

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



13/III-74

Б-276

P2 - 7598

904/2-74

А.Бассетто, Г.Ранфт, Й.Ранфт

ДАЛЬНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ  
И МУЛЬТИПЕРИФЕРИЧЕСКОЕ РОЖДЕНИЕ  
ФАЙЕРБОЛОВ

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.Бассетто,<sup>1</sup> Г.Ранфт,<sup>2</sup> Й.Ранфт<sup>2</sup>

ДАЛЬНИЕ КОРРЕЛЯЦИИ  
И МУЛЬТИПЕРИФЕРИЧЕСКОЕ РОЖДЕНИЕ  
ФАЙЕРБОЛОВ

*Направлено в ЖЭТФ*

---

<sup>1</sup> Институт физики Университета, Падуа, Италия.

<sup>2</sup> Отдел физики Университета им. К.Маркса, Лейпциг, ГДР.

Бассетто А., Ранфт Г., Ранфт Й.

P2 - 7598

Дальние корреляции и мультипериферическое рождение  
файрболов

Рассматривается мультипериферическая модель рождения  
файрболов. Для объяснения возникающих в этой схеме дальних корреляций предла-  
гается ввести энергетическую зависимость в вершины.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.  
Дубна, 1973

Bassetto A., Ranft G., Ranft J.

P2 - 7598

Long Range Correlations and Multiperipheral  
Fireball Production

Long range correlations are obtained within the mul-  
tiperipheral exclusive model of production of fireballs  
with mass increasing logarithmically with energy. These  
correlations are not asymptotically relevant unless pecu-  
liar energy dependences of the vertices are postulated. We  
conclude that long range correlations respecting KNO  
scaling are presumably due to nonmultiperipheral fireballs.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1973

## 1. Введение

Как показано авторами работ <sup>2,3/</sup>, самые последние  
данные эксперимента по распределению множественно-  
стей заряженных частиц <sup>1/</sup> не противоречат закону, пред-  
ложенному Вроблевским:

$$D = A \langle n \rangle + B, \quad /1.1/$$

где  $D = (\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2)^{1/2}$  - дисперсия,  $A$  и  $B$  - известные  
константы. Более того, оказывается, что они неплохо  
удовлетворяют скейлингу, предложенному Кобой, Нильсе-  
ном и Ольсеном <sup>5/</sup>/КНО/:

$$\frac{1}{\sigma_{inel}} \sigma_n \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{1}{\langle n \rangle} \psi \left( \frac{n}{\langle n \rangle} \right). \quad /1.2/$$

Как следует из /1.1/ и /1.2/, распределение множест-  
венностей - не пуассоновское. Пуассоновское распре-  
деление как функция  $n/\langle n \rangle$  должно в пределе  $s \rightarrow \infty$  пере-  
ходить в  $\delta$ -функцию. Для скейлинга КНО с гладкой  
функцией требуется, чтобы  $f_q \sim (\ln s/s_0)^q$ , где  $f_q$  - проин-  
тегрированная функция корреляции  $q$ -частицы. Поэтому  
скейлинг КНО эквивалентен определенному виду данных  
корреляций.

Характер дисперсии типа /1.1/ можно объяснить на  
основе довольно популярной в настоящее время двухком-  
понентной модели. Однако, если недифракционная компо-  
нента имеет лишь ближние корреляции, это не приводит  
в асимптотике к гладкой кривой КНО <sup>6/</sup>.

С другой стороны, было показано <sup>7,8/</sup>, что модели  
мультипериферических файрболов дают распределение  
множественностей более широкое, чем пуассоновское.

В рамках этих моделей закон Вроблевского и приближенный скейлинг КНО получаются уже только на основе одной недифракционной компоненты. В этом подходе фибролы распадаются согласно гипотезе статистического бутстрапа. Механизм же рождения их был введен чисто феноменологически и описывается инклюзивно.

Приведенные выше экспериментальные результаты, как и данные группы "ЦЕРН-Гамбург-Вена", согласуются с указанной моделью при условии, что масса фибролов либо а/ остается постоянной с ростом s:

$$M^{(i)} = M_c, \quad /1.3/$$

что соответствует случаю i) для  $w=0$  работ /8,10/, либо б/ растет не быстрее чем логарифмически с ростом s:

$$M^{(ii)} = M_c \ln \frac{s}{M_c^2}, \quad /1.4/$$

что совпадает со случаем ii) работ /8,10/.

Поэтому мы ограничимся этими двумя случаями. Другие же возможности, рассмотренные в работах /8,10/ /степенной рост массы фиброла с ростом s/, исключаются анализом экспериментальных данных /7/.

Мы показали в работе /8/, что возможность i) с  $w=0$  соответствует мультипериферическому случаю, рассмотренному Мюллером /11/. Тогда  $f_n \sim \ln s/s_0$ , дальнейшие корреляции отсутствуют и скейлинг КНО не получается.

