ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2 - 7490

Ф.Х.Абдуллаев

ПОЛУЛЕПТОННЫЕ И НЕЛЕПТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7490

Ф.Х.Абдуллаев *

ПОЛУЛЕПТОННЫЕ И НЕЛЕПТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Направлено в ЯФ

* Институт ядерной физики АН Узбекской ССР.

Абдуллаев Ф.Х.

P2 - 7490

Полулептонные и нелептонные процессы в неполиномиальной модели слабых взаимодействий

При использовании представления о нелинейной универсальной связи адронов с f -мезонами (модель "strong gravity") изучаются методами неполиномиальной лагранжевой теории поля высшие порядки теории четырехфермионных слабых взаимодействий. Вычислена амплитуда упругого рассеяния нейтрино на нуклоне, разность масс $K^o_L - K^o_S$ - мезонов, а также поправки к массам нуклонов по слабому взаимодействию, т.е. рассмотрены процессы, при изучении которых часто делается вывод о неприменимости обычной формы слабого взаимодействия при высоких энергиях. Результаты расчетов находятся в удовлетворительном согласии с экспериментом при значениях константы связи массивной гравитации $k_f^{-1} \sim (2-3) M_{nucl}$.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1973

Abdullajev F.Kh.

P2 - 7490

Semileptonic and Nonleptonic Processes in Nonpolynomial Model of Weak Interactions

Using the concept about the nonlinear universal coupling of hadrons with f -mesons ("strong gravity" model) the higher orders of the theory of weak four-fermion interacteractions were studied by the method of nonpolynomial Lagrange field theory. The amplitude of elastic scattering of a neutrino on a nucleon, the mass difference of K^o_L and K^o_S mesons, and the corrections to the nucleon masses due to weak interaction are calculated, i.e., those processes are considered whose investigation leads often to the conclusion about the inapplicability of an ordinary form of weak interaction at high energies. The calculation results are in satisfactory agreement with experiment at the massive gravity coupling constant values of $k_f^{-1} \sim (2-3) M_{nucl}$.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1973

I. Существует ряд соображений (основанных на аргументах, даваемых алгеброй токов), которые указывают на то, что сильные взаимодействия не "обрезают" расходимостей слабых взаимодействий (СВ). При этом оказывается, что оценки для ряда эффектов, возникающих в высших порядках теории СВ (распад $K_o \to \mu^+ \mu^-$, разность масс K_o -мезонов и др.), полученные с помощью использования "обрезания" расходящихся интегралов на "унитарном пределе", находятся в противоречии с экспериментом /I/. Отсюда обычно делается вывод о необходимости модификации теории СВ (вводится дополнительное взаимодействие с производной скалярных бозонов /2/, сильные взаимодействия W -бозонов /3/ и др.). Одним из наиболее привлекательных вариантов разрешения вышеуказанных трудностей представляется вариант, предложенный в /4/ и основанный на введении в исходный четырехфермионный лагранжиан СВ конечного числа "прямых" СВ (таких как несохраняющие четность нейтральные токи, мезон-барионные и мезон-лептонные взаимодействия). Введение подобных СВ делает теорию перенормируемой на классе наиболее "опасных" диаграмм $\sim (G\Lambda^2)^n$, и тогда после проведения программы перенормировок возражения против применимости теории СВ /I/ можно снять.

В настоящей работе рассматривается другая модификация теории, а именно: предлагается включить в адронную часть лагранжиана СВ неполиномиальность по массивному скалярному полю. Изменения такого рода следует ожидать, если принять гипотезу /5/ о существовании "сильной" гравитации (f-gravity) -массивного тензорного поля спина 2 с константой самодействия $k_f^{-1} \sim Гэв$, универсально и неполиномиально взаимодействующего со всей адронной материей, причем характер неполиномиальности предполагается таким же, как во взаимодействии гравитонов с веществом. Все процессы, при изучении которых приходят к заключению о трудностях теории,- адронные. Можно надеяться, что предложенный вариант позволит достигнуть решения проблемы, т.к. известно, что теории с существенно нелинейным взаимодействием вида /5/ приводят к нетривиальному обрезанию с $\Lambda_{cut} \sim K_f^{-1} \sim$ ГэВ /6,7/.

