ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 7431

Дао Вонг Дык

МАСШТАБНО-КИРАЛЬНЫЕ ПРАВИЛА СУММ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7431

Дао Вонг Дык

МАСШТАБНО-КИРАЛЬНЫЕ ПРАВИЛА СУММ

Направлено в ЯФ

Дао Вонг Дык

P2 - 7431

Масштабно-киральные правила сумм

Рассмотрены правила сумм для спектральных функций ρ_θ, ρ_π, ρ_K а также для сигма-членов при некоторых определенных предположениях о поведении плотности гамильтониана при масштабном и киральном преобразованиях.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1973

Dao Vong Dyc

P2 - 7431

Scale-Chiral Sum Rules

Sum rules for spectral functions ρ_θ, ρ_π, ρ_K are considered as well as for sigma-terms under some definite assumptions on the Hamiltonian density behaviuor in the scale and chiral transformations.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1973

1. Введение

При определенном предположении о поведении плотности гамильтониана Θ_{00} под действием масштабного и кирального преобразований удается связать между собой следствия, вытекающие из масштабной и киральной инвариантностей. Это возможно благодаря тому, что масштабный ток простым образом выражается через тензор энергии-импульса $\Theta_{\mu\nu}$.

$$\mathcal{S}_\mu(x) = -x^\nu \Theta_{\mu\nu}(x), \qquad /1.1/$$

а также благодаря вириальной теореме, позволяющей выразить Θ^μ_μ через компоненты с определенными размерностями в Θ_{00}:

$$\Theta^\mu_\mu = \sum_n (\ell_n + 4)\, \Theta^{(n)}_{00} \qquad /1.2/$$

$$\Theta_{00} = \sum_n \Theta^{(n)}_{00},\quad [D(x_0), \Theta^{(n)}_{00}(x)] = -i(\ell_n - x^\nu \partial_\nu)\Theta^{(n)}_{00}. \qquad /1.3/$$

Этот вопрос был рассмотрен в работах /1-4/, где использовалась модель /5/ с

$$\Theta_{00} = \bar\Theta_{00} + \Theta'_{00},\quad \Theta'_{00} = -(u_0 + c u_8), \qquad /1.4/$$

$\bar\Theta_{00}$ - инвариантно относительно киральных преобразований, u_0 и u_8 - скалярные компоненты представления $(3,\bar 3)+(\bar 3,3)$ киральной группы.

В последнее время, однако, отмечаются некоторые трудности в модели /1.5/, что обусловлено, в частности, отсутствием компоненты с изоспином 2 в так называемом σ-члене. В связи с этим стали рассматривать модели, которые прибавляют в Θ'_{00} еще члены от других представлений. Среди них, по-видимому, более подходящей является модель [6-9] с

$$\Theta'_{00} = -(u_0 + cu_8 + g_8), \qquad /1.5/$$

где g_8 - скалярная компонента представления $(1,8)+(8,1)$, а также модель [10,11] с

$$\Theta'_{00} = -(u_0 + cu_8 + \phi), \qquad /1.6/$$

где

$$\phi = \sum_{a=1}^{8} Z_{aa} - \frac{4}{3}\sum_{i=1}^{3} Z_{ii} - 4Z_{88} \qquad /1.7/$$

ведет себя как член мультиплета 27 с $T=Y=0$ при $SU(3)$ -преобразованиях, а Z_{ab} преобразуется по представлению /8,8/ киральной группы.

Цель настоящей работы - рассмотреть вышеупомянутый вопрос при Θ'_{00}, имеющем вид /1.5/ и /1.6/. При определенных условиях удается получить правило сумм, связывающее между собой спектральные функции ρ_θ, ρ_π, ρ_K и размерности членов в Θ_{00} /п. 2/, а также правило сумм для σ-членов /п. 3/. Обсуждение полученных результатов проводится в п. 4.

