СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 7511

В.Н. Первушин, П.П. Темников

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ ВНЕШНИМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7511

В.Н. Первушин, П.П. Темников

ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ ВНЕШНИМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Первушин В.Н., Темников П.П. P2 - 7511

Высокоэнергетическое рассеяние векторных частиц внешним электромагнитным полем

Получено эйкональное представление для амплитуды высокоэнергетического рассеяния частиц со спином 1 и произвольным аномальным магнитным моментом во внешнем электромагнитном поле. Найдены поправки к эйкональному представлению Вайнберга, обусловленные наличием у рассеивающейся частицы состояний с нулевой спиральностью. Исследуется рассеяние частицы для сильных внешних полей.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1973

Pervushin V.N., Temnikov P.P. P2 - 7511

High-Energy Scattering of Vector Particles by External Electromagnetic Field

An eikonal representation is obtained for the scattering amplitude of high energy particles with spin 1 and an arbitrary anomalous magnetic moment in the external electromagnetic field. The corrections are found for the Weinberg eikonal representation, which are due to the presence in the scattered particle of the states with the zero helicity. The particle scattering is studied for the case of strong external fields.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

I. Успешное описание экспериментальных данных на основе феноменологических эйкональных моделей стимулировало большое число работ по обоснованию и исследованию эйконального приближения /I/ как в рамках потенциального рассеяния /2,3,4/, так и в квантовой теории поля /5,6/. В частности, в литературе широко обсуждается вопрос об эйкональных представлениях для частиц с внутренними степенями свободы /2,3,6,7,8/ на простом примере рассеяния заряженных частиц со спином внешним полем. Наиболее общий результат в этом направлении был получен Вайнбергом /6/, который рассмотрел рассеяние заряженных частиц с произвольным спином j на внешнем электромагнитном поле и показал, что сохранение спиральности в S- канале возможно лишь для частиц с гиромагнитным отношением $g = 2$. (Напомним, что гиромагнитное отношение в теории с минимальным электромагнитным взаимодействием равно $1/j$). В этом случае для амплитуды рассеяния имеет место простая экспоненциальная форма, совпадающая с амплитудой рассеяния скалярных частиц, с точностью до кронекеровских символов, отражающих сохранение спиральности.

Более подробное исследование рассеяния частиц со спином I и аномальными магнитными моментами $\varkappa = 0,1$ было проведено в работах Ченга и Ву /7/ и Та-Чанга /8/, на основании которых строится феноменологическая модель для анализа высокоэнергетических реакций по фоторождению векторных мезонов /8/.

Отметим, что исследование волновой функции частиц со спином I во внешнее поле или "половинчатой" S - матрицы (см., например /I0/), дают основания думать, что взаимодействия векторной частицы с внешним полем обладают рядом "патологических" свойств (нарушение причинности и унитарности). Тем не менее, результаты работ /6-8/ показывают, что эта "патология" отсутствует при рассмотрении амплитуды рассеяния, т.е. полной S - матрицы. Рассеяние векторных частиц внешним полем является хорошей наглядной моделью, которая может пролить свет на соотношения между упругими и неупругими амплитудами адронных реакций.

В настоящей статье результаты работ[7-8] обобщаются для рассеяния частиц с произвольным аномальным магнитным моментом на произвольном медленно меняющемся электромагнитном поле.

Найдены поправки к эйкональному представлению Вайнберга[5], обусловленные наличием у рассеивающейся частицы состояний с нулевой спиральностью.

Исследуется амплитуда рассеяния частицы "сильным" внешним полем. Проводится сравнение найденных амплитуд с моделями, описывающими высокоэнергетические адронные реакции[4,9]. При вычислении амплитуды мы следуем работе[7].