Выберем лагранжиан взаимодействия в виде

$$\mathcal{L}_{int} = \left[f\sqrt{2}\, \overline{\Psi}_n \gamma_5 \Psi_\Lambda \varphi_K \exp(\kappa\phi) + \frac{G}{\sqrt{2}} J_\lambda^{(h)+} J_\lambda^{(h)} \exp(2\kappa\phi) \right]. \qquad \text{(I)}$$

$J_\lambda^{(h)}$ - оператор адронного тока, который выбираем в форме Кабибо:

$$J_\lambda^{(h)} = \cos\theta\, J_\lambda^{(\Delta S = 0, |\Delta I| = 1)} + \sin\theta\, J_\lambda^{(\Delta S = 1, |\Delta I| = 1/2)}. \qquad \theta \sim 15^\circ$$

Лагранжиан (I) содержит существенную нелинейность по массивному скалярному полю. Ее можно получить, выбрав экспоненциальную параметризацию для тензора массивной гравитации

$$\phi^{\mu a}(x) = \left[\exp(\kappa\phi)\right]^{\mu a}$$

и рассмотрев более простой случай регуляризации с помощью скалярных массивных гравитонов. Соответствующий лагранжиан (I) может быть получен из лагранжиана, описывающего взаимодействие с тензорными частицами, заменой[8]

$$\left[\exp(\kappa\phi)\right]^{\mu a} = \exp(\kappa\phi)\, \eta^{\mu a}, \qquad \det\phi = \exp(2\kappa\phi),$$

$$\mathrm{diag}\, \eta^{\mu a} = (1, -1, -1, -1).$$

2. Вычислим разность масс K_L^0- и K_S^0-мезонов. Характерная диаграмма порядка G^2 изображена на рис. I. В дальнейшем исключим из рассмотрения диаграммы с перекрывающимися суперпропагаторами. Разумеется, это модельное приближение. Выберем параметр разложения в суперпропагаторе $\alpha = \frac{K_f^2 m_N^2}{4\pi^2} \ll 1$ (например, $K_f^{-1} \sim m_N$). Тогда

можно думать, что диаграмма рис. I даст основной вклад в разность масс,а диаграммы с излучением пионов внутри петель - малые поправки. Следует подчеркнуть,что ситуация здесь совершенно такая же,как та, которая возникает при вычислениях во втором порядке с помощью суперпропагаторов длин π-π рассеяния, формфакторов в киральной динамике[9].Возьмем,например,приближения для диаграмны рассеяния через пионную петлю и т.п. Там роль второй константы связи K_f играла $F_\pi^{-1} \approx 92$ Мэв, а параметр α имел вид $\left(\frac{m_\pi}{4\pi^2 F_\pi}\right)$. В связи с этими замечаниями представляется некорректным результат /10/, где изучался распад $\pi \to \mu + \nu$ в рамках модели массивной гравитации, т.к. соответствующий параметр разложения выбирался большим ($\alpha \sim 10$) и нельзя было пренебрегать диаграммами с виртуальными f -мезонами.

Найдем оператор энергии перехода K_L^0 в K_S^0. Соответствующее диаграмме рис. I выражение после выполнения преобразования Фирца имеет вид

$$\sum(p) = f^2 G^2 \sin^2\theta \cos^2\theta\, \Pi_\alpha(p)\, \Pi_{\alpha\beta}(p)\, \Pi_\beta(p). \qquad (2)$$