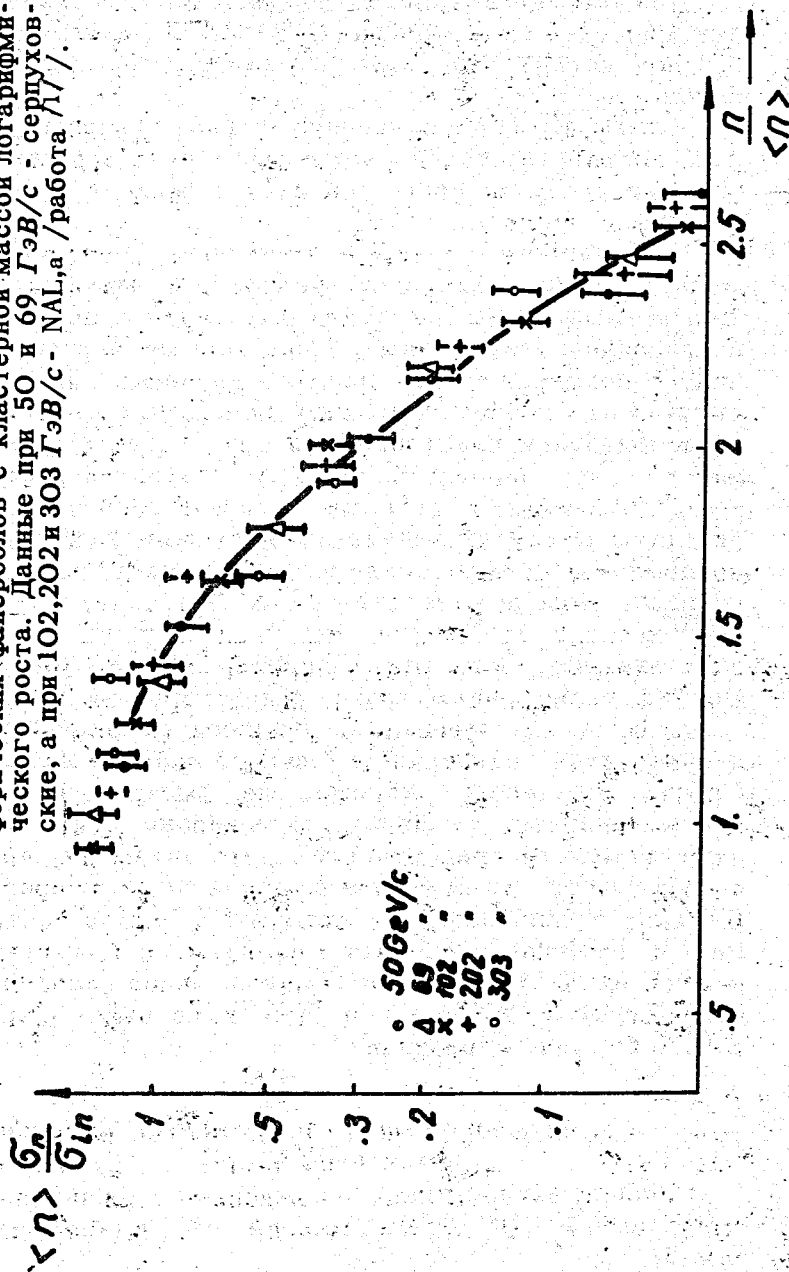
Для ii) работы /8/ мы нашли следующее распределение для множественностей:

$$\langle n \rangle \Psi \left( \frac{n}{\langle n \rangle} \right) \xrightarrow[n \gg \langle n \rangle]{s \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\bar{A}}{2\pi}} \frac{\langle n \rangle}{(n+1)} e^{-\frac{\bar{A}}{n+1}}$$

$$\exp \left[ -\frac{n+1}{\langle n \rangle} \bar{A} \left\{ \ln \left( \frac{n+1}{\langle n \rangle} \right) - 1 \right\} \right] \quad /1.5/$$

с явным скейлингом КНО. При  $\bar{A} \sim 3,6 \pm 0,2$ , как видно из рис. 1, это выражение согласуется с экспериментальными данными. Этот же случай дает и данные корреляции

Рис. 1. Сравнение распределения множественностей  $\langle n \rangle \Psi(\frac{n}{\langle n \rangle})$  как функции  $n/\langle n \rangle$  с уравнением /1.5/, полученным в работе /8/ в рамках модели мультипериферических фибролов с кластерной массой логарифмического роста. Данные при 50 и 69 ГэВ/с - сериуски, а при 102,202 и 303 ГэВ/с - NAL,а /работа /11/.



Поэтому представляет большой интерес нахождение динамической схемы рождения фйерболов, которая могла бы дать когерентную картину рождения и распада фйерболов.

В статье<sup>/8/</sup> фйерболы описывались инклюзивно. В настоящей работе исследуется возможность эксклюзивного мультипериферического описания рождения фйерболов с растущей массой.

В процессе развития мультипериферической<sup>/12/</sup> и мультiredжонной моделей сначала были изучены эксклюзивные амплитуды рождения кластеров с последующим их распадом на конечные, наблюдаемые частицы. В качестве примеров можно привести изучение мнимой части амплитуды упругого рассеяния вперед на основе мультипериферической кластерной модели Бассетто и Пакканони<sup>/13/</sup> и формулировку Халлидеем<sup>/14/</sup> мультипериферического бутстрапного уравнения, включающего малую инвариантную массу двухпионных кластеров. Фйерболы же, которые мы постоянно здесь имеем в виду, распадаются согласно модели статистического бутстрапа<sup>/15-18/</sup>.

Рождение фйерболов мы предполагаем идущим за счет эксклюзивного мультипериферического механизма. Во 2-й главе рассматриваются фйерболы, рождаемые с массами, растущими до границы фазового объема, и проводится сравнение с недавней работой Хеймера<sup>/19/</sup>. Случай с массой, растущей не быстрее логарифма, рассматривается в главе 3, где показано, что эксклюзивный мультипериферический механизм не приводит автоматически к существенным дальним корреляциям. В главе 4 показано, что если фйерболы с постоянной массой рождаются за счет механизма с ближними корреляциями, то двухчастичное инклюзивное распределение наблюдаемых вторичных частиц тоже будет содержать только ближние корреляции.