2. Решение уравнения Прока при высоких энергиях

Рассмотрим волновую функцию векторного мезона с массой M и магнитным моментом $(1+\varkappa)\frac{e}{2M}\,j$, где j – спин, а $\varkappa$ – аномальная часть магнитного момента, удовлетворяющую уравнению Прока[II] в форме, полученной в работе[7/x)]

$$D_\mu D_\mu \Phi_\nu - M^2 \Phi_\nu - D_\mu D_\nu \Phi_\mu + ie\varkappa \Phi_\mu F_{\mu\nu} = 0 \qquad (I)$$

с дополнительным условием

$$D_\nu \Phi_\nu = \frac{ie}{M^2}\left[(\varkappa-1)F_{\mu\nu} D_\nu \Phi_\mu + \varkappa\,(\partial_\nu F_{\mu\nu})\,\Phi_\mu\right]$$

$$D_\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieA_\mu \quad ; \quad F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} \qquad (2)$$

и с граничными условиями

$$\lim_{z\to-\infty} \Phi_\mu(x) = \Phi_\mu^{in} \quad ; \quad \lim_{z\to\infty} \Phi_\mu(x) = \Phi_\mu^{out}, \qquad (3)$$

---

x) Используется обозначение $a_\mu a_\mu = -a_0 a_0 + \vec{a}^{\,2}$.

где начальные и конечные состояния описываются волновыми функциями

$$\Phi_\mu^{in} = e^{ipx} a_\mu \quad ; \quad \Phi_\mu^{out} = e^{-iqx'} b_\mu^{*}.$$

Вектор поляризации для частицы с импульсом $\vec{P}$ имеет вид[12]

$$a = \left(\vec{V} + \frac{\vec{P}(\vec{P}\vec{V})}{M(E+M)}\ ,\ \frac{\vec{P}\vec{V}}{M}\right),$$

где $\vec{V}$ – вектор поляризации в системе покоя частицы. Будем считать, что

$$p = \{0,\ 0,\ p,\ E\} \quad ; \quad \vec{q} = \vec{P} + \vec{\Delta}. \qquad (4)$$

Кроме того, предполагаем, что зависимость внешнего поля от координат и времени и его величина таковы, что

$$\frac{\Delta}{E} \ll 1;\ \frac{M}{E} \ll 1\ ;\ E \gg \frac{1}{R}\ ;\ E \gg \max_x |A(x)|;\ \Delta_3 = -\frac{\Delta^2}{2E} + O\left(\frac{M^2\Delta^2}{E^3}\right), \qquad (5)$$

где R – расстояние, на котором поле заметно изменяется. Раскладывая (4) по степеням $\frac{\Delta}{E}$ и $\frac{M}{E}$, получим

$$a = \left(\vec{V}_\perp\ ,\ V_3\frac{E}{M}\ ,\ V_3\frac{P}{M}\right)$$

$$b = \left(\vec{u}_\perp + u_3\frac{\vec{\Delta}_\perp}{M}\ ;\ u_3\left(\frac{E}{M} - \frac{\Delta^2}{ME}\right) + \frac{\vec{u}_\perp\vec{\Delta}_\perp}{M}\left(1 - \frac{M}{E}\right),\ u_3\left(\frac{P}{M} - \frac{\Delta^2}{2ME}\right) + \frac{\vec{\Delta}_\perp\vec{u}_\perp}{M}\right). \qquad (6)$$

Будем искать решение уравнений (I) и (2) в виде

$$\Phi_\mu(x) = e^{ipx}\, W_\mu(x), \qquad (7)$$

где $W_\mu(x)$ – медленно меняющаяся функция от x, удовлетворяющая граничному условию

$$\lim_{z\to-\infty} W_\mu(x) = a_\mu. \qquad (8)$$

Делая асимптотическое разложение, вид которого подсказывают формулы (6) и (8)

$$W_\mu(x) = \frac{E}{M} W_\mu^{(0)} + W_\mu^{(1)} + \frac{M}{E} W_\mu^{(2)} + \ldots \tag{9}$$

подставляя (7) и (9) в (I) и (2) и приравнивая к нулю выражение при одинаковых степенях E, получим

$$p_\mu W_\mu = 0 \quad \text{или} \quad E\,(W_0^{(0)} - W_3^{(0)}) \equiv E\,W_-^{(0)} = 0 + o\left(\frac{M^2}{E}\right) \tag{I0}$$

$$-2ip_\mu \mathcal{D}_\mu \frac{E}{M} W_\nu^{(0)} + i\,p_\nu \mathcal{D}_\mu \frac{E}{M} W_\mu^{(0)} + p_\mu p_\nu W_\mu^{(1)} = 0 \tag{II}$$

