

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



C323.3
H-972

11/II, 74

P2 - 7493

517/2-74

Н.Е. Ньюнко, Ю.Н. Тюхтяев, Р.Н. Фаустов

ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЯДРА
НА ТОНКУЮ СТРУКТУРУ ВОДОРОДА

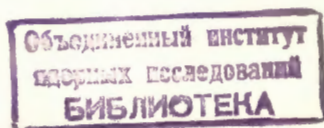
1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7493

Н.Е. Нюнько*, Ю.Н. Тюхтяев*, Р.Н. Фаустов

ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЯДРА
НА ТОНКУЮ СТРУКТУРУ ВОДОРОДА



* Саратовский государственный университет

Нюнько Н.Е., Тухтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н.

P2 - 7493

Влияние движения ядра на тонкую структуру водорода

В рамках квазипотенциального метода рассмотрено влияние двухфотонного обмена на тонкую структуру уровней энергии водородоподобного атома для точечных частиц с произвольными массами.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1973

Nyun'ko N.E., Tyukhtyaev Yu.N., Faustov R.N.

P2 - 7493

The Influence of the Nucleus Motion on the
Fine Structure of a Hydrogenic Atom

In the framework of the quasipotential method the influence of the two-photon exchange on the fine structure of energy levels of a hydrogenic atom is considered for the case of pointlike particles with arbitrary masses.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

Хорошо известны преимущества квазипотенциального метода Логунова и Тавхелидзе^{/1/} в решении задачи об уровнях энергии водородоподобных атомов^{/2/} по сравнению с другими подходами.

Этот метод позволяет совмещать простоту и наглядность трехмерного описания нерелятивистской квантовой механики (уравнения Шредингера) с ковариантным аппаратом квантовой теории поля (электродинамики)^{/3/}. Квазипотенциальное уравнение было с успехом применено для вычисления сверхтонкой структуры атомов позитрония и водорода^{/2,4/}.

Близкий метод, под названием "модели эффективного потенциала", использован Гротчем и Йенни^{/5/} для получения поправок к тонкой структуре атома водорода. Рассмотрение здесь, однако, существенно усложняется из-за наличия инфракрасных расходимостей, которые не дают вклада в сверхтонкое расщепление. В упомянутой работе^{/5/} устранение инфракрасных особенностей произведено в рамках нековариантного трехмерного формализма старой теории поля, в то время как для вычисления других частей потенциала привлечен обычный четырехмерный формализм диаграмм Фейнмана. Кроме того, как отмечают сами авторы работы^{/5/}, в рамках предложенной схемы не сформулирована последовательная процедура (алгоритм) построения оператора потенциала (именно поэтому использован термин "модель") и нарушена симметрия в описании обеих частиц.

Недавно удалось развить весьма общий четырехмерный метод суммирования вклада мягких (инфракрасных) фотонов, основанный на новом уравнении типа Дайсона для двухчастичной функции Грина^{/6/}. Этот метод был успешно использован в рамках квазипотенциального подхода для строгого доказательства отсутствия инфракрасных особенностей в сверхтонком расщеплении позитрония^{/7/}.

Здесь мы применим указанный формализм для нового вычисления

поправок порядка $(Z\alpha)^5$ к тонкой структуре водородоподобных атомов без разложения по параметру отношения масс частиц. Поскольку тонкое расщепление (fs) имеет порядок $(Z\alpha)^4$, то интересующие нас поправки имеют относительный порядок $Z\alpha(fs)$. Впервые эти поправки были получены численно в работе Солпитера^{/8/}, а в аналитическом виде для произвольных масс частиц в работе Фултона и Мартина^{/9/}.

Для получения поправок к уровням энергии нужного нам порядка необходимо найти вклад в квазипотенциал диаграмм двухфотонного обмена между частицами связанной системы (рис. 1). Все рассмотрение удобно производить в так называемой кулоновской калибровке, где имеется явное разделение кулоновских и поперечных фотонов. Такое разделение сильно упрощает вычисления, несмотря на отсутствие явной релятивистской ковариантности. Это в первую очередь связано с тем, что инфракрасные особенности содержатся лишь в части квазипотенциала, отвечающей обмену одним поперечным и одним кулоновским фоном.

