -коммутатор в данной модели слабо зависит от t . Полученные значения близки к соответствующим величинам, вычисленным при таких же предположениях 1/ и 2/ на основе дисперсионных соотношений или при использовании моделей с эффективным лагранжианом /4,5,12/. Очевидно, что выбранная нами параметризация не единственная. Хорошее описание s-волн πN -рассеяния может быть получено и при другом выборе функций $B(\omega)$ и $D(\omega)$. Тогда величина σ -члена может изменяться в пределах 20%.

Наконец, рассмотрим вопрос о положении полюсов функции $S(\omega)$ на физическом листе ω -плоскости. Система полюсов в нашем случае такая же, как и в работе /7/. Кроме полюсов на мнимой оси в точках $\pm i\omega_\rho$, $\pm i\omega_\sigma$, функции $S_1(\omega)$ будут иметь два подпороговых полюса в точках $\pm \omega_0 = 0,537$, которые связаны с корнями уравнений

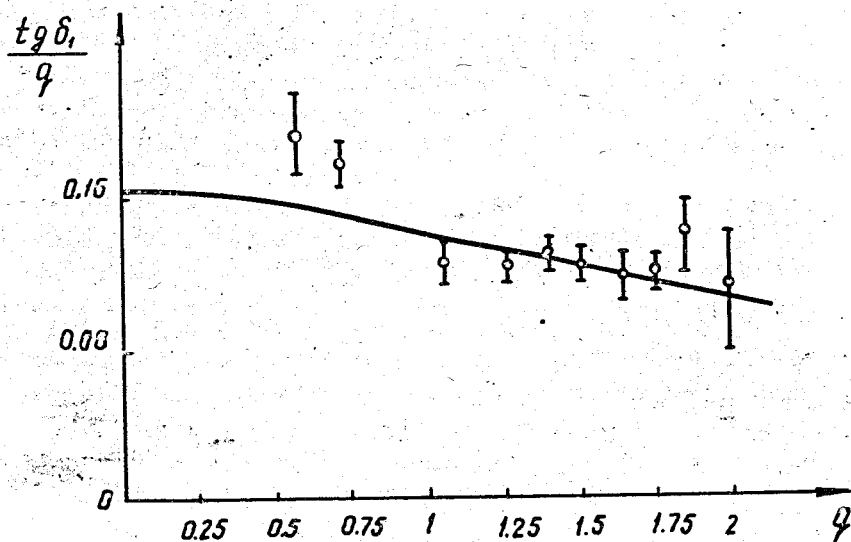


Рис. 1

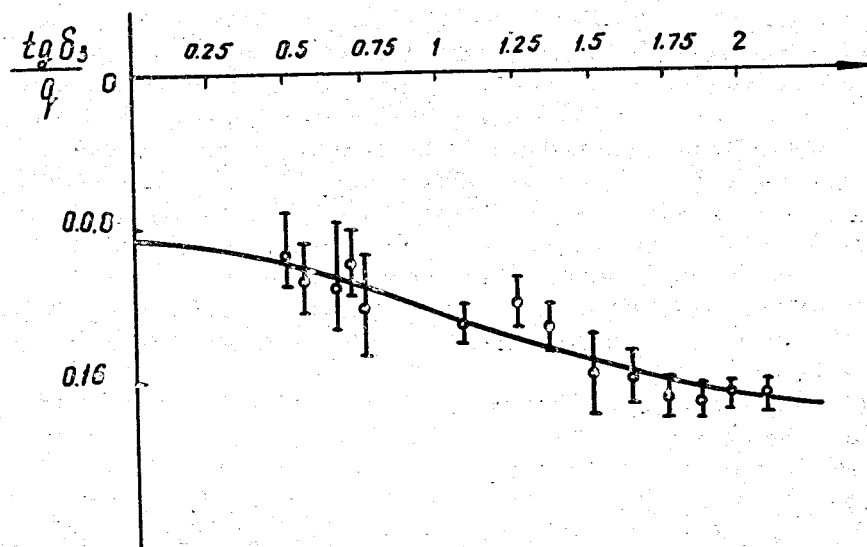


Рис. 2

$B(\omega) \pm 1 = 0$.
 Других полюсов при $|\omega| \leq \sqrt{\frac{M^2}{4} - 1}$, $M = 1$ ГэВ функции

$S_1(\omega)$ не имеют. Наличие подпороговых полюсов устойчиво к различному выбору параметризаций функций $D(\omega)$ и $B(\omega)$, и изменение параметризации приводит только к изменению положения полюсов. Можно считать, что подпороговые полюса учитывают вклады разрезов в s -волны от нуклонного полюса в u -канале. Влияние этих полюсов на энергетический ход фаз незначительно и по порядку величины может быть охарактеризовано их вкладом в длины рассеяния

$$(a_1 - a_3)_{\omega_0} = 0,014,$$

$$(a_1 + 2a_3)_{\omega_0} = -0,057.$$

Такая интерпретация подпороговых полюсов не противоречит оценкам вклада разреза от нуклонного полюса в u -канале, которые проведены в работе /20/.

Общая картина взаимодействия при низких энергиях следующая. ρ -мезон дает основной вклад в $(a_1 - a_3)$:

$$(a_1 - a_3)_{\rho} \approx 0,28.$$

Вклад σ -мезона в $(a_1 + 2a_3)$ велик:

$$(a_1 + 2a_3)_{\sigma} \approx 3,38,$$

что свидетельствует о важности далеких особенностей /10/, расположенных вне круга радиуса $\sqrt{\frac{M^2}{4} - 1}$.

Литература

1. P.J.Bussey, J.R.Carter et al. Nucl.Phys., 58B, 363 (1973).
2. J.R.Carter, D.V.Bugg, A.A.Carter. Nucl.Phys., 58B, 378 (1973).
3. D.V.Bugg, A.A.Carter, J.R.Carter. Rutherford Laboratory, Preprint RPP/H/109 (1973).
4. A.A.Carter, D.V.Bugg, J.R.Carter. Rutherford Laboratory, Preprint RPP/H/113 (1973).