$$\mathcal{D}_\mu \mathcal{D}_\mu \frac{E}{M} W_\nu^{(0)} + 2ip_\mu \partial_\mu W_\nu^{(1)} - \mathcal{D}_\mu \mathcal{D}_\nu \frac{E}{M} W_\mu^{(0)} - i[p_\mu, \mathcal{D}_\nu]_+ W_\mu^{(1)} + p_\mu p_\nu \frac{M}{E} W_\mu^{(2)} + ie\varkappa \frac{E}{M} W_\mu^{(0)} F_{\mu\nu} = 0 \tag{I2}$$

$$\mathcal{D}_\nu \frac{E}{M} W_\nu^{(0)} + ip_\nu W_\nu^{(1)} = \frac{ie}{M^2}\left[(\varkappa - 1) F_{\mu\nu}\left(\mathcal{D}_\nu \frac{E}{M} W_\mu^{(0)} + ip_\nu W_\mu^{(1)}\right) + \varkappa \frac{E}{M} W_\mu^{(0)} \partial_\nu F_{\mu\nu}\right]. \tag{I3}$$

Уравнение (II) при $\nu = 1,2$ даёт

$$(p_\mu \partial_\mu - i p_\mu e A_\mu)\, \vec{W}_\perp^{(0)} = 0,$$

откуда

$$\vec{W}_\perp^{(0)}(z') = \vec{a}_\perp\, T\exp\left\{ie\int_{-\infty}^{z'} \frac{p_\mu}{p} A_\mu\left(\vec{x}_\perp, z'', s - \frac{E}{p} z''\right) dz''\right\},$$

где сделана следующая замена переменных

$$\begin{cases} s = \dfrac{E}{p} z + t \\ z' = z \end{cases} \qquad \mathcal{D}\left(\frac{z, t}{z', s}\right) = 1\,. \tag{I4}$$

В пределе больших E $\vec{a}_\perp = 0$, поэтому

$$\vec{W}_\perp^{(0)} = 0 + o\left(\frac{M}{E}\right). \tag{I5}$$

Из (I0) и (I5) для произвольного вектора C получаем

$$\frac{E}{M} C_\mu W_\mu^{(0)} = \frac{p_\mu C_\mu}{M} W_0^{(0)} + o\left(\frac{M}{E}\right). \tag{I6}$$

Уравнение (II) для $\nu = 0$ теперь можно записать в виде

$$iE\,W_-^{(1)} - \frac{p_\mu \mathcal{D}_\mu}{M} W_0^{(0)} = 0. \tag{I7}$$

С помощью (4), (I7) и антисимметричности $F_{\mu\nu}$ получаем приближённые выражения уравнений (I2) и (I3)

$$2ip_\mu \mathcal{D}_\mu \left(\vec{W}_\perp^{(1)} + i\frac{\vec{\mathcal{D}}_\perp}{M} W_0^{(0)}\right) - \frac{ie(1-\varkappa)}{M} (p_\mu \vec{F}_{\mu\perp})\, W_0^{(0)} = 0. \tag{I8}$$

$$2ip_\mu \mathcal{D}_\mu W_0^{(0)} - \frac{e\varkappa}{M^2} W_0^{(0)} \partial_\nu p_\mu F_{\mu\nu} - \frac{ie(\varkappa-1)}{M} p_\mu \vec{F}_{\mu\perp}\left(\vec{W}_\perp^{(1)} + i\frac{\vec{\mathcal{D}}_\perp}{M} W_0^{0}\right) = 0, \tag{I9}$$

Используя дополнительные условия для внешнего поля A_μ,

$$\partial_\mu A_\mu = 0$$

получим, что

$$\partial_\nu p_\mu F_{\mu\nu} = \left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) p_\mu A_\mu \equiv \partial^2 p_\mu A_\mu\,.$$

Вводя замену переменных (I4) и обозначения

$$\vec{\mathcal{F}}_\perp = \vec{W}_\perp + i\frac{\vec{\mathcal{D}}_\perp}{M} W_0^{(0)};\ \mathcal{F}_3 = W_0^{(0)};\ \mathcal{F} = \begin{pmatrix} \mathcal{F}_x \\ \mathcal{F}_y \\ \mathcal{F}_z \end{pmatrix}, \tag{20}$$