В дальнейшем мы будем рассматривать водородоподобную систему двух связанных частиц со спинами $1/2$ и произвольными массами m_1 и m_2 в рамках квантовой электродинамики.

Общая схема квазипотенциального метода для этого случая подробно изложена в обзоре^{/2/} и работах^{/4/}, куда мы отсылаем читателя, интересующегося деталями. Здесь же мы приведем только основные нужные нам формулы. Квазипотенциальное уравнение типа Шредингера имеет вид (в системе центра масс):

$$(E - \sqrt{p^2 + m_1^2} - \sqrt{p^2 + m_2^2}) \Psi(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q V(\vec{p}, \vec{q}; E) \Psi(\vec{q}). \quad (1)$$

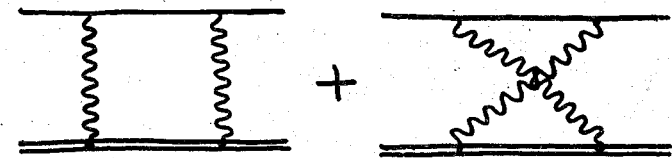


Рис. 1.

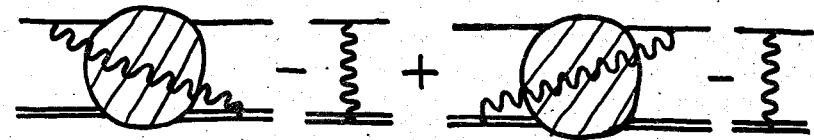


Рис. 2.

Квазипотенциал V можно построить по теории возмущений:

$$V = V_{1\gamma} + V_{2\gamma} + \dots, \quad (2)$$

где величины $V_{1\gamma}$ и $V_{2\gamma}$ соответствуют одно- и двухфотонному обмену. В свою очередь, из потенциала однофотонного обмена удобно выделить явно кулоновский потенциал (как исходное приближение):

$$V_{1\gamma} = T_{1\gamma} = V_c + \Delta V_{1\gamma}, \quad (3)$$

где

$$V_c(\vec{p}, \vec{q}) = -\frac{4\pi Z\alpha}{(\vec{p} - \vec{q})^2}, \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi}.$$

Потенциал двухфотонного обмена определяется следующим образом:

$$V_{2\gamma} = T_{2\gamma} - V_{1\gamma} G_f V_{1\gamma}, \quad (4)$$

где G_f - функция Грина свободных частиц,

$$G_f(\vec{p}, \vec{q}) = (2\pi)^3 \delta(\vec{p} - \vec{q}) F(p); \quad F^{-1}(p) = E - \sqrt{p^2 + m_1^2} - \sqrt{p^2 + m_2^2},$$

$$V G_f V = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k V(\vec{p}, \vec{k}) F(k) V(\vec{k}, \vec{q}).$$

Интересующая нас поправка к уровням энергии с учётом члена второго порядка теории возмущений для уравнения типа Шредингера имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta E_{2\gamma} &= \langle V_{2\gamma} + \Delta V_{1\gamma} G_f \Delta V_{1\gamma} \rangle = \\ &= \langle T_{2\gamma} - V_c G_f V_c - V_c G_f \Delta V_{1\gamma} - \Delta V_{1\gamma} G_f V_c \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

где введено обозначение

$$\langle V \rangle = \frac{1}{(2\pi)^6} \int d^3p d^3q \Psi_c^*(\vec{p}) V(\vec{p}, \vec{q}) \Psi_c(\vec{q}),$$

а $\Psi_c(\vec{p})$ - кулоновские волновые функции в приближении типа Паули.

Выражение для амплитуды двухфотонного обмена $T_{2\gamma}$ имеет следующую структуру (в системе центра масс):

$$T_{2\gamma}(\vec{p}, \vec{q}; \mathcal{P}) = \bar{u}_1(\vec{p}) \bar{u}_2(-\vec{p}) M(\vec{p}, \vec{q}; \mathcal{P}) u_1(\vec{q}) u_2(-\vec{q}),$$