## 2. Мультипериферическое рождение фйерболов переменной массы

Сечение эксклюзивного рождения  $n$  фйерболов с 4-импульсом  $P_i = (P_i^0, \vec{P}_i)$  и массой  $M_i$  имеет вид /см. рис. 2/

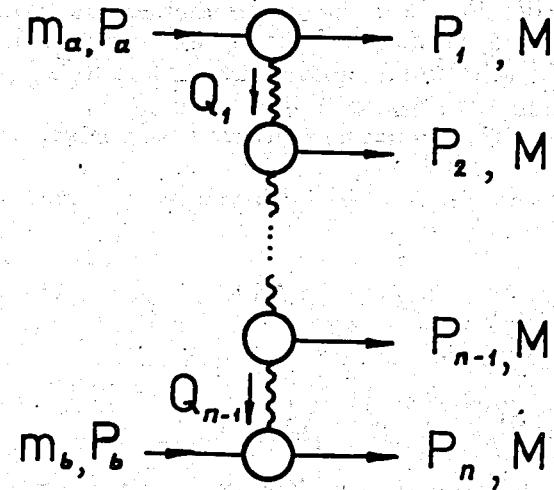


Рис. 2. Мультипериферическая диаграмма /обозначения смотри в тексте/.

$$\sigma_n(s) = (2\pi)^{4-3n} \frac{[s(s-4\mu^2)]^{-1/2}}{2} \int \delta^4(P_a + P_b - \sum_{i=1}^n P_i) |T_n(P_a, P_b, P_1, \dots, P_n)|^2 \prod_{i=1}^n \frac{d^3 P_i}{2P_i^0} \quad /2.1/$$

$P_a$  и  $P_b$  - 4-импульсы падающих частиц равной массы  $\mu$ .

Во избежание известного затруднения Финкельштейна-Кайянти<sup>/20/</sup> и в соответствии с идеей дуальности мы предположим, что эти  $n$  фйерболов рождаются в цепи с обменом низколежащими редже-траекториями, т.е. амплитуда рождения имеет следующий вид:

$$T_n(P_a, P_b, P_1, \dots, P_n) = g_a(\mu^2, M_1^2, u_1) \prod_{i=1}^{n-2} b(u_i, M_{i+1}^2, u_{i+1}) \cdot f_1(u_{n-1}, M_n^2, \mu^2) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \text{ch } \xi_i)^{\alpha_i(u_i)} \quad /2.2/$$

Здесь  $s_i = (P_i + P_{i+1})^2$  - энергия подсистемы, состоящей из  $i + (i+1)$  фибрболов,  $u_i = -Q_i^2$  - инвариантный импульс передачи вдоль цепи /см. рис. 2/;  $g_a, b$  и  $g_b$  - быстро спадающие функции переменной  $u_i$ .

Переменные  $\xi$  определяются уравнением

$$s_i = u_{i-1} + u_{i+1} + \frac{1}{2u_i} \{ [\lambda(M_i^2, -u_{i-1}, -u_i) \times \\ \times \lambda(M_{i+1}^2, -u_i, -u_{i+1})]^{1/2} \operatorname{ch} \xi_i + \\ + (M_i^2 + u_{i-1} + u_i)(M_{i+1}^2 + u_i + u_{i+1}) \}, \\ i = 1, \dots, n-1, \quad /2.3/$$

при условии, что

$$u_0 = u_n = -\mu^2, \quad /2.4/$$

а  $\lambda$  - функция треугольника

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc. \quad /2.5/$$

На вершины наложим следующие ограничения:

$$|g_a(\mu^2, M_1^2, u_1)| \leq g_a \gamma(u_1), \\ |b(u_i, M_{i+1}^2, u_{i+1})| \leq b \gamma(u_i) \gamma(u_{i+1}), \\ |g_b(u_{n-1}, M_n^2, \mu^2)| \leq g_b \gamma(u_{n-1}), \\ i = 1, \dots, n-2, \quad /2.6/$$

и, используя асимптотическую кинематику для фазового объема /13/, получаем:

$$\sigma_n(s) \leq \frac{(2\pi)^{4-3n}}{2^n s^2} \int \prod_{i=1}^{n-1} d^2 q_i d \ln(1 + \operatorname{ch} \xi_i) \\ g_a^2 g_b^2 b^{2(n-2)} \prod_{i=1}^{n-1} \gamma^4(u_i) (1 + \operatorname{ch} \xi_i)^{2\alpha(u_i)} \\ \delta \left[ \ln \frac{s}{M_c^2} - \sum_{i=1}^{n-1} \ln \left[ \frac{1 + \operatorname{ch} \xi_i}{2u_i} M_c^2 \right] - \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{M_i^2}{M_c^2} \right) \right], \\ /2.7/$$

где  $q_i$  - двумерные вектора, представляющие собой поперечные составляющие  $Q_i$ . Мы будем пользоваться приближением  $u_i \approx q_i^2$ .

Поскольку наша приближенная кинематика не годится для больших  $u_i$  /и во всяком случае для таких больших значений сама модель становится неадекватной/, мы, в целях простоты и согласованности решений, сразу будем считать, что

$$\gamma(u) = 0, \quad u \geq M_c^2.$$

Факторизуя аргументы  $\delta$ -функции с помощью преобразования Лапласа, мы получим:

$$\sigma_n(s, M_1^2, \dots, M_n^2) \leq \frac{1}{2i s^2} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left( \frac{s}{M_c^2} \right)^\lambda \prod_{i=1}^n \left( \frac{M_i^2}{M_c^2} \right)^{-\lambda} \\ g_a^2 g_b^2 b^{2(n-2)} [r(\lambda)]^{n-1}, \quad /2.8/$$

где

$$r(\lambda) = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int d^3 q d \ln(1 + \operatorname{ch} \xi) \gamma^4(u) \\ (1 + \operatorname{ch} \xi)^{2\alpha(u)} \left[ \frac{1 + \operatorname{ch} \xi}{2u} M_c^2 \right]^{-\lambda} \\ = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int d^2 q \frac{\gamma^4(u) 2^{2\alpha(u)}}{\lambda - 2\alpha(u)} \left( \frac{u}{M_c^2} \right)^\lambda. \quad /2.9/$$

Функция  $\tau(\lambda)$  имеет точку ветвления при

$$\lambda_c = 2a(0) = 1. \quad /2.10/$$

Это хорошо известная точка ветвления АВФСТ /12/.