Здесь

$$\Pi_\alpha(p) = \int d^4x\, e^{ipx}\, Sp\left(\gamma_5 S_c^n(x)\, O_\alpha\, \bar{S}_\Lambda(-x)\right) E_1(x),$$

$$\Pi_{\alpha\beta}(p) = \int d^4x\, e^{ipx}\, Sp\left(S^p(x)\, O_\alpha\, S^p(-x)\, O_\beta\right) E_2(x),$$

$$\Pi_\beta(p) = \int d^4x\, e^{ipx}\, Sp\left(S^\Lambda(x)\, O_\beta\, S^n(-x)\, \gamma_5\right) E_1(x),$$

$$E(x) = \langle 0 | T\left[\exp(\kappa\phi(x)), \exp(\kappa\phi(0))\right] | 0 \rangle = \exp\left(-\kappa^2 \Delta(x)\right),$$

$$E_1 = E(2\kappa^2), \quad E_2 = E(4\kappa^2).$$

Найдем $\Pi_{\alpha\beta}(p)$. Для этого воспользуемся представлением Ватсона-Зоммерфельда для суперпропагатора $E(x)$ /7/. В расчетах примем $m_\Lambda = m_p = m_N$.

$$\Pi_{\alpha\beta}(p) = -8\left[16 g_{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial p^2} - 32 p_\alpha p_\beta \left(\frac{\partial}{\partial p^2}\right)^2\right] \cdot$$

$$\cdot \int d^4x\, e^{ipx}\left(\frac{\partial}{\partial x^2}\Delta(x)\right)^2 E_2(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{dz(-\lambda)^z \Pi_{\alpha\beta}(p,z)}{\sin\pi z\,\Gamma(z+1)}. \qquad (3)$$

В дальнейшем будем использовать аппроксимацию массивного суперпропагатора безмассовым. Из результатов работы /7/ следует, что такая аппроксимация оправдана в нашем случае, т.к. мы остаемся в рамках локализуемой теории. Подставим в (3) соответствующие выражения для пропагаторов. Интегралы берутся в евклидовской области X-пространства. Переходя к сферическим координатам и интегрируя, получим (см. приложение):

$$\Pi_{\alpha\beta}(p,z) = \left(\frac{k^2 m_N^2}{4\pi^2}\right)^z i\left\{ m_N^2 g_{\alpha\beta}\frac{\Gamma(3-z)\Gamma(-1-z)\Gamma(1-z)}{\Gamma(\frac{3}{2}-z)} \cdot \right.$$

$$\cdot {}_3F_2\left(3-z,-1-z,1-z;\tfrac{3}{2}-z,2;\frac{p^2}{4m_N^2}\right) + \sqrt{\pi}\,2\,p_\alpha p_\beta \cdot \qquad (4)$$

$$\left. \cdot {}_3F_2\left(4-z,-z,2-z;\tfrac{5}{2}-z,2;\frac{p^2}{4m_N^2}\right)\frac{\Gamma(4-z)\Gamma(-z)\Gamma(2-z)}{\Gamma(\frac{5}{2}-z)}\right\}.$$

$\Pi_\alpha(p)$ выражается такой же формулой, как (3), с тем отличием, что вместо $\Pi_{\alpha\beta}$ стоит /10/

$$\Pi_\alpha(p,z) = \frac{p_\alpha m_N \pi^4}{(2\pi)^8\sqrt{m_k}}\;\frac{1}{\sqrt{\pi}}\Gamma(2+z)\Gamma(3-z)\Gamma(1-z)\Gamma(-z)$$

$${}_3F_2\left(3-z,1-z,-z;3,\tfrac{3}{2}-z)\,\frac{p^2}{4m_N^2}\right){}_2F_1\left(-z,-z-1;\tfrac{1}{2}-z;\tfrac{1}{2}\right), \qquad (5)$$

$$\Pi_\alpha(p,z)\big|_{\alpha=\beta} = \Pi_\beta(p,z).$$

Интегралы по z вычислим с помощью вычетов. Мы полагаем, что $\alpha \ll 1$. Вычислим таким же образом диаграмму с $(n\bar{n})$ петлей.