где

$$\begin{aligned} M(\vec{p}, \vec{q}; \mathcal{P}) &= i \frac{(Z\alpha)^2}{\pi^2} \int d^4k D^{\mu\nu}(k-p) \gamma_{\mu} S_1(\eta_1 \mathcal{P} + k) \gamma_{\nu} [\gamma_{\nu} S_2(\eta_2 \mathcal{P} - k) \gamma_{2\sigma} + \\ &+ \gamma_{2\sigma} S_2(\eta_2 \mathcal{P} + k - p - q) \gamma_{2\nu}] D^{\lambda\sigma}(k-q), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{1,2} &= \eta_{1,2} \mathcal{P} \pm p; \quad \eta_{1,2} = \eta_{1,2} \mathcal{P} \pm q; \quad \eta_{1,2} = \frac{m_{1,2}}{m_1 + m_2}, \\ \mathcal{P} &= (E, \vec{\sigma}); \quad p = (0, \vec{p}); \quad q = (0, \vec{q}); \quad k = (k_0, \vec{k}), \end{aligned} \quad (6)$$

$$S_{1,2}^{-1}(p) = p \cdot \gamma_{1,2} - m_{1,2},$$

$u_{1,2}(\vec{p})$ - положительно частотные дираковские спиноры, нормированные условием $\bar{u}u = 1$. Для фотонного пропагатора $D^{\mu\nu}(k)$, как уже упоминалось выше, удобно использовать кулоновскую калибровку:

$$\begin{aligned} D^{00}(k) &\equiv D_c(k) = -\frac{1}{k^2}, \quad D_T^{ij}(k) = -\frac{1}{k_0^2 - k^2} \perp^{ij}(\vec{k}), \quad D^{oi} = D^{io} = 0, \\ \perp^{ij}(\vec{k}) &= \delta_{ij} - \frac{k^i k^j}{k^2}; \quad i, j = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (7)$$

При этом выражение для амплитуды $T_{2\gamma}$ естественным образом разбивается на три части, соответствующие обмену двумя кулоновскими, кулоновским и поперечным и двумя поперечными фотонами:

$$T_{2\gamma} = T_{cc} + T_{ct} + T_{tt} \quad (8)$$

$$M = M_{cc} + M_{ct} + M_{tt}.$$

При вычислении вклада в квазипотенциал от этих трёх частей приходится использовать различного рода приближения. Из-за наличия инфракрасных особенностей область интегрирования по виртуальному импульсу $|\vec{k}|$ нужно разбить на низко- и высокочастотную части. Параметр λ , определяющий границу между этими двумя частями, удобно выбрать таким, чтобы

$$\mu (Z\alpha)^2 \ll \lambda \ll \mu, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (9)$$

Таким образом,

$$\int d^3k d^3k_0 = \left[\int_{|\vec{k}| < \lambda} d^3k + \int_{|\vec{k}| > \lambda} d^3k \right] \int_{-\infty}^{\infty} dk_0. \quad (10)$$

В высокочастотной области можно пренебречь эффектами "связанности" в промежуточных виртуальных состояниях. Начнём с амплитуды обмена двумя кулоновскими фотонами. Для получения вклада требуемого порядка здесь достаточно положить

$$\vec{p} = \vec{q} \cong 0, \quad W = E - m_1 - m_2 \cong 0,$$

поскольку для водородоподобного атома $\langle \vec{p}^2 \rangle \sim |W| \sim (\mu Z\alpha)^2$. При этом выражение для амплитуды T_{cc} принимает простой вид и легко вычисляется:

$$T_{cc}^{>(0,0)} = i \frac{(Z\alpha)^2}{\pi^2} \int \frac{d^3k}{k^4} \int \frac{dk_0}{(m_1 + k_0)^2 - k^2 - m_1^2} \left[\frac{4m_1 m_2 + 2(m_2 - m_1)k_0 - k_0^2}{(m_2 - k_0)^2 - k^2 - m_2^2} + \frac{4m_1 m_2 + 2(m_1 + m_2)k_0 + k_0^2}{(m_2 + k_0)^2 - k^2 - m_2^2} \right] =$$

$$= -\frac{16\mu(Z\alpha)^2}{3\lambda^3} + \frac{4(Z\alpha)^2}{\lambda(m_1 + m_2)} - \frac{4(Z\alpha)^2}{3m_1 m_2},$$

$$k = |\vec{k}|. \quad (II)$$

Найдём теперь соответствующий вклад вычитаемой итерации в выражение (5) для поправки к уровням энергии. Нужная часть квазипотенциала однофотонного обмена

$$\Delta V_{1\gamma}(\vec{p}, \vec{q}) = -\frac{4\pi Z\alpha}{(\vec{p} - \vec{q})^2} \left[\frac{p^2 + q^2}{2m_1 m_2} - \frac{(p^2 - q^2)^2}{4m_1 m_2 (\vec{p} - \vec{q})^2} - \frac{(\vec{p} - \vec{q})^2}{8\mu^2} \right]. \quad (I2)$$