Поэтому контур интегрирования в уравнении /2.8/ не может быть сдвинут левее  $L=1$  и  $\sigma_n$  с ростом массы  $M_i$  оказывается подавленным.

Для нахождения полного сечения мы интегрируем по  $M_i^2$  от  $M_c^2$  до  $\infty$  /ограничение из-за фазового объема учитывается автоматически преобразованием Лапласа/ и суммируем по  $n$  от  $n=2$ :

$$\sigma_T(s) \leq \frac{1}{2is^2} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^\lambda \frac{g_a^2 g_b^2 \tau(\lambda)}{(\lambda-1)^2 (1-b^2 \frac{\tau(\lambda)}{\lambda-1})}. \quad /2.11/$$

Что касается результирующей особенности, то понятно, что конфигурации с большими массами только "ренормируют" константу связи  $b^2$ , как уже отмечалось Хеймером /19/. Поллюсной характер ведущей сингулярности не меняется, и, следовательно, ничего удивительного нет в том, что корреляции между файрболами - это ближние корреляции.

Можно было бы попытаться усилить роль больших масс за счет введения в вершины зависящего от массы множителя. Тем не менее это не спасает положения. Действительно, если определить среднюю массу кластеров как

$$\langle M_k^2 \rangle = \frac{\sum_{n=2} \int \prod_{i=1}^n d\left(\frac{M_i^2}{M_c^2}\right) M_k^2 \sigma_n(s, M_1^2, \dots, M_n^2)}{\sum_{n=2} \int \prod_{i=1}^n d\left(\frac{M_i^2}{M_c^2}\right) \sigma_n(s, M_1^2, \dots, M_n^2)} \quad /2.12/$$

и ввести в вершины фактор усиления  $\left(\frac{M_i}{M_c}\right)^w$ , то получится:

$$\sigma_T \langle M_k^2 \rangle = \frac{M_c^2}{2is^2} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^\lambda \frac{g_a^2 g_b^2 \tau(\lambda)}{(\lambda-\omega-2)(\lambda-\omega-1)\left(1-\frac{b^2 \tau(\lambda)}{\lambda-\omega-1}\right)}. \quad /2.13/$$

Очевидно, что если бы  $\omega > 0$ , то ведущая сингулярность в уравнении /2.13/ находилась бы справа от  $\lambda=2$ ; это означало бы степенной рост средней массы кластеров. В рамках этой модели предполагается, что файрболы распадаются согласно термодинамической схеме. Поэтому средняя множественность частиц, получаемых при распаде одного файрбола, пропорциональна средней массе файрбола /17, 18/. К тому же, поскольку мы пренебрегаем интерференцией вкладов от различных файрболов, мы должны получить среднюю множественность частиц, растущую как степень энергии, что нарушает фейнмановский скейлинг.

Возможность

$$w = 0 \quad /2.14/$$

также нужно отбросить; действительно, уравнение /2.13/ должно давать логарифмический рост средней кластерной массы с энергией, тогда как средняя множественность кластеров, получаемая из уравнения /2.8/, растет также логарифмически. Следовательно, средняя множественность частиц должна расти с энергией, как  $[\ln(s/M_c^2)]^2$ . Поэтому наша единственная возможность - это:

$$w < 0, \quad /2.15/$$

и поэтому /19/ нельзя надеяться изменить природу ведущей сингулярности в уравнении /2.11/. Наш вывод относительно возможных значений  $w$  отличен от результата Хеймера, поскольку в нашей модели учитывается закон сохранения энергии-импульса при интегрировании по массам файрболов.

Конечно, можно было бы дать обоснование того, что факторизованная полюсная структура ведущей сингуляр-

ности в случае переменной массы до некоторой степени обусловлена нашей факторизованной аппроксимацией вершин. Вероятно, можно было бы придумать специфические массовые зависимости вершин, приводящие к сложной структуре результирующей сингулярности. Ввиду отсутствия физических обоснований /кроме окончательного результата/ таких особых выборов мы считаем эту возможность довольно искусственной и в дальнейшем рассматривать ее не будем.

### 3. Введение в вершины зависимости от энергии

В этой работе мы хотим исследовать другую возможность, а именно, введение явной энергетической зависимости в мультипериферические вершины. Это, конечно, априори влечет за собой дальние корреляции, поскольку любое звено цепи /его удаленность от концов цепи не имеет значения/ помнит о полной энергии процесса. Однако совсем не очевидно, существенны ли эти корреляции асимптотически.

Введение явной энергетической зависимости в вершинах приводит к затруднению при трактовке мультипериферического уравнения, что будет обсуждаться позднее. Опять-таки будет рассматриваться очень простая энергетическая зависимость, а именно, обусловленная рождением фибрболов с массами, растущими с ростом энергии не быстрее логарифма. Несомненно, можно придумать много различных типов энергетической зависимости; снова-таки будем считать их искусственными, если они не мотивированы специфическими физическими требованиями.