Окончательно получаем для разности масс $K_L^0 - K_S^0$:

$$\Delta m_k \approx \frac{\sin^2\theta\cos^2\theta\, f_{K\Lambda N}^2 G^2 m_N^2 \pi^7}{(2\pi)^{16}\,4} A^2 C\, m_k, \qquad (6)$$

где

$$C = \left(\frac{16}{k^2} + \frac{4m_N^2 - m_k^2}{\pi^2}\right) - m_k^2\frac{12}{\sqrt{\pi}}\left[\ln\alpha + 3\gamma - 2\frac{11}{16} - \frac{8}{20}\frac{m_k^2}{m_N^2}\right],$$

$$A = \left\{\psi(2) - \frac{1}{2}\psi(3) + 3\psi(1) + \ln\alpha - \frac{2}{3}\frac{m_k^2}{m_N^2}\right\},$$

$\psi(x) = \dfrac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}$, γ - постоянная Эйлера.

Выбирая $K_f^{-1} \simeq m_N$, как это обычно предполагается, и $\frac{f_{K\Lambda N}^2}{4\pi} \sim 10$, получим $\Delta m_k \sim 0{,}4\cdot 10^{-14}\, m_k$, что находится в удовлетворительном согласии с экспериментом /11/.

Вычислим время жизни $\pi^- \to \mu^- + \nu$ распада. Интегралы находятся так же, как в /10/. Вычисление интегралов по z отличается тем, что малость α (при $k_f^{-1} \sim 3$ Гэв, $\alpha \sim 5\cdot 10^{-3}$) позволяет нам в разложении учесть только вклад полюса при $z=0$. Остальные дают вклады порядка α^n, $\alpha^n\ln\alpha$; $n \geq 1$, и т.к. $\alpha \ll 1$, их вкладом можно пренебречь. При $k_f^{-1} \sim 3$ Гэв получаем для времени жизни: $\tau_\pi \approx 3{,}2\cdot 10^{-8}$ сек, что находится в согласии с экспериментальным значением $\tau_{экс} \approx$ $\approx 2{,}604\cdot 10^{-8}$ сек /11/.

3. Рассмотрим взаимодействие нуклонов с нейтральным лептонным током ($\tilde{\nu}-p$ рассеяние, рис. 2а). Соответствующий матричный элемент имеет вид

$$M(p) = \left(\frac{G}{\sqrt{2}}\right)^2 \bar{u}_p(p_3) O_\nu \gamma_\alpha O_\mu u_p(p_1)\, \bar{u}_{(\nu)}(p_2) O_\nu \gamma_\beta O_\mu u(\nu)(p_4)\, C_{\alpha\beta}(p)$$

$$= 16\left(\frac{G}{\sqrt{2}}\right)^2 \bar{u}(p_3) O_\mu u(p_1)\, J_\mu^{(\nu)}(p_2 p_4)\, C(p^2).$$

Здесь $J_\mu^{(\nu)}(p_2,p_4)$ - нейтральный лептонный ток, $p^2 = (p_1+p_2)^2 = S$,

$$C(p^2) = -i\int d^4x\, e^{ipx} x^2\left[\left(\frac{\partial}{\partial x^2}\right)\Delta_c^n(x)\right]\left(\frac{\partial}{\partial x^2}\Delta^e(-x)\right)E(x), \qquad (7)$$

$C(p^2)$ можно найти, используя опять представление Ватсона-Зоммерфельда для суперпропагатора. Положим $m_\ell = m_\nu = 0$.

$$C(p^2,z) = \frac{m_N^2}{2^6\pi^2}\left(\frac{\alpha}{4}\right)^z \Gamma(1-z)\,\Gamma(-1-z)\,F\left(1-z, -1-z; 2; \frac{p^2}{m_N^2}\right).$$