Таким образом, в принятом выше приближении

$$\left[V_c G_f V_c + V_c G_f \Delta V_{1\gamma} + \Delta V_{1\gamma} G_f V_c \right] \cong$$

$$\cong 2 \frac{(Z\alpha)^2}{\pi} \int_{k > \lambda} \frac{d^3k}{k^2 (m_1 + m_2 - \sqrt{m_1^2 + k^2} - \sqrt{m_2^2 + k^2})} \left[\frac{1}{2m_1 m_2} - \frac{1}{4\mu^2} + \frac{1}{k^2} \right] \cong$$

$$\cong -\frac{16\mu(Z\alpha)^2}{3\lambda^3} + \frac{4(Z\alpha)^2}{\lambda(m_1 + m_2)}. \quad (I3)$$

Подставляя выражения (II) и (I3) в равенство (5), мы видим, что зависящие от параметра λ члены взаимно уничтожаются, и в результате мы получаем поправку

$$\Delta E_{cc} = -\frac{4(Z\alpha)^2}{3m_1 m_2} \left| \Psi_c(r=0) \right|^2 = -\frac{4(Z\alpha)^5 \mu^3}{3\pi m_1 m_2 n^3} \delta_{l0},$$

$$n = 1, 2, \dots, \quad l = 0, 1, \dots, n-1. \quad (I4)$$

Эта поправка приводит к сдвигу лишь S -уровней с $l=0$ и совпадает с результатами работ^{5,8,9/}.

Перейдём к рассмотрению вклада обмена двумя поперечными фото-

нами в тонкую структуру уровней энергии. В высокочастотной области достаточно, как и прежде, положить $\vec{p} = \vec{q} \approx 0$ и $E \approx m_1 + m_2$. Тогда выражение для соответствующей части амплитуды рассеяния принимает вид:

$$\begin{aligned} T_{TT}^{>}(0,0) &= \frac{2(Z\alpha)^2}{i\pi} \int_{k > \lambda} d^3k \int \frac{dk_0 k_0^2}{(k_0^2 - k^2) [(m_1 + k_0)^2 - k^2 - m_1^2]} \left[\frac{1}{(m_2 - k_0)^2 - k^2 - m_2^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(m_2 + k_0)^2 - k^2 - m_2^2} \right] = \\ &= \frac{2(Z\alpha)^2}{m_1 m_2} \left[\ln \frac{2\lambda}{\mu} + \frac{m_1^2 \ln \eta_1 - m_2^2 \ln \eta_2}{m_1^2 - m_2^2} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

В низкочастотной области уже нельзя пренебречь внешними импульсами \vec{p} и \vec{q} , но можно по-прежнему считать $E \approx m_1 + m_2$. В этом случае мы находим:

$$\begin{aligned} T_{TT}^{<}(\vec{p}, \vec{q}) &= \frac{(Z\alpha)^2}{i\pi^2} \int_{k < \lambda} d^3k dk_0 k_0^2 D_T^{ij}(k_0, \vec{k}_p) D_T^{ln}(k_0, \vec{k}_q) \left[\frac{\epsilon_{4i} \epsilon_{2j} \epsilon_{4l} \epsilon_{2n}}{(m_1 + k_0)^2 - k^2 - m_1^2} \frac{1}{(m_2 - k_0)^2 - k^2 - m_2^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\epsilon_{4i} \epsilon_{2n} \epsilon_{4l} \epsilon_{2j}}{(m_2 + k_0)^2 - (k - \vec{p} - \vec{q})^2 - m_2^2} \right] = \\ &= -\frac{(Z\alpha)^2}{4\pi m_1 m_2} \int_{k < \lambda} \frac{d^3k \perp^{ij}(\vec{k}_p) \perp^{ln}(\vec{k}_q)}{k_p k_q (k_p + k_q)} \left[\epsilon_{4i} \epsilon_{2j} \epsilon_{4l} \epsilon_{2n} + \right. \\ &\quad \left. + \epsilon_{4i} \epsilon_{2n} \epsilon_{4l} \epsilon_{2j} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