уравнения (I8) и (I9) сведём к

$$\frac{\partial}{\partial z'} \mathcal{F} - \mathcal{A}\mathcal{F} = 0,$$

где

$$\mathcal{A} = \left[ieI - i\frac{e(\varkappa-1)}{2M}(\vec{S} \times \vec{\partial}_\perp)\frac{\vec{p}}{p} - i\frac{e\varkappa}{2M^2}\partial^2 \Pi_3\right]\frac{p_\mu A_\mu}{p} \tag{2I}$$

I – единичная матрица, S – оператор спина

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \qquad S_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Π_3 – проекционный оператор на состояние с нулевой спиральностью

$$\Pi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение этого уравнения имеет вид упорядоченной экспоненты. Подчеркнём, что все функции ($\mathcal{F}$, $F_{\mu\nu}$, A_μ) в этом уравнении зависят от z' и s следующим образом:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}\left(x, y, z', s - \frac{E}{P} z'\right).$$

Общим условием обращения упорядоченной экспоненты в обычную экспоненту является

$$[A(z_1'), A(z_2')] = 0.$$

В частности, оно выполняется для не зависящих от z' внешних полей. В дальнейшем будем считать, что внешнее поле выбрано надлежащим образом и общее решение уравнения (2I) сводится к

$$\mathcal{F} = \exp\left\{ \int_{-\infty}^{z'} dz'' \mathcal{A}(z'') \right\} \mathcal{F}(-\infty). \qquad (22)$$

Причём, в силу граничного условия (8)

$$\mathcal{F}(-\infty) = v.$$

3. Амплитуда рассеяния

Перейдём к вычислению амплитуды рассеяния. Как мы убедимся ниже, она будет выражаться через функции $\mathcal{F}$. Воспользуемся известной формулой/4,7/

$$\mathcal{M}_{fi} = 2iE \int d\vec{x}_\perp dt\, e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{x}_\perp} \lim_{z\to\infty} (b_\nu^* W_\nu - b_\nu^* a_\nu),$$

которую удобнее переписать в следующем виде:

$$\mathcal{M}_{fi} = 2iE \int d\vec{x}_\perp dt\, e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{x}_\perp} \lim_{z'\to\infty} (-b_3^* W_- - b_-^* W_0 + \vec{b}_\perp^* \vec{W}_\perp - b_\nu^* a_\nu). \qquad (23)$$

Найдём $\lim\limits_{z'\to\infty} W_-$, исходя из уравнений движения (I) и дополнительного условия (2), предполагая, что внешнее поле на бесконечности обращается в нуль. Уравнения (I) и (2) в этом случае будут описывать свободную частицу, т.е. при $z \to \infty$

$$\begin{cases} (\partial_\mu \partial_\mu + 2 i p_\mu \partial_\mu) W_\nu = 0 \\ (\partial_\mu + i p_\mu) W_\mu = 0. \end{cases} \qquad (24)$$

Если в первом уравнении пренебречь вторыми производными по времени и координате z , по сравнению с первыми производными, умноженными на энергию налетающей частицы, то получим

$$\lim_{z\to\infty} W_- = \frac{\vec{\nabla}_\perp^2}{2p^2} W_3 - i \frac{\vec{\nabla}_\perp}{P} \vec{W}_\perp + \left(1 - \frac{E}{P}\right) W_0 - \frac{i}{P}\left(\frac{E}{P} \frac{\partial W_3}{\partial t} - \frac{\partial W_0}{\partial t}\right).$$

Разлагая импульс в ряд по степеням E и оставляя лишь первые члены, будем иметь

$$\lim_{z\to\infty} W_- = \frac{\vec{\nabla}_\perp^2}{2p^2} W_3 - i \frac{\vec{\nabla}_\perp}{P} \vec{W}_\perp - \frac{M^2}{2E^2} W_0 + i \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{P} W_-, \qquad (25)$$

Пользуясь асимптотическим разложением (9), получим, что

$$\lim_{z\to\infty} W_-^{(1)} = 0 + 0\left(\frac{M}{E}\right).$$

При подстановке (25) в выражение для амплитуды (23) член с производной по времени даст в старшем порядке по E

$$u_3^* \frac{E}{M}\frac{1}{p} W_- \Big|_{-\infty}^{\infty} = - u_3^* \frac{1}{M}\left(\lim_{z\to-\infty} W_- - \lim_{z\to\infty} W_- \right) = $$
$$= u_3^* \frac{1}{M} \lim_{z\to\infty} W_- ,$$