Переходя к пределу $s \to m_\rho^2$, $t \to 0$ в (7) и учитывая результат приложения, находим после вычисления контурного интеграла по z эффективную константу связи с нейтарльным током

$$G_{эфф} \approx G^2\left\{\frac{16\pi^2}{K^2} - \frac{m_N^2}{\pi}\left(1-\frac{x}{2}\right)\left[\ln\left(\frac{\alpha}{4}\right) - 3\psi(1)\right] - \frac{2}{\pi}\left(x + 1 + \frac{\ln\sqrt{1-x}}{x}\right)\right\}, \quad (8)$$

где $x = \frac{m_\rho^2}{m_N^2}$, $\alpha = \frac{K^2 m_N^2}{16\pi^2} << 1$; при $K^{-1} \sim (8-10)$ Гэв $G_{эфф} \sim 0{,}1G$.

В работе /I/ для эффективной константы связи получен результат $G_{эфф} \approx \frac{G^2\Lambda^2}{4\pi}$. При выборе величины Λ на "унитарном пределе" $\Lambda \sim G^{-\frac{1}{2}}$ было сделано заключение о существовании в теории больших значений констант связи с нейтральными токами. С точки зрения настоящего подхода, как видно из (8), $G_{эфф}$ мало. Следует отметить, что при существующей точности эксперимента рассматриваемый процесс мало пригоден для определения $G_{эфф}$ и тем самым K_f -оценки, основанные на использовании "обрезания" расходящихся интегралов, приводят к ограничению $\Lambda \lesssim 10^3$ Гэв. Более содержательная информация могла бы быть извлечена из распада $K_0 \to \mu^+\mu^-$. Изучение этого распада в рамках предполагаемого подхода требует отдельного рассмотрения.

4. Вычислим собственную энергию нуклона по слабому взаимодействию. Выражение для массового оператора нуклона, соответствующее диаграмме рис. 2б, имеет вид

$$\Sigma(p) = i\int d^4x\, e^{ipx}\, O_\mu S^{(n)}(x)\, O_\nu\, Sp\left(S^{(\nu)}(x)\, O_\mu\, S^{e}(-x)\, O_\nu\right) E(x).$$

Положим, как и прежде, $m_\ell = m_\nu = 0$.

Подставляя, как и ранее, выражения для пропагаторов, интегрируя по угловым переменным и используя безмассовое приближение для суперпропагатора и т.п., получим

$$\Sigma(p) = \hat{p}\,(1+\gamma_5)\,\Sigma_A(p^2),$$

$$\Sigma_A(p^2) = A(p^2) + B(p^2) + C(p^2),$$

где функции $A(p^2,z)$, $B(p^2,z)$ и $C(p^2,z)$ выглядят следующим образом:

$$A(p^2,z) = \frac{m_N^4}{(4\pi^2)^2}\left(\frac{\alpha}{4}\right)^z \Gamma(-z)\,\Gamma(2-z)\,{}_2F_1\left(-z, -2-z; 4; \frac{p^2}{m_N^2}\right),$$

$$B(p^2,z) = \frac{m_N^4}{24\cdot 32\pi^4}\left(\frac{\alpha}{4}\right)^z \Gamma(-z)\,\Gamma(2-z)\,{}_2F_1\left(-z, 2-z; 5; \frac{p^2}{m_N^2}\right),$$

$$C(p^2,z) = \frac{m_N^4}{\pi^4 64}\left(\frac{\alpha}{4}\right)^z \Gamma(-z)\,\Gamma(-2-z)\,{}_2F_1\left(-z, -2-z; 3; \frac{p^2}{m_N^2}\right).$$

После вычислений получаем для поправки к массе :

$$\frac{\delta m_p}{m_p} \approx G^2 m_N^4\left\{\frac{1}{m_N^4 K_f^4} - \frac{1}{16\pi^2 K_f^2 m_N^2}\left[1 - \frac{m_p^2}{3m_N^2}\right] - \frac{1}{\pi^4}\ln\left(\frac{\alpha}{4}\right)\right\}. \quad (9)$$

Полагая $K_f^{-1} \sim (5-10)$ Гэв , находим $\frac{\delta m}{m} \sim 10^{-6}$. Ясно, что учет диаграммы с $(\mu\nu)$-петлей не изменит этого результата по порядку величины, и можно думать, что поправки за счет слабого взаимодействия пренебрежимо малы.