где $\vec{k}_p = \vec{k} - \vec{p}$, $\vec{k}_q = \vec{k} - \vec{q}$, $\perp^{ij}(\vec{k}) = \delta_{ij} - \frac{k^i k^j}{k^2}$.
Не зависящая от спинов часть амплитуды

$$T_{TT}^{<}(\vec{p}, \vec{q}) = -\frac{(Z\alpha)^2}{2\pi m_1 m_2} \int_{k < \lambda} \frac{d^3k}{k_p k_q (k_p + k_q)} \left[1 + \frac{(\vec{k}_p \cdot \vec{k}_q)^2}{k_p^2 k_q^2} \right]. \quad (17)$$

Соответствующий матричный элемент $\langle T_{TT}^{<} \rangle$, определяющий сдвиг уровней энергии в равенстве (5), в точности совпадает с выражениями (4.27) работы^{/9/} и (4.34) работы^{/5/}. В частности, для $2S$ -состояния, согласно работе^{/9/}, мы имеем:

$$\begin{aligned} \Delta E_{TT}^{<}(2S) &= \langle T_{TT}^{<} \rangle_{2S} = \\ &= 2 \frac{(Z\alpha)^2}{m_1 m_2} |\Psi_{1c2S}(r=0)|^2 \left[\ln \frac{4Z\alpha}{2\lambda} + \frac{7}{4} + \frac{4}{3}(1 - \ln 2) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Складывая величину $\Delta E_{TT}^{<}$ с поправкой к $2S$ -уровням энергии

$$\Delta E_{TT}^{>}(2S) = \langle T_{TT}^{>} \rangle_{2S},$$

где $T_{TT}^{>}$ дается выражением (15), мы получим полный вклад обмена двумя поперечными фотонами в сдвиг $2S$ -уровня:

$$\begin{aligned} \Delta E_{TT}(2S) &= \frac{(Z\alpha)^5 \alpha^3}{4\pi m_1 m_2} \left[\ln(Z\alpha) + \frac{7}{4} + \frac{4}{3}(1 - \ln 2) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} (m_1^2 \ln \eta_1 - m_2^2 \ln \eta_2) \right], \quad \eta_{1,2} = \frac{m_{0,2}}{m_1 + m_2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Как и следовало ожидать, зависимость от параметра λ исчезла.

Наибольшие трудности представляет вычисление вклада в сдвиг уровней от обмена кулоновским и поперечным фотонами. Здесь инфракрасную особенность удаётся устранить лишь с помощью явного учёта эффектов "связанности", т.е. суммирования многократных об-

менов кулоновскими фотонами в виртуальных промежуточных состояниях. Для этой цели мы воспользуемся методом, предложенным в работе^{6/}, что приводит нас к рассмотрению вклада диаграмм, изображённых на рис. 2. Аналитические выражения для них имеют вид:

$$M_{CT}(p, q) = \frac{Z\alpha}{4\pi^3} \int d^4k \mathcal{D}_T^{ij}(k) \gamma_{1i} S_2^{-1}(p_2) \Delta G_C(p - \eta_2 k, q + \eta_1 k; p - k) S_1^{-1}(q) \gamma_{2j} +$$

$$+ (1 \leftrightarrow 2),$$

где

$$\Delta G_C = G_C - G_0, \quad G_0 = S_1 S_2, \quad (20)$$

G_C и G_0 - соответственно кулоновская и свободная двухчастичная функция Грина.