2. *Правила сумм для спектральных функций*

Рассмотрим следующие пропагаторы для дивергенции аксиальных токов и для следа тензора энергии-импульса:

$$\Delta_a(p^2) \equiv \int d^4x\, e^{ipx} \langle 0|T\{\partial^\mu J^A_{\mu a}(x)\partial^\nu J^A_{\nu a}(0)\}|0\rangle, \qquad /2.1/$$

$$\Delta_\theta(p^2) \equiv \int d^4x\, e^{ipx} \langle 0|T\{\Theta^\mu_\mu(x)\Theta^\nu_\nu(0)\}|0\rangle. \qquad /2.2/$$

Соответствующие спектральные функции ρ определяются через них при помощи представления

$$\Delta(p^2) = i\int da^2 \frac{\rho(a^2)}{p^2 - a^2 + i\epsilon}. \qquad /2.3/$$

Стандартной техникой можно получить следующие соотношения

$$\Delta_a(0) = -\langle 0|[Q^A_a(0), \partial^\nu J^A_{\nu a}(0)]|0\rangle \qquad /2.4/$$

$$\Delta_\theta(0) = \langle 0|[D(0), \Theta^\nu_\nu(0)]|0\rangle, \qquad /2.5/$$

где Q^A_a и D - генераторы кирального и масштабного преобразований, соответственно. Правая часть /2.4/ полностью определяется поведением гамильтониана при киральных преобразованиях, так как [5]

$$\partial^\nu J^A_{\nu a} = i[\Theta_{00}, Q^A_a], \qquad /2.6/$$

а правая часть /2.5/ - размерностями ℓ_n, фигурирующими в /1.2/ и /1.3/.

Рассмотрим сначала случай, когда часть гамильтониана, нарушающая киральную симметрию, имеет вид /1.5/. Прямое вычисление дает.

$$\Delta_\pi(0) = -\frac{(\sqrt{2}+c)}{3}\, i\langle 0|u_0 + \sqrt{2}\,u_8|0\rangle, \qquad /2.7/$$

$$\Delta_K(0) = \frac{(2\sqrt{2}-c)}{12}\, i\langle 0|-2\sqrt{2}\,u_0 + u_8|0\rangle - \frac{3}{4} i\langle 0|g_8|0\rangle. \qquad /2.8/$$

Далее, пусть $\bar\Theta_{00}$ может быть представлено в виде суммы членов $\bar\Theta^{(n)}_{00}$ с размерностью ℓ_n, а u и g также имеют определенную размерность ℓ_u и ℓ_g. Тогда из /2.5/ и /1.2/ имеем:

$$\Delta_\theta(0)=-i\sum_n \ell_n(\ell_n+4)\langle 0|\bar\Theta_{00}^{(n)}|0\rangle+i\,\ell_u(\ell_u+4)\langle 0|u_0+cu_8|0\rangle+i\,\ell_g(\ell_g+4)\langle 0|g_8|0\rangle. \qquad /2.9/$$

Будем использовать также равенства

$$\langle 0|\Theta_{00}|0\rangle=0=\langle 0|\Theta_\mu^\mu|0\rangle,$$

вытекающие из требования лоренц-инвариантности вакуума.

Отметим, что среди $\bar\Theta_{00}^{(n)}$ должен существовать, по крайней мере, один член с отличным от нуля вакуумным средним, ибо, как нетрудно видеть, в противном случае следовало бы $\Delta_\theta(0)=0$.

Интерес представляют следующие частные случаи, когда из /2.7/ - /2.9/ можно получить соотношение между $\Delta_\pi(0)$, $\Delta_K(0)$, и $\Delta_\theta(0)$ и, следовательно, правило сумм для спектральных функций ρ_π, ρ_K и ρ_θ:

а/. Все ℓ_n в /2.9/ равны - 4, т.е. Θ_{00} сохраняет одновременно и киральную, и масштабную инвариантность. Тогда имеем:

$$(c+\sqrt{2})\,\Delta_\theta(0)=\frac{(\ell_u+4)(\ell_g+4)(\ell_g-\ell_u)}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-c)\,\ell_g+4(1+2\sqrt{2}c)-3(1-\sqrt{2}c)\,\ell_u}\times \qquad /2.10/$$

$$\times[(2\sqrt{2}-c)(2\sqrt{2}c+1)\,\Delta_\pi(0)+4(\sqrt{2}+c)(1-\sqrt{2}c)\,\Delta_K(0)]$$