В заключение автор благодарит М.К.Волкова и В.Н.Первушина за полезные обсуждения, В.Малышкина и А.Юматова за ценные советы при выполнении работы.

Приложение

Вычислим интегралы, встречающиеся при нахождении разности масс K_0 -мезонов. Найдем для примера интеграл в первом слагаемом в $\Pi_{\alpha\beta}(p)$:

$$A_1(p^2,z)=\int d^4x\, e^{ipx} x^2 \left(\frac{\partial}{\partial x^2}\Delta_c^{(p)}(x)\right)^2 \left[D_0(x)\right]^z .$$

Интеграл записан, как обычно в неполиномиальных теориях, в евклидовой области импульсов ($p^2<0$). Конечный результат необходимо аналитически продолжить в физическую область значений импульсов. Выполним интегрирования и выразим произведение $K_\nu^2(x)$ через G -функцию Майера. Используя табличный интеграл /I2/ и выражая конечный результат через гипергеометрические функции, получим

$$A_1(p^2,z) = \frac{(m_\nu^2)^{z+1}}{8\cdot 16\pi^{3/2}} \frac{\Gamma(3-z)\Gamma(-1-z)\Gamma(1-z)}{\Gamma(\frac{3}{2}-z)} \cdot {}_3F_2\left(3-z,-1-z,1-z;\frac{3}{2}-z,2;\frac{p^2}{4m_\nu^2}\right). \qquad (\Pi.I)$$

Остальные интегралы находятся аналогичным образом. Для того, чтобы вычислить вклад полюса второго порядка в точке $z=0$ при нахождении интеграла по z от выражения (7), необходимо найти производную гипергеометрической функции при $z=0$. Рассматривая представление для нее в виде степенного ряда, находим

$$\left.\frac{\partial F(1-z,-1-z;2;x)}{\partial z}\right|_{z=0} = -\frac{x}{2} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{(n-1)n(n+1)} = \qquad (\Pi.2)$$

$$= -\frac{x}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\frac{\ln\sqrt{1-x}}{x} ; \quad |x|<1, \quad x=\frac{p^2}{m_\nu^2} .$$

Литература

I. Б.Л.Иоффе, Е.П.Шабалин. ЯФ, 6, 828, 1967.

2. M.Gell-Mann, M.Goldberger, N.Kroll, F.Low. Phys.Rev., 179, 1518, 1969.

3. R.Marshak. В сб. "Проблемы теоретической физики",Наука,М.,1969.

4. Д.А.Киржниц. ЯФ, 13, 426, 1971.

5. C.Isham, A.Salam, J.Strathdee. Phys.Rev., D3, 867, 1971; B.Zumino. In Lecturs on Elementary Particles and Quantum Field Theory (Proc. Conf. Brandeis, 1970), MIT Press, Cambridge (1970), v. 11, p. 441.

6. Г.В.Ефимов. ЖЭТФ, 44, 2107, 1963; E.S.Fradkin. Nucl.Phys., 49, 624, 1963.

7. М.К.Волков. ЭЧАЯ, 2, 34, 1970.

8. C.Isham, A.Salam, J.Strathdee. Phys.Rev., D5, 2541, 1972.

9. H.Lehmann, H.Trute. Nucl.Phys., B52, 280, 1973; М.К.Волков, В.Н.Первушин. ОИЯИ, Е2-7283, Дубна, 1973.

IO. D.Capper, G.Leibbrandt. Nuovo Cimento, 15A, 92, 1973.

II. Particle Data Group. Rev.Mod.Phys., 45, N 2, 1973.

I2. Г.Бейтмен. Интегральные преобразования , Наука, т.2,М., 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 октября 1973 года.