Начнем с уравнений /2.1/ и /2.2/. Положим:

$$\frac{M_i^2}{M_c^2} = \left( H \ln \frac{s}{M_c^2} \right)^{t_i}, \quad 0 \leq t_i \leq 1, \quad /3.1/$$

где  $H$  - некоторая константа, а для вершин выберем следующую факторизованную аппроксимацию:

$$g_a(\mu^2, M_1^2, u_1) = g_a b(M_1^2) \gamma(u_1),$$

$$b(u_i, M_{i+1}^2, u_{i+1}) = b(M_{i+1}^2) \gamma(u_i) \gamma(u_{i+1}),$$

$$i = 1, \dots, n-2,$$

$$g_b(u_{n-1}, M_n^2, \mu^2) = g_b b(M_n^2) \gamma(u_{n-1}). \quad /3.2/$$

Действуя аналогично предыдущему, получим для сечения кластеров следующее выражение:

$$\sigma_n(s, M_1^2, \dots, M_n^2) \approx \frac{1}{2is^2} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left( \frac{s}{M_c^2} \right)^\lambda g_a^2 g_b^2 \times$$

$$\times [\tau(\lambda)]^{n-1} \prod_{i=1}^n \left( \frac{M_i^2}{M_c^2} \right)^{-\lambda} b^2(M_i^2). \quad /3.3/$$

Интегрируя по массам кластеров от  $M_c^2$  до  $M_c^2 y$ , где

$$y = H \ln \frac{s}{M_c^2}, \quad /3.4/$$

и суммируя по  $n$  от  $n=2$ , получим полное сечение

$$\sigma_T(s) \approx \frac{1}{2is^2} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left( \frac{s}{M_c^2} \right)^\lambda g_a^2 g_b^2 \frac{\tau(\lambda) \phi^2(\lambda, y)}{1 - \tau(\lambda) \phi(\lambda, y)}, \quad /3.5/$$

где

$$\phi(\lambda, y) = \int_{-1}^y b^2(M^2) \left( \frac{M^2}{M_c^2} \right)^{-\lambda} d \left( \frac{M^2}{M_c^2} \right). \quad /3.6/$$

Отметим, что в этом случае комплексная  $\lambda$ -плоскость не соответствует плоскости комплексной переменной, сопряженной полной энергии /редже- или лоренц-плоскости/. Фактически дополнительная энергетическая зависимость вершин оказывает влияние на полное сечение и другие физические величины.

Это свойство значительно более общее, чем простая аппроксимация, рассматриваемая нами; и оно открывает



возможность для рассмотрения моделей, обладающих сложной сингулярной структурой в плоскости углового момента, но простыми свойствами по проекции углового момента. Мы еще надеемся вернуться к этому в другом месте.

Из уравнения /2.2/ для средней кластерной массы получаем выражение

$$\sigma_T \langle M^2 \rangle \approx \frac{M_c^2}{2is^2} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^\lambda g_a^2 g_b^2 \frac{\tau(\lambda) \phi(\lambda, y) \phi(\lambda-1, y)}{1-\tau(\lambda) \phi(\lambda, y)}. \quad /3.7/$$

На основе /3.3/ можно также построить производящую функцию для проинтегрированных распределений фибр-болов. Согласно определению

$$\sigma_T \psi(s, z) = \sum_{n=2} z^n \int d\left(\frac{M_1^2}{M_c^2}\right) \dots d\left(\frac{M_n^2}{M_c^2}\right) \sigma_n(s, M_1^2, \dots, M_n^2) \quad /3.8/$$

находим:

$$\sigma_T \psi(s, z) \approx \frac{z^2 g_a^2 g_b^2}{2is^2} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^\lambda \frac{\tau(\lambda) \phi^2(\lambda, y)}{1-z\tau(\lambda) \phi(\lambda, y)}. \quad /3.9/$$

Нормировка здесь имеет вид

$$\psi(s, 1) = 1.$$

Следуя же стандартной процедуре, запишем:

$$\langle n_{clusters} \rangle = \frac{\partial \psi}{\partial z} \Big|_{z=1} \approx 1 + \frac{g_a^2 g_b^2}{2is^2 \sigma_T} \times$$

$$\times \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^\lambda \frac{\tau(\lambda) \phi^2(\lambda, y)}{[1-\tau(\lambda) \phi(\lambda, y)]^2}. \quad /3.10/$$

Мы можем также вычислить проинтегрированное инклюзивное распределение двух фибр-болов:

$$\langle n_{clusters} (n_{clusters} - 1) \rangle = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \Big|_{z=1} \approx$$

$$\approx \frac{g_a^2 g_b^2}{2is^2 \sigma_T} \int_{L-i\infty}^{L+i\infty} d\lambda \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^\lambda \frac{2\tau(\lambda) \phi^2(\lambda, y)}{[1-\tau(\lambda) \phi(\lambda, y)]^3}. \quad /3.11/$$

Из уравнения /3.5/ легко можно понять, что для получения полного сечения, не исчезающего в пределе высоких энергий, необходимо выполнение условия

$$\tau(\lambda_p) \phi(\lambda_p, y) = 1. \quad /3.12/$$

Учитывая только этот полюсный вклад и полагая

$$1 - \tau(\lambda) \phi(\lambda, y) = \frac{\lambda - \lambda_p}{\psi(\lambda, y)}, \quad /3.13/$$

найдем:

$$\sigma_T \approx \frac{\pi}{s^2} \left(\frac{s}{M_c^2}\right)^{\lambda_p} g_a^2 g_b^2 \phi(\lambda_p, y) \psi(\lambda_p, y), \quad /3.14/$$

$$\langle M^2 \rangle \approx M_c^2 \frac{\phi(\lambda_p - 1, y)}{\phi(\lambda_p, y)}, \quad /3.15/$$

$$\langle n_{clusters} \rangle \approx 1 + [\phi(\lambda_p, y) \psi(\lambda_p, y)]^{-1} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial \lambda} [\tau(\lambda) \phi^2(\lambda, y) \psi^2(\lambda, y)] \Big|_{\lambda=\lambda_p} + \psi(\lambda_p, y) \ln \left(\frac{s}{M_c^2}\right). \quad /3.16/$$