б/. Среди $\bar\Theta_{00}^{(n)}$ существует только один член, обозначенный через δ, с отличным от нуля вакуумным средним. Тогда имеем:

$$(c+\sqrt{2})\,\Delta_\theta(0)=\frac{(\ell_u-\ell_\delta)(\ell_g-\ell_\delta)(\ell_g-\ell_u)}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-c)\,\ell_g-(1+2\sqrt{2}c)\ell_\delta-3(1-\sqrt{2}c)\ell_u}\times \qquad /2.11/$$

$$\times[(2\sqrt{2}-c)(2\sqrt{2}c+1)\Delta_\pi(0)+4(\sqrt{2}+c)(1-\sqrt{2}c)\,\Delta_K(0)].$$

Рассмотрим теперь случай, когда часть гамильтониана, нарушающая киральную симметрию, имеет вид /1.7/. Исходя из закона преобразования для Z_{ab},

$$[Q_a, Z_{bc}]=i(f_{abd}Z_{dc}+f_{acd}Z_{bd})$$
$$[Q_a^A, Z_{bc}]=i(f_{abd}Z_{dc}-f_{acd}Z_{bd}), \qquad /2.12/$$

можно получить:

$$\Delta_\pi(0)=-\frac{(\sqrt{2}+c)}{3}\,i\langle 0|\sqrt{2}\,u_0+u_8|0\rangle+4i\langle 0|\tfrac{2}{3}Z_{11}-Z_{44}|0\rangle \qquad /2.13/$$

$$\Delta_K(0)=\frac{(2\sqrt{2}-c)}{12}\,i\langle 0|-2\sqrt{2}\,u_0+u_8|0\rangle+i\langle 0|-Z_{11}+2Z_{44}+3Z_{88}|0\rangle. \qquad /2.14/$$

При этом были учтены равенства

$$\langle Z_{11}\rangle_0=\langle Z_{22}\rangle_0=\langle Z_{33}\rangle_0 \qquad /2.15/$$

$$\langle Z_{44}\rangle_0=\langle Z_{55}\rangle_0=\langle Z_{66}\rangle_0=\langle Z_{77}\rangle_0,\ \ldots \qquad /2.16/$$

вытекающие из свойства изотопической инвариантности вакуума.

Вместо /2.9/ теперь имеем

$$\Delta_\theta(0)=-i\sum_n \ell_n(\ell_n+4)\langle 0|\bar\Theta_{00}^{(n)}|0\rangle+i\,\ell_u(\ell_u+4)\langle 0|u_0+cu_8|0\rangle+i\ell_z(\ell_z+4)\langle 0|\phi|0\rangle. \qquad /2.17/$$

Для того, чтобы из /2.13/, /2.14/ и /2.17/ можно было получить соотношение между $\Delta_\pi(0)$, $\Delta_K(0)$ и $\Delta_\theta(0)$, мы сделаем одно приближение, состоящее в том, что при вычислении /2.13/, /2.14/ и /2.17/ можно считать, что вакуум инвариантен относительно SU(3) преобразований. Это равносильно тому, что в уравнениях пренебрегаем поправками за счет неинвариантности вакуума при SU(3) преобразованиях по отношению к другим присутствующим членам. Тогда можно положить:

$$\langle Z_{11}\rangle_0 \approx \langle Z_{44}\rangle_0 \approx \langle Z_{88}\rangle_0 \equiv Z\,, \quad \langle u_8\rangle_0 \approx 0$$

и переписать /2.13/, /2.14/ и /2.17/ в виде:

$$\Delta_\pi(0) = -\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+c)}{3}\, i\langle u_0\rangle_0 - \frac{4}{3}\, iZ \qquad /2.18/$$

$$\Delta_K(0) = -\frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-c)}{6}\, i\langle u_0\rangle_0 + 4iZ \qquad /2.19/$$

$$\Delta_\theta(0) = -i\sum_n \ell_n(\ell_n+4)\langle \bar{\Theta}_{00}^{(n)}\rangle_0 + i\,\ell_u(\ell_u+4)\langle u_0\rangle_0\,. \qquad /2.20/$$

По той же причине, о которой было сказано выше, среди $\bar{\Theta}_{00}^{(n)}$ должно существовать, по крайней мере, два члена с неисчезающим вакуумным средним, а также один член с размерностью $\ell \neq -4$, где вакуумное среднее от него отлично от нуля.