где было использовано граничное условие (8) и явный вид векторов поляризации (6). Так как при любых z выполняется условие (10) и при $z\to\infty$ $W_-^{(1)}=0$, то от последнего члена в (25) вклада в амплитуду не будет. Используя (6), производя интегрирование по частям по переменной $\vec{x}_\perp$ и оставляя члены одного порядка малости, получим для амплитуды рассеяния формулу

$$m_{fi} = 2iE\int d\vec{x}_\perp dt\, e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{x}_\perp} \lim_{z'\to\infty} \left(\vec{u}^* \vec{\mathcal{F}} - \vec{u}^* \vec{v}\right). \qquad (26)$$

Или, учитывая явный вид $\mathcal{F}$ из (22), будем иметь:

$$m_{fi} = 2iE\int d\vec{x}_\perp dt\, e^{-i\vec{\Delta}_\perp \vec{x}_\perp} u_i^* \left(\Gamma_{ij} - \delta_{ij}\right) v_j \ , \qquad (27)$$

где

$$\Gamma_{ij} = \left\{ \exp\left[\int_{-\infty}^{\infty} dz' \mathcal{A}(z') \right] \right\}_{ij} . \qquad (28)$$

Если учесть, что гиромагнитное отношение g в теории Прока связано с $\varkappa$ отношением $g=\varkappa+1$, то выражение (27) в операторном смысле является обобщением соответствующего выражения для спинорных частиц /2,4/ на случай, когда имеются состояния частицы с нулевой спиральностью. Для $\varkappa=0,1$ выражение (27) совпадает с результатами работ /7,8/. Из полученных выражений видно, что спиральность сохраняется для $\varkappa=1$ или $g=2$, что согласуется с более общими результатами работы Вайнберга /6/, где рассматривалось рассеяние быстрых частиц с произвольным спином и произвольным аномальным магнитным моментом. Амплитуда (27) от-

личается от результатов работы Вайнберга слагаемым в фазе со второй производной от потенциала. Метод вычисления в работе (6) состоит в суммировании ряда теории возмущений и связан с определением вершинной функции как оператора тока в одночастичных состояниях. Поскольку вершинная функция строится Вайнбергом с точностью до членов второго порядка по передаче импульса, то в фазе отсутствуют слагаемые со второй производной от потенциала. Эти слагаемые могут дать значительный вклад в той области углов, где справедливо эйкональное приближение.

Далее для простоты ограничимся стационарными полями. В выражении (27) для аксиально-симметричного поля можно выполнить интегрирование по углам (см. Приложение), что даёт следующие выражения для спиральных амплитуд

$$\begin{cases} m_{++} = m_{--} = 4iE\pi\int_0^\infty \rho\, d\rho\, J_0(\Delta\rho)\left\{\frac{1}{2}e^{ie\chi_0}\left[1+e^{-i\frac{b}{2}}\left(\cos\lambda+\frac{ib}{2\lambda}\sin\lambda\right)\right]-1\right\} \\ m_{00} = 4iE\pi\int_0^\infty \rho\, d\rho\, J_0(\Delta\rho)\left\{e^{ie\chi_0}\left[\cos\lambda-\frac{ib}{2\lambda}\sin\lambda\right]e^{-i\frac{b}{2}}-1\right\} \\ m_{+0} = m_{0-} = -m_{-0} = -m_{0+} = \\ \qquad = 4iE\pi\int_0^\infty \rho\, d\rho\, \frac{i}{\sqrt{2}} J_1(\Delta\rho)\frac{a\sin\lambda}{\lambda}\, e^{-i\frac{b}{2}+ie\chi_0} \\ m_{+-} = m_{-+} = 4iE\pi\int_0^\infty \rho\, d\rho\, \frac{1}{2} J_2(\Delta\rho)\, e^{ie\chi_0}\left\{e^{-i\frac{b}{2}}\left[\cos\lambda+\frac{ib}{2\lambda}\sin\lambda\right]-1\right\}, \end{cases} \qquad (29)$$