и

$$\langle n_{clusters} (n_{clusters} - 1) \rangle \approx [\phi(\lambda_p, y) \psi(\lambda_p, y)]^{-1}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [r(\lambda) \phi^2(\lambda, y) \psi^3(\lambda, y)] \Big|_{\lambda=\lambda_p} + 2 \ln\left(\frac{s}{M_c^2}\right) \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial \lambda} [r(\lambda) \phi^2(\lambda, y) \psi^3(\lambda, y)] \Big|_{\lambda=\lambda_p} \cdot [\phi(\lambda_p, y) \psi(\lambda_p, y)]^{-1} \\ & + \psi^2(\lambda_p, y) \left[ \ln\left(\frac{s}{M_c^2}\right) \right]^2. \end{aligned} \quad /3.17/$$

Поскольку энергетической зависимостью обладают все величины /в том числе и  $\lambda_p$  /, то можно, в принципе, согласовать характер дисперсии распределения множественностей фибрболов с /1.1/.

Однако посмотрим, можно ли это сделать на основе простого выбора

$$b^2 (M^2) = \left( \frac{M^2}{M_c^2} \right)^w b^2 \quad /3.18/$$

вершинной функции, уже рассмотренной в главе 2, и условия /3.1/. Из /3.6/ мы имеем

$$\phi(\lambda, y) = b^2 \frac{1 - y^{w+1-\lambda}}{\lambda - w - 1}. \quad /3.19/$$

Из уравнения /3.5/ видно, что знаменатель должен обращаться в нуль для значения  $\lambda$ , для которого  $\text{Re} \lambda_p > w+1$ . Более того, поскольку  $r(\lambda)$  и  $\phi(\lambda)$  - монотонные функции  $\lambda$ , то  $\lambda_p$  - простой полюс. Этот полюс является ведущей сингулярностью в комплексной  $\lambda$ -плоскости. Кроме того, отметим, что  $\phi(\lambda_p, y)$  ограничена как функция  $y$  в пределе больших  $y$  и не обращается в нуль. Мы делаем вывод, что

$$\lambda_p = 2 + O\left(\frac{\ln(\ln s)}{\ln s}\right) = 2 + \delta, \quad /3.20/$$

иначе полное сечение либо нарушает ограничение Фруасара, либо стремится к нулю в пределе больших энергий быстрее логарифма. Из уравнения /3.20/ следует, что

$$w \leq 1. \quad /3.21/$$

Однако и  $w = 1$  должно быть отброшено. Действительно, уравнение на собственные значения

$$1 = r(\lambda) \phi(\lambda, y) \quad /3.22/$$

для  $w = 1$  не имеет решения в виде /3.20/ с малым  $\delta$ . Если мы примем

$$0 < w < 1, \quad /3.23/$$

то при соответствующем значении константы связи  $b^2$  можно получить корень уравнения типа /3.20/, но с

$$\delta = O\left(\frac{1}{(\ln s)^{1-w}}\right), \quad /3.24/$$

которым нельзя пренебречь.

Возможность же

$$w \leq 0 \quad /3.25/$$

может быть принята, так как она приводит к асимптотическому постоянству полного сечения.

Однако анализ уравнений /3.16/ и /3.17/ позволяет заключить, что дисперсия распределения множественностей растет лишь как  $(\ln s)^{1/2}$ . Это свидетельствует о том, что данная модель не дает значительных дальних корреляций.

Опять-таки подчеркнем, что это обусловлено отчасти нашим факторизованным приближением для вершин и простотой исследованной нами энергетической зависимости. Но наша цель - доказать, что введение фибрболов растущей массы не приводит автоматически к появлению существенных дальних корреляций при постоянном или почти постоянном полном сечении.

Возможно, что особые вершинные структуры обуславливают появление дальних корреляций, но мы считаем их искусственными, если они физически достаточно не обоснованы. Для этой цели достаточно выбрать вершин-

ную структуру, существенно модифицирующую природу ведущей сингулярности в плоскости углового момента. Вероятно, было бы весьма интересно посмотреть, осуществимо ли это в рамках простой картины в комплексной плоскости проекции углового момента.

#### 4. Обсуждение

Здесь мы хотели бы сделать несколько замечаний:

а/ В главе 3 мы ограничились рассмотрением мультипериферического рождения фajerболов с постоянной или растущей логарифмически массой. Эти случаи не противоречат эксперименту, как подчеркивалось во введении. Существенным является то, что средняя кластерная масса не увеличивается быстрее логарифма; в противном случае, поскольку в данной модели не учитывается интерференция продуктов распада различных фajerболов и предсказывается, что средняя множественность частиц, вылетающих из одного фajerбола, пропорциональна массе фajerбола, то полная средняя множественность частиц как функция энергии оказалась бы растущей быстрее логарифма. Все же в случае, рассмотренном в главе 2 /где рассматривались также фajerболы с массами, растущими как степень полной энергии/, даже при конечной средней кластерной массе появляется высокоэнергетический "хвост" множественности, уменьшающийся как степень числа рожденных частиц, что впервые отметил Хеймер в работе /19/. Этот "хвост"

не согласуется с наиболее общим мультипериферическим описанием рождения частиц, как объясняют авторы работ /21, 22/. В случае, рассмотренном в главе 3, этот хвост отсутствует, и поэтому картина совместима с мультипериферической динамикой. Однако в обоих обсуждающихся нами случаях простой факторизованной структуры никакие существенные дальние корреляции не возникают и закон Вроблевского не находит своего подтверждения.

в/ Если пренебречь интерференцией продуктов распада различных фajerболов и предположить, что фajerболы распадаются согласно статистической термодинами-

ческой модели, то получим, что отсутствие дальних корреляций между фajerболами влечет за собой отсутствие дальних корреляций между конечными, наблюдаемыми частицами. Это можно видеть из следующего.