Теперь правило сумм существует в следующих частных случаях:

в/. Среди $\bar{\Theta}_{00}^{(n)}$ существует только один член, обозначаемый через δ с размерностью $\ell \neq -4$, т.е. Θ_{00} имеет вид:

$$\Theta_{00} = \Theta^*_{00} + \delta - (u_0 + c u_8 + \phi)\,, \qquad /2.21/$$

где Θ^*_{00} сохраняет одновременно и киральную и масштабную инвариантности, а δ сохраняет только киральную инвариантность. Имеем тогда:

$$\Delta_\theta(0) = \frac{6}{16+5\sqrt{2}c}(\ell_\delta - \ell_u)(\ell_u+4)[3\Delta_\pi(0) + \Delta_K(0)]. \qquad /2.22/$$

г/. Среди $\bar{\Theta}_{00}^{(n)}$ существует только два члена, обозначаемых через δ_1 и δ_2 с неисчезающим вакуумным средним. Имеем тогда:

$$\Delta_\theta(0) = \frac{6}{16+5\sqrt{2}c}(\ell_{\delta_1} - \ell_u)(\ell_u - \ell_{\delta_2})[3\Delta_\pi(0) + \Delta_K(0)]. \qquad /2.23/$$

Наконец, перепишем полученные результаты /2.10/, /2.11/, /2.22/ и /2.23/ в приближении полюсной доминантности, т.е. при

$$\rho_\theta(a^2) \approx (F_\sigma m_\sigma^2)^2\,\delta(a^2 - m_\sigma^2)$$
$$\rho_\pi(a^2) \approx \left(\frac{f_\pi m_\pi^2}{\sqrt{2}}\right)^2 \delta(a^2 - m_\pi^2) \qquad /2.24/$$
$$\rho_K(a^2) \approx \left(\frac{f_K m_K^2}{\sqrt{2}}\right)^2 \delta(a^2 - m_K^2)\,,$$

где F_σ - гравитационная константа связи σ-мезона, $f_\pi \cos\theta$ и $f_K \sin\theta$ - константы распада π-мезона и K-мезона, θ - угол Кабиббо. Имеем, соответственно:

$$(\sqrt{2}+c)F_\sigma^2 m_\sigma^2 = \frac{(\ell_u+4)(\ell_g+4)(\ell_g-\ell_u)}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-c)\,\ell_g + 4(1+2\sqrt{2}c) - 3(1-\sqrt{2}c)\,\ell_u}\Big[\frac{1}{2}(2\sqrt{2}-c)(2\sqrt{2}c+1)\times$$
$$\times f_\pi^2 m_\pi^2 + 2(\sqrt{2}+c)(1-\sqrt{2}c) f_K^2 m_K^2\Big] \qquad /2.25/$$

$$(\sqrt{2}+c)F_\sigma^2 m_\sigma^2 = \frac{(\ell_u-\ell_\delta)(\ell_g-\ell_\delta)(\ell_g-\ell_u)}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-c)\,\ell_g - (1+2\sqrt{2}c)\,\ell_\delta - 3(1-\sqrt{2}c)\,\ell_u}\Big[\frac{1}{2}(2\sqrt{2}-c)(2\sqrt{2}c+1)\times$$
$$\times f_\pi^2 m_\pi^2 + 2(\sqrt{2}+c)(1-\sqrt{2}c) f_K^2 m_K^2\Big] \qquad /2.26/$$

$$F_\sigma^2 m_\sigma^2 = \frac{3}{16+5\sqrt{2}\,c}(\ell_\delta - \ell_u)(\ell_u+4)[3f_\pi^2 m_\pi^2 + f_K^2 m_K^2] \qquad /2.27/$$

$$F_\sigma^2 m_\sigma^2 = \frac{3}{16+5\sqrt{2}\,c}(\ell_{\delta_1} - \ell_u)(\ell_u - \ell_{\delta_2})[3f_\pi^2 m_\pi^2 + f_K^2 m_K^2]. \qquad /2.28/$$