где

$$a = \frac{e(\varkappa-1)}{2M}\frac{\partial}{\partial\rho}\chi_0(\rho) \ ; \quad b = e\frac{\varkappa}{2M^2}\frac{\partial^2}{\partial\rho^2}\chi_0(\rho)$$

$$\lambda = \sqrt{a^2+\frac{b^2}{4}} \ ; \quad \chi_0(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} dz\, \frac{p_\mu}{p} A_\mu(\rho, z) .$$

Выражения (29) являются основным результатом настоящей работы. Из выражений (21), (26) и (29) видно, что незаряженная векторная частица с гиромагнитным отношением $g = 2$ $(e=0, e\varkappa \neq 0, \varkappa = 1)$ будет рассеиваться, в основном, в состоянии с нулевой спиральностью

$$\mathcal{M}_{++} \sim \mathcal{M}_{+-} \sim \mathcal{M}_{+0} \sim 0 \qquad \mathcal{M}_{00} \neq 0.$$

Аналогичный эффект будет иметь место для заряженной частицы с произвольным $\varkappa \neq 0$, если выбрать внешнее поле с параметрами

$$e f_0 \sim s e^{-\frac{\rho}{R}} \quad ; \; \rho \gg \frac{1}{R} \gg M \; ; \; s < 1 \; ; \frac{s\varkappa}{(MR)^2} > 1 \, ,$$

Весь эффект определяется как раз тем слагаемым в фазе со второй производной от потенциала, которое отсутствует в работе [6].

Рассмотрим физическую картину рассеяния для "сильного" внешнего поля, которое выберем, например, в виде

$$e f_0 = s e^{-\frac{\rho}{R}} \qquad s \to \infty.$$

Этот случай представляет интерес, поскольку в последнее время для описания высокоэнергетического упругого рассеяния стали применять модели с эйкональной фазой, зависящей от энергии частицы степенным образом [4]. При этом физическая картина упругого рассеяния напоминает дифракцию Фраунгофера на чёрной сфере

$$\mathcal{M}_{++} = \mathcal{M}_{--} = \mathcal{M}_{00} \sim \int_0^{\rho_{max}} \rho \, d\rho \, J_0(\Delta\rho) \; ; \; \sigma_{tot} = 2\pi \rho_{max}^2 \, , \qquad (30)$$

где

$$\rho_{max} = R \ln s \, ,$$

так как множитель $e^{i e f_0(\rho)}$ ведёт себя под интегралом подобно ступенчатой функции $\theta(\rho - \rho_{max})$.

В "неупругих" амплитудах $\mathcal{M}_{+0}, \mathcal{M}_{+-}$ такое поведение эйкональной фазы приводит к тому, что основной вклад в интеграл (29) даёт периферическая область прицельных параметров $\rho > \rho_{max}$, где для выражений в квадратных скобках (29) справедливо борновское

приближение

$$\mathcal{M}_{+0} = 4 i E \pi \frac{i}{\sqrt{2}} \int_{\rho_{max}}^{\infty} \rho \, d\rho \, J_1(\Delta\rho) \, a(\rho)$$

$$\mathcal{M}_{-+} = i E \pi \int_{\rho_{max}}^{\infty} \rho \, d\rho \, J_2(\Delta\rho) \left(a^2(\rho) + \frac{1}{4} b^2(\rho)\right). \qquad (31)$$

Полученные выражения для "неупругих" амплитуд совпадают с амплитудами в абсорбционной модели Дара, Ваттса и Вайскопфа [9] для адронных квазиупругих реакций

$$\mathcal{M}_\lambda \sim \int_{R_{in}}^{\infty} \rho \, d\rho \, B_\lambda(\rho) J_n(\rho) \, ,$$

где $B_\lambda(\rho)$ получено из борновского приближения, n – изменение спиральности.

Выражения, аналогичные (30),(31), получаются также для амплитуды рассеяния дираковской частицы. Таким образом, рассмотренная квазиклассическая модель подтверждает точку зрения, согласно которой чисто упругое рассеяние играет основную роль в механизме поглощения при неупругих процессах [13].