Поскольку энергия связи водородоподобного атома мала, то все эффекты "связанности" проявляются лишь в низкочастотной области $|\vec{k}| < \lambda$, где мы можем использовать нерелятивистскую кулоновскую функцию Грина. После интегрирования по нулевой компоненте мы найдём:

$$T_{CT}^<(p, q) = \frac{Z\alpha}{2\pi^2} \int_{k < \lambda} \frac{d^3k}{k} I^{ij}(k) \bar{u}_1(p) \gamma_{1i} u_1(p - \vec{k}) [G_C^{NR}(p - \eta_2 \vec{k}, q + \eta_1 \vec{k}; E - k) -$$

$$- \frac{(2\pi)^3 \delta(\vec{p} - \vec{q} - \vec{k})}{\varepsilon_1(p) - \varepsilon_1(q) - k}] \bar{u}_2(-\vec{q} - \vec{k}) \gamma_{2j} u_2(-\vec{q}) + (1 \leftrightarrow 2), \quad (21)$$

где

$$G_C^{NR}(p, q; E) = \sum_n \frac{\Psi_{cn}^*(\vec{p}) \Psi_{cn}(\vec{q})}{E - E_n + i0},$$

$$\varepsilon_{1,2}(p) = \sqrt{m_{1,2}^2 + p^2}, \quad k = |\vec{k}|,$$

$\Psi_{cn}^*(\vec{p})$ - нерелятивистские кулоновские волновые функции в импульсном пространстве. Соответствующая поправка к уровням энергии после дополнительных преобразований принимает знакомый вид^{10/}:

$$E_{CT}^< = \frac{4(Z\alpha)}{3\pi m_1 m_2} \int_0^\lambda dk \sum_n \frac{|\langle l | \vec{p} | n \rangle|^2 (E_l - E_n)}{E_l - E_n - k + i0}, \quad (22)$$

где

$$\langle l | \vec{p} | n \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3p \Psi_{cl}^*(\vec{p}) \vec{p} \Psi_{cn}(\vec{p}).$$

Интеграл по k легко берётся, и действительная часть поправки (22) даёт сдвиг уровней энергии, выражающийся через хорошо известный логарифм Бете:

$$\text{Re} \Delta E_{CT}^< = \frac{8(Z\alpha)^5 \mu^3}{3\pi m_1 m_2 \hbar^3} \left[\ln \frac{\mu(Z\alpha)^2}{2\Delta E_l^{av}} + \delta_{l0} \ln \frac{2\lambda}{\mu(Z\alpha)^2} \right], \quad (23)$$

где ΔE_l^{av} - средняя энергия возбуждения, введённая Бете^{10/}, с учётом приведённой массы.

В высокочастотной области $|\vec{k}| > \lambda$ можно использовать обычную теорию возмущений для функции ΔG_C :

$$\Delta G_C(\vec{p}, \vec{q}) = Ze^2 G_0(p) \gamma_{10} \gamma_{20} \mathcal{D}_C(\vec{p} - \vec{q}) G_0(q) + \dots \quad (24)$$

При этом мы, естественно, получим часть диаграмм двухфотонного обмена (6), соответствующую обмену кулоновским и поперечным фотонами. Интересующий нас вклад даёт следующая часть амплитуды $T_{2\gamma}$:

$$T_{CT}^>(p, q) = \frac{(Z\alpha)^2}{i\pi^2} \int_{|\vec{k}| > \lambda} d^3k dk_0 \mathcal{D}_C(\vec{k} - \vec{p} + \vec{q}) \left\{ \frac{R(\vec{p}, \vec{p}; k) + R(\vec{q}, \vec{q}; k)}{(m_1 + k_0)^2 - k^2 - m_1^2} \left[\frac{R(\vec{p}, \vec{q}; k) + R(\vec{q}, \vec{p}; k)}{(m_2 + k_0)^2 - k^2 - m_2^2} \right] \right\}, \quad (25)$$

$$R(\vec{p}, \vec{q}; k) = \mathcal{D}_T^{ij}(k) [2\vec{p} + i\vec{e}_1 \times \vec{k}]_i [2\vec{q} + i\vec{e}_2 \times \vec{k}]_j.$$

После интегрирования по переменной k_0 и вычитания, из амплитуды T_{CT} соответствующей части итерации в равенстве (4) мы найдём:

$$V_{CT}^>(\vec{p}, \vec{q}) \approx \frac{(Z\alpha)^2}{\pi m_1 m_2} \int_{k>\lambda} d^3k \frac{[i^j(\vec{k})(p-q)^i(p-q)^j]}{k^3 (\vec{k} - \vec{p} + \vec{q})^2}. \quad (26)$$