Рассмотрим двухчастичный спектр частиц 1 и 2:

$$\frac{d^6 N}{d^3 \underline{P}_1 d^3 \underline{P}_2} P_1^0 P_2^0 = \int \frac{d^4 N}{d^3 \underline{P} d(M^2)} \frac{d^6 n}{d^3 \underline{P}_1 d^3 \underline{P}_2} P_1^0 P_2^0 d^3 \underline{P} d(M^2) + \int \frac{d^8 N}{d^3 \underline{P}_1 d^3 \underline{P}_2 d(M_1^2) d(M_2^2)} \frac{d^3 n}{d^3 \underline{P}_1} \frac{d^3 n}{d^3 \underline{P}_2} \times P_1^0 P_2^0 d^3 \underline{P}_1 d^3 \underline{P}_2 d(M_1^2) d(M_2^2). \quad /4.1/$$

Первый член описывает обе частицы 1 и 2, вылетающие из одного и того же фajerбола с 4-импульсом  $P$  и массой  $M$ . Второй член описывает две частицы, вылетающие из двух различных фajerболов с 4-импульсами  $P_1$  и  $P_2$  и

массами  $M_1$  и  $M_2$ . Функции  $P^0 \frac{d^4 N}{d^3 \underline{P} d(M^2)}$

$$\frac{d^8 N}{d^3 \underline{P}_1 d^3 \underline{P}_2 d(M_1^2) d(M_2^2)} P_1^0 P_2^0$$

представляют собой ковариантные распределения импульсов и масс соответственно одного и двух фajerболов. Они характерны для определенных механизмов рождения фajerболов. Мы здесь не ссылаемся ни на какую конкретную модель, а просто предполагаем, что для распределений фajerболов выполняется фейнмановский скейлинг и имеют место ближние корреляции. Тогда мы можем записать, что для фajerболов в области пионизации

$$P^0 \frac{d^4 N}{d^3 \underline{P} d(M^2)} \approx H(P_1) \left( \frac{M^2}{M_c^2} \right)^{w-2} \frac{1}{M_c^2}. \quad /4.2/$$

Здесь, как обычно,  $P_{\perp}$  - поперечная составляющая вектора  $\underline{P}$ , а  $w < 0$  /см. уравнение /2.15/ и аргументацию в конце главы 2/.

Распределение двух фибрболов содержит факторизованный и корреляционный члены:

$$\frac{d^6 N P_1^{\circ} P_2^{\circ}}{d^3 \underline{P}_{\perp 1} d^3 \underline{P}_{\perp 2} d(M_1^2) d(M_2^2)} \approx \frac{H(P_{1\perp}) H(P_{2\perp})}{M_c^4} \left(\frac{M_1^2}{M_c^2}\right)^{w-2} \left(\frac{M_2^2}{M_c^2}\right)^{w-2} + \exp\left(-\frac{1}{2} |\eta_1 - \eta_2|\right) \frac{G(P_{1\perp}) G(P_{2\perp})}{M_c^4} \left(\frac{M_1^2}{M_c^2}\right)^{w-2} \left(\frac{M_2^2}{M_c^2}\right)^{w-2}, \quad /4.3/$$

где  $\eta_{1,2}$  - быстроты /"рапидити"/ фибрболов 1 и 2. Предполагается, что корреляция обусловлена здесь вторичным полюсом, расположенным на 1/2 ниже ведущей

сингулярности. Функции  $P_i^{\circ} \frac{d^3 n}{d^3 \underline{P}_{\perp i}}$  и  $P_1^{\circ} P_2^{\circ} \frac{d^6 n}{d^3 \underline{P}_{\perp 1} d^3 \underline{P}_{\perp 2}}$

в уравнении /4.1/ описывают одно- и двухчастичный спектры, получающиеся при распаде одного фибрбола. Следуя идее статистического бутстрапа, мы аппроксимируем эти функции следующим образом:

$$P_i^{\circ} \frac{d^3 n}{d^3 \underline{P}_{\perp i}} \approx q \frac{M_i}{M_c} h(P_{i\perp}) \exp(-a |\eta_i - y_i|), \quad i = 1, 2, \quad /4.4/$$

и

$$\frac{d^6 n}{d^3 \underline{P}_{\perp 1} d^3 \underline{P}_{\perp 2}} P_1^{\circ} P_2^{\circ} \approx q^2 \frac{M^2}{M_c^2} h(P_{\perp 1}) h(P_{\perp 2}) \times \exp(-a |\eta - y_1| - a |\eta - y_2|). \quad /4.5/$$

Величины  $y_1, y_2$  - продольные быстроты частиц 1 и 2;  $a$  - обратная корреляционная длина, связанная с обратной температурой фибрбола с массой  $M$  и быстротой  $\eta$ .

Корреляции между конечными частицами - продуктами распада фибрбола в модели статистического бутстрапа - малы /18/. Это подтверждается уравнением /4.5/, означающим некоррелированное распределение частиц - продуктов распада фибрбола. Интегрирование по поперечным импульсам  $P_{i\perp}$ , быстротам  $\eta$  и массам  $M_i \geq M_c$  фибрболов дает следующее выражение для двухчастичного спектра:

$$\frac{d^6 N}{d^3 \underline{P}_{\perp 1} d^3 \underline{P}_{\perp 2}} P_1^{\circ} P_2^{\circ} \approx q^2 H h(P_{1\perp}) h(P_{2\perp}) (-w)^{-1} \times \exp\{-a |y_2 - y_1|\} \cdot \left[ |y_2 - y_1| + \frac{1}{a} \right] + \frac{4q^2 H^2}{a^2 \left(\frac{1}{2} - w\right)^2} h(P_{1\perp}) h(P_{2\perp}) + \frac{q^2 G^2}{\left(\frac{1}{2} - w\right)^2 \left(a^2 - \frac{1}{4}\right)} \times h(P_{\perp 1}) h(P_{\perp 2}) \left[ 4a^2 \exp\left(-\frac{1}{2} |y_2 - y_1|\right) - \left(a^2 - \frac{1}{4}\right) \right] \times \exp(-a |y_2 - y_1|) \left( |y_2 - y_1| + \frac{1}{a} + \frac{2a}{a^2 - \frac{1}{4}} \right). \quad /4.6/$$