В частности, эта модель указывает на то, что эффективные радиусы в феноменологических моделях [4,9], описывающих упругие и неупругие процессы, совпадают

$$R_{el} = R_{in} \quad \text{где} \quad R_{el} = \sqrt{\frac{\sigma_{tot}}{2\pi}} \, ,$$

что подтверждается на эксперименте, например [9], для πp -рассеяния в области импульсов налетающих частиц порядка 5 Гэв мы имеем

$$R_{el} \simeq 0.7 \, fm \qquad R_{in} \simeq 0.9 \, fm. ,$$

В заключение авторы выражают благодарность Б.М. Барбашову, Д.И. Блохинцеву и В.В. Нестеренко за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим аксиально-симметричное внешнее поле

$$A(x_\perp, t) = A(\rho) \; ; \; \vec{x}_\perp = \rho \vec{n} \; ; \; \vec{n} = (\cos\varphi, \sin\varphi).$$

Выражения (22) для $\mathcal{F}$ представим в более удобном виде

$$\lim_{z'\to\infty} \mathcal{F} = e^{i e \chi \cdot I} e^{u} v,$$

где

$$u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -a n_1 \\ 0 & 0 & -a n_2 \\ a n_1 & a n_2 & -i b \end{pmatrix}.$$

Из равенства

$$u^3 = -i b u^2 - a^2 u$$

видно, что e^{u} фактически зависит лишь от I, u, u^2.

Для нахождения явного вида этой зависимости введём параметр α и представим $e^{\alpha u}$ в виде

$$e^{\alpha u} = f_1(\alpha) u + f_2(\alpha) u^2 + I,$$

где $f_1(\alpha)$ и $f_2(\alpha)$ -неизвестные функции, причём $f_1(0) = f_2(0) = 0$. Дифференцируя это разложение по α и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях матрицы, получаем систему уравнений для $f_1(\alpha)$ и $f_2(\alpha)$

$$f_1(\alpha) - i b f_2(\alpha) = f_2'(\alpha) \; ; \; f_1(0) = f_2(0) = 0$$

$$1 - a^2 f_2(\alpha) = f_1'(\alpha) \; ; \; f_1'(0) = 1 ; \; f_2'(0) = 0 .$$

Решением этой системы при $\alpha = 1$ является

$$f_2 = -\frac{1}{a^2}\left[-1 + \cos\lambda \, e^{-i\frac{b}{2}} + \frac{i b}{2\lambda} \sin\lambda \, e^{-i\frac{b}{2}}\right]$$

$$f_1 = i b f_2 + \frac{\sin\lambda}{\lambda} e^{-i\frac{b}{2}} ;$$

Используя интегральное представление для функций Бесселя

$$2\pi J_n(z) = i^{-n} \int_0^{2\pi} e^{i z \cos\varphi} \cos n\varphi \, d\varphi$$

и производя интегрирование по φ в (27), получим выражения (29).

Литература:

I. R.J.Glauber, Lectures in Theoretical Physic (Interscience, New York, 1959), vol. I.

2. В.Н. Первушин, ТМФ, 4, 22 (1970), 9, 264 (1971).

3. С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян, ТМФ, 2, 83 (1970).

4. Б.М. Барбашов, Д.И. Блохинцев, В.В. Нестеренко, В.Н. Первушин, ЭЧАЯ 4, 223 (1973). (см. также ссылки в этой работе).
Б.М. Барбашов, В.В. Нестеренко ОИЯИ Р2-7372, Дубна, 1973.

5. B.M. Barbashev, S. P. Kuleshev, V.A. Matveev, V.N. Pervushin, A.N. Sissakian, A.N. Tavkhelidze, Phys. Lett. 33B, 484 (1971).

6. S.Weinberg, Phys.Lett.37B, 494 (1972).

7. H.Cheng and T.T.Wu Phys. Rev. D5, 445 (1972).

8. M.Ta-Chung, Phys. Rev. D6, 1169 (1972).

9. A.Dar, T.L.Watts, V.F.Weisskopf. Nucl. Phys. B13, 477 (1969).

10. И.Б. Хриплович. ЯФ 16, 823 (1972).

11. T.D.Lee and C.N.Yang. Phys. Rev. 128, 885 (1962).

12. С.Газиорович. Физика элементарных частиц. "Наука", М., 1969.

13. Р. Иден. Соударение элементарных частиц при высоких энергиях, 360 "Наука", М., 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 октября 1973 года.