СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 7434

В.Н.Стрельцов

К ВОПРОСУ О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОГО ФАЗОВОГО ОБЪЕМА

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

P2 - 7434

В.Н.Стрельцов

К ВОПРОСУ О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОГО ФАЗОВОГО ОБЪЕМА

На основании формул преобразования для компонент импульса в этом случае будем иметь:

$$dp_x = dp_x^* \gamma , \quad dp_y = dp_y^* , dp_z = dp_z^* \qquad /4/$$

и $$d^3p = d^3p^*\gamma , \qquad /5/$$

где $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$.

Отсюда можно заключить, что для того, чтобы выполнялось известное равенство

$$\frac{d^3p}{E} = \frac{d^3p^*\gamma}{(E^*+\beta p_x^*)\gamma} = \frac{d^3p^*}{E^*}, \qquad /6/$$

необходимо, чтобы в K^*-системе x - компонента импульса отмеченного материального тела была равна нулю ($p_x^* = 0$). Аналогичным образом рассматривая системы отсчета, движущиеся относительно K^* в направлениях O^*Y^* и O^*Z^*,будем иметь $p_y^* = p_z^* = 0$.

Но полученный результат означает, что в K^*-системе энергия данного материального тела должна определяться его энергией покоя $E^*=m$, т.е. тело должно покоиться.

Рассмотрим теперь общий случай движения системы K относительно K^*, когда β_x, β_y и $\beta_z \neq 0$.

Можно ли утверждать, что и в этом случае сохраняется равенство /6/

$$\frac{d^3p}{E} = \frac{d^3p^*}{m} ?$$

Однако прежде чем ответить на поставленный вопрос, мы должны дать ответ на другой вопрос: как выражается в данном случае величина d^3p через вектора $\delta_1 p_{x_i}$, $\delta_2 p_{x_i}$ и $\delta_3 p_{x_i}$?

Если, как и выше, мы положим формально, что

$$d^3p = \delta_1 p_x \delta_2 p_y \delta_3 p_z , \qquad /7/$$

то на основании формул преобразования для импульса и энергии

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{a}[(\gamma-1)(\vec{a}\vec{p}') + \beta\gamma E'],$$
$$E = [E' + \beta(\vec{a}\vec{p}')]\gamma$$

получим

$$\frac{d^3p}{E} = \frac{[\gamma + (a_x^2a_y^2 + a_x^2a_z^2 + a_y^2a_z^2)(\gamma-1)^2 + a_x^2a_y^2a_z^2(\gamma-1)^3]\,d^3p^*}{E^*\gamma}, \qquad /8/$$

где $a_x = \beta_x/\beta$ и т.д.

Поскольку, как легко видеть, выражение

$$(a_x^2a_y^2 + a_x^2a_z^2 + a_y^2a_z^2)(\gamma-1)^2 + a_x^2a_y^2a_z^2(\gamma-1)^3$$

в общем случае заведомо не равно нулю, то мы должны заключить, что отношение d^3p/E не является лоренц-инвариантной величиной.

2. Укажем на истоки неточностей, которые возникают при рассмотрении затронутой проблемы. Обычно полагают, что в любой системе отсчета выражение для элемента 4-объема имеет вид /3/. Однако это не так. Если, скажем, в собственной системе отсчета элемент инвариантного 4-объема действительно определяется произведением только диагональных элементов

$$dV^* = dp_x^*\, dp_y^*\, dp_z^*\, dE^* , \qquad /9/$$

то с точки зрения произвольной K-системы указанная величина будет даваться выражением

$$dV^{1234} = \begin{vmatrix} \delta_1 p_x, & \delta_1 p_y, & \delta_1 p_z, & \delta_1 E \\ \delta_2 p_x, & \delta_2 p_y, & \delta_2 p_z, & \delta_2 E \\ \delta_3 p_x, & \delta_3 p_y, & \delta_3 p_z, & \delta_3 E \\ \delta_4 p_x, & \delta_4 p_y, & \delta_4 p_z, & \delta_4 E \end{vmatrix} = dV^*. \qquad /10/$$

При этом для элемента объема в импульсном пространстве K -системы dV^{123}, соответствующего d^3p^*, будем иметь

$$dV^{123} = \begin{vmatrix} \delta_1 p_x, & \delta_1 p_y, & \delta_1 p_z \\ \delta_2 p_x, & \delta_2 p_y, & \delta_2 p_z \\ \delta_3 p_x, & \delta_3 p_y, & \delta_3 p_z \end{vmatrix}, \qquad /11/$$

где, например,

$$\delta_1 p_x = \delta_1 p_x^* + a_x^2(\gamma - 1)\delta_1 p_x^* = [1 + a_x^2(\gamma - 1)]dp_x^*,$$

$$\delta_1 p_y = a_y a_x(\gamma - 1)\,\delta_1 p_x^* = a_y a_x(\gamma - 1)\,dp_x^* \qquad \text{и т.д.}$$

Отсюда в самом общем случае мы можем получить формулу преобразования величины dV^{123}, которая будет иметь вид

$$dV^{123} = [dV^{123'} + \beta(a_x dV^{423'} + a_y dV^{143'} + a_z dV^{124'})]\gamma, \qquad /12/$$

тогда как с учетом /2/ будем иметь, в частности,

$$dV^{123} = dV^{123*}\gamma = d^3p^*\gamma. \qquad /12a/$$

Привлекая снова формулу преобразования для энергии $E = E^*\gamma$, найдем теперь, что

$$\frac{dV^{123}}{E} = \frac{d^3p^*}{E^*}. \qquad /13/$$

Таким образом, проведенное рассмотрение показало, что при специальном выборе бесконечно малых векторов $\delta_k p_{x_i}$ и вектора p_{x_i} можно говорить о лоренц-инвариантности величины отношения элемента объема в импульсном пространстве к энергии. В то же время аналогичное утверждение относительно величины d^3p/E может быть сделано только в ограниченных случаях и исключительно в том же смысле, в каком мы говорим, например, об инвариантности p_y и p_z при относительном движении вдоль OX.

Литература

1. *А.С.Эддингтон. Математическая теория относительности. ГНТИУ, Х.-К., 1933, §49.*

Рукопись поступила в издательский отдел
30 августа 1973 года.