где

$$H = \int H(P_{\perp}) d^2 P_{\perp}, \quad G = \int G(P_{\perp}) d^2 P_{\perp}. \quad /4.7/$$

Первый член уравнения /4.6/ представляет собой вклад одного фибрбола. Второй член обусловлен факторизованной компонентой вклада двух фибрболов, в асимптотическом пределе он полностью выпадает из двухчастичной корреляционной функции. Анализ уравнения /4.6/ приводит нас к выводу, что двухчастичная корреляционная функция асимптотически содержит только ближние корреляции.

И в заключение хочется сказать следующее:

а/ фибрболы с логарифмически растущей массой можно "втиснуть" в мультипериферическую схему. Однако их сечение рождения асимптотически подавлено по сравнению с сечением рождения частиц.

в/ Бассетто, Серторио и Толлер /22/ показали, что дальние корреляции совместимы с ограничениями мультипериферической модели. Специальный вид дальних корреляций, требуемый для выполнения скейлинга КНО, тем не менее не определяется этими ограничениями, как показали Бассетто и Пастри /23/. Согласно нашему результату, нельзя получить естественным путем дальние корреляции в асимптотике из картины мультипериферического рождения фибрболов, а именно, без обращения к специфической структуре вершин в мультипериферической цепочке.

Если, тем не менее, скейлинг КНО удовлетворяется асимптотически, то мы считаем необходимым исследование других механизмов рождения или распада /24/.

#### Литература

1. Soviet Union French Collaboration, Average charged particle multiplicity and topological cross sections in 50 GeV/c and 6 GeV/c pp interactions. Paper submitted to the XVI International Conference on High Energy Physics, Batavia 6-13 September, 1972; G.Charlton, Y.Cho, M.Derrick, R.Engelmann, T.Fields, L.Hyman, K.Jaeger, U.Mehtani, B.Musgrave, Y.Oren, D.Rhines, P.Schreiner, H.Yuta, L.Voyvodic, R.Walker, J.Whitmore, H.B.Crawley, Z.Ming Ma and R.G.Glasser. Phys.Rev.Lett., 29, 515 (1972); F.T.Dao, D.Gordon, J.Lach, E.Malamud, T.Meyer, R.Poster and W.Slater. Phys.Rev.Lett., 29, 1627 (1972); J.W.Chapman, N.Green, B.P.Roe, A.A.Seidl, D.Sinclair, J.C.Vander Velde, C.M.Bromberg, D.Cohon, T.Ferbol, P.Slattey, S.Stone and B.Werner. Phys.Rev.Lett., 29, 1686 (1972).

2. P.Slattey. Phys.Rev.Lett., 29, 1624 (1972).
3. P.Olesen. Phys.Lett., 41B, 602 (1972).
4. A.Wroblewski. Warsaw preprint IFD No. 72/2 (1972).
5. Z.Koba, H.B.Nielsen and P.Olesen. Nucl.Phys., B40, 317 (1972).
6. K.Fialkowski and H.I.Miettinen. Phys.Lett., 43B, 61 (1973).
7. J.Kripfganz, G.Ranft and J.Ranft. Nucl.Phys., B56, 205 (1973).
8. A.Bassetto, G.Ranft and J.Ranft. Nuovo Cimento Letters, 5, 841 (1972).
9. Pisa-Stony Brook Collaboration. Report presented at the XVI International Conference on High Energy Physics, Batavia 6-13 September, 1972. Dibion et al. CERN-Hamburg-Vienna Collaboration, Phys.Lett., B44, 313 (1973).
10. G.Ranft and J.Ranft. Nucl.Phys., B53, 217 (1973).
11. A.H.Mueller. Phys.Rev., D4, 150 (1971).
12. L.Bertocchi, S.Fubini and M.Tonin. Nuovo Cim., 25, 626 (1962); D.Amati, A.Stanghellini and S.Fubini. Nuovo Cimento., 26, 896 (1962).
13. A.Bassetto and F.Paccanoni. Nuovo Cim., 2A, 306 (1971).
14. I.G.Halliday. Nucl.Phys., B21, 445 (1970).
15. R.Hagedorn. Suppl.Nuovo Cim., 3, 147 (1965).
16. S.C.Frautschi. Phys.Rev., D3, 2821 (1971).
17. R.Hagedorn and J.Ranft. Nucl.Phys., B48, 157 (1972).
18. E.M.Ilgenfritz and J.Kripfganz. Nucl.Phys., B56, 241 (1973).
19. C.J.Hamer. Phys.Rev., D7, 2723 (1973).
20. J.Finkelstein and K.Kajantie. Phys.Lett., 26B, 305 (1968).
21. A.Bassetto, L.Sertorio and M.Toller. Nuovo Cim., 11A, 447 (1972).
22. A.Bassetto, L.Sertorio and M.Toller. Lettere al Nuovo Cim., 4, 73 (1972).
23. A.Bassetto and P.Pastri. Lettere al Nuovo Cimento (To be published).
24. G.Ranft and J.Ranft. Fragmentation model with anisotropic fireball decay; Karl-Marx-University Report, KMU-HEP-7308.

Рукопись поступила в издательский отдел  
12 декабря 1973 года.