3. Правило сумм для сигма-членов

Сигма-член в мезон-нуклонном рассеянии определяется как матричный элемент σ-коммутатора

$$\sigma_{ab} \equiv i[Q_a^A(0), \partial^\mu J_{\mu b}^A(0)] = i[Q_a^A(0),[Q_b^A(0), \Theta_{00}(0)]] \qquad /3.1/$$

между нуклонными состояниями:

$$\sigma_{ab}^{NN} \equiv \langle N | \sigma_{ab} | N \rangle. \qquad /3.2/$$

Правило сумм для этих сигма-членов можно получить только для модели /1.5/ в частном случае а/, т.е. тогда, когда Θ_{00} сохраняет одновременно и киральную, и масштабную инвариантность. В самом деле, имеем:

$$\sigma_{\pi\pi}^{NN} = -\frac{\sqrt{2}+c}{3}\langle N | \sqrt{2}\,u_0 + u_8 | N \rangle \qquad /3.3/$$

$$\sigma_{K^\pm K^\pm}^{NN} = -\frac{1}{12}\langle N | 2\sqrt{2}(2\sqrt{2}-c)u_0 + \sqrt{3}(2\sqrt{2}-c)u_3 + (c-2\sqrt{2})u_8 + 3\sqrt{3}\,g_3 + 9g_8 | N \rangle \qquad /3.4/$$

$$\sigma_{K^\circ K^\circ}^{NN} = -\frac{1}{12}\langle N | 2\sqrt{2}(2\sqrt{2}-c)u_0 - \sqrt{3}(2\sqrt{2}-c)u_3 + (c-2\sqrt{2})u_8 - 3\sqrt{3}\,g_3 + 9g_8 | N \rangle. \qquad /3.5/$$

Далее, используя равенство

$$cu_8 + g_8 = (\Theta_{00} - u_0) - \Theta_{00}, \qquad /3.6/$$

а также

$$M_B = \langle B(\vec{p}) | \Theta_\mu^\mu | B(\vec{p}) \rangle = \langle B(\vec{0}) | \Theta_{00} | B(\vec{0}) \rangle, \qquad /3.7/$$

можно получить:

$$\langle N | cu_8 + g_8 | N \rangle = \bar{M} - M_N, \qquad /3.8/$$

где $\bar{M}$ - средняя масса октета $\frac{1}{2}^+$ - барионов. Уравнения /3.3/ - /3.5/, /3.8/ вместе с уравнением

$$M_N = -(\ell_u+4)\langle N | u_0 + cu_8 | N \rangle - (\ell_g+4)\langle N | g_8 | N \rangle, \qquad /3.9/$$

вытекающим из /3.7/ с учетом вириальной теоремы, дают следующее соотношение между сигма-членами и размерностями ℓ_u и ℓ_g:

$$\alpha(\sigma_{K^\pm K^\pm}^{NN} + \sigma_{K^\circ K^\circ}^{NN}) + \beta\sigma_{\pi\pi}^{NN} = \gamma(\bar{M} - M_N) + \sqrt{2}(\sqrt{2}+c)^2 M_N, \qquad /3.10/$$

где введены обозначения

$$\alpha \equiv (\sqrt{2}+c)[(\ell_u+4) + \sqrt{2}c(\ell_g - \ell_u)]$$

$$\beta \equiv \sqrt{2}[1+2\sqrt{2}c)(\ell_u+4) + c(2\sqrt{2}-c)(\ell_u - \ell_g)]$$

$$\gamma \equiv \frac{\sqrt{2}+c}{2}[(4-\sqrt{2}c)(\ell_g+4) - 3(1-[\sqrt{2}c)(\ell_u+4)].$$

4. Обсуждение результатов

Формулы /2.25/ - /2.28/ могут быть использованы для получения некоторых сведений о размерностях членов, входящих в Θ_{00} для той или иной рассматриваемой модели. Рассмотрим сначала /2.25/ и /2.26/. Используя приближенное значение[12] $F_\sigma \simeq 1{,}1\, f_\pi$, получим следующую оценку для величины

$$x = \frac{(\sqrt{2}+c)\, F_\sigma^2\, m_\sigma^2}{\frac{1}{2}(2\sqrt{2}-c)(2\sqrt{2}c+1) f_\pi^2 m_\pi^2 + 2(\sqrt{2}+c)(1-\sqrt{2}c) f_K^2\, m_K^2}$$