Поправка $\Delta E_{CT}^>$ к уровням энергии равна матричному элементу оператора $V_{CT}^>$ по кулоновским волновым функциям и в точности совпадает с выражениями (4.16) работы^{/9/} и (60) работы^{/8/}. В частности, для $2S$ - состояния мы имеем:

$$\Delta E_{CT}^>(2S) = \langle V_{CT}^> \rangle_{2S} = \frac{(Z\alpha)^5 \mu^3}{3\pi m_1 m_2} \left[\ln \frac{\mu Z\alpha}{\lambda} + \frac{25}{12} \right]. \quad (27)$$

Собирая вместе равенства (23) и (27), мы получим сдвиг $2S$ - уровня, вызванный обменом кулоновским и поперечным фотонами:

$$\Delta E_{CT}(2S) = \frac{(Z\alpha)^5 \mu^3}{3\pi m_1 m_2} \left[\ln(Z\alpha)^{-1} + \ln \frac{\mu(Z\alpha)^2}{2\Delta E_{2S}^{av}} + \frac{25}{12} \right]. \quad (28)$$

Подводя итог, мы на основании соотношений (14), (19) и (28) найдём не зависящий от спинов вклад двухфотонного обмена в поправку к $2S$ - уровню энергии водородоподобного атома:

$$\begin{aligned} \Delta E_{2\gamma}(2S) &= \Delta E_{cc}(2S) + \Delta E_{CT}(2S) + \Delta E_{TT}(2S) = \\ &= \frac{(Z\alpha)^5 \mu^3}{3\pi m_1 m_2} \left\{ \frac{1}{4} \ln(Z\alpha)^{-1} + \ln \frac{\mu(Z\alpha)^2}{2\Delta E_{2S}^{av}} + \frac{187}{48} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{4(m_1^2 - m_2^2)} [m_1^2 \ln \eta_1 - m_2^2 \ln \eta_2] \right\}, \quad (29) \end{aligned}$$

$$\eta_{1,2} = \frac{m_{1,2}}{m_1 + m_2}.$$

В случае, когда масса одной частицы намного больше массы другой, например $m_2 \gg m_1$, поправка (29) имеет порядок

$(Z\alpha)^5 (m_1/m_2) = Z\alpha (m_1/m_2) (fs)$, и с этой точностью

$$\Delta E_{2\gamma}(2S) = \frac{(Z\alpha)^5 m_1^2}{3\pi m_2} \left[\frac{1}{4} \ln(Z\alpha)^{-1} + \ln \frac{m_1 (Z\alpha)^2}{2\Delta E_{2S}^{av}} + \frac{187}{48} \right]. \quad (30)$$

Результаты (29) и (30) находятся в полном согласии с работами^{/5,8,9/}.

Для связанной системы двух бесспиновых заряженных частиц главная часть лэмбовского сдвига в рамках квазипотенциального подхода вычислена в работе^{/II/}.

В заключение авторы выражают благодарность профессорам Н.Н. Боголюбову, А.А. Логунову, Л.Д. Соловьёву, А.Н. Тавхелидзе, И.Т. Тодорову, О.А. Хрусталёву за интерес к работе и полезные обсуждения.

Литература:

1. A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze, Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
2. Р.Н. Фаустов, ЭЧАЯ 3, 238 (1972).
3. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Наука, М., 1973 г.
4. R.N. Faustov, Nucl. Phys., 72, 669 (1966).
Г.М. Зиновьев, Б.В. Струминский, Р.Н. Фаустов, В.Л. Черняк, ЯФ, II, 1284 (1970).
5. H. Grotch, D.R. Yennie, Rev. Mod. Phys., 41, 350 (1969).
6. R.N. Faustov, JINR preprint E2-6939 (1973).
7. Н.Е. Ницько, Ю.Н. Тихтаев, Р.Н. Фаустов. Препринт ОИЯИ P2-6996 Дубна (1973).
8. E.E. Salpeter, Phys. Rev. 87, 328 (1952).
9. T. Fulton, P.C. Martin, Phys. Rev. 95, 811 (1954).
10. Г. Бете, Э. Солпитер. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. Физматгиз, М., 1960.
11. В.Б. Крапчев, В.А. Ризов, И.Т. Тодоров. Сообщения ОИЯИ P2-7311 Дубна (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 октября 1973 года.