при некоторых значениях c и f_K:

$$x = \begin{cases} 0{,}88 \text{ при } c = -1{,}25\ ^{/5/}, & f_K = f_\pi \\ 0{,}40 \text{ при } c = -1{,}25, & f_K = \frac{5}{4} f_\pi \\ 0{,}80 \text{ при } c = -0{,}24\ ^{/13/}, & f_K = f_\pi \\ 0{,}52 \text{ при } c = -0{,}24, & f_K = \frac{5}{4} f_\pi \end{cases}$$

Посмотрим теперь, каким значениям ℓ_u, ℓ_g и ℓ_δ в /2,25/ и /2.26/ соответствуют эти значения, если придерживаться при этом мнения[4,14,15], что размерности полевых величин принимают значения, близкие к целым, лежащим в интервале $-4 \le \ell \le -1$, за исключением случая, когда эта величина является c-числом. После проверки всех таких возможных вариантов ($\ell_g, \ell_u, \ell_\delta$ - целые и $-4 \le \ell_g, \ell_u \le -1$, $-4 \le \ell_\delta \le 0$) оказывается, что

а/. Для соотношения /2.25/ при $c = -1{,}25$ нет такого подходящего набора ℓ_u и ℓ_g, который мог бы дать значение x, близкое к 0,88; а значение x, близкое к 0,40, может дать набор $\ell_u = -1$, $\ell_g = -2$ ($x \sim 0{,}44$).

При $c = -0{,}24$ значение x, близкое к 0,80, может дать набор $\ell_u = -1$, $\ell_g = -3$ ($x \sim 0{,}78$);
а значение x, близкое к 0,52 - набор $\ell_u = -2$, $\ell_g = -3$ ($x \sim 0{,}55$).

б/. Для соотношения /2.26/ при $c = -1{,}25$ также нет такого подходящего набора ℓ_u, ℓ_g и ℓ_δ, который мог бы дать значение x, близкое к 0,88, а значение x, близкое к 0,40, может дать набор $\ell_u = -3$, $\ell_g = -2$, $\ell_\delta = 0$ ($x \simeq 0{,}45$).

При $x = -0{,}24$ значение x, близкое к 0,80, может дать набор $\ell_u = -3$, $\ell_g = -1$, $\ell_\delta = 0$ ($x \simeq 0{,}78$),
или $\ell_u = -1$, $\ell_g = -3$, $\ell_\delta = -4$, ($x \simeq 0{,}78$), а значение x, близкое к 0,52, может дать набор $\ell_u = -2$, $\ell_g = -1$, $\ell_\delta = 0$ ($x \approx 0{,}54$) либо $\ell_u = -3$, $\ell_g = -2$, $\ell_\delta = -1$ ($x \approx 0{,}54$) или $\ell_u = -1$, $\ell_g = -2$, $\ell_\delta = -3$ ($x \approx 0{,}55$), либо $\ell_u = -2$, $\ell_g = -3$, $\ell_\delta = -4$ ($x \approx 0{,}55$).

Переходим теперь к соотношениям /2.27/ и /2.28/. Имеем следующую оценку для величины

$$y = -\frac{5\sqrt{2}c}{3} \cdot \frac{F_\sigma^2 m_\sigma^2}{3 f_\pi^2 m_\pi^2 + f_K^2 m_K^2}$$

при некоторых значениях c и f_K:

$$y = \begin{cases} 4{,}4 & c = -1{,}23, \quad f_K = f_\pi \\ 3 & c = -1{,}23, \quad f_K = \frac{5}{4} f_\pi \\ 8{,}6 & c = -0{,}24, \quad f_K = f_\pi \\ 5{,}9 & c = -0{,}24, \quad f_K = \frac{5}{4} f_\pi \end{cases}$$

Значения $y = 8{,}6$ и 5,9 намного превышают значения для $(\ell_\delta - \ell_u)(\ell_u + 4)$ и $(\ell_{\delta_1} - \ell_u)(\ell_u - \ell_{\delta_2})$, входящих в /2.27/ и /2.28/ при всех возможных наборах ℓ_u и ℓ_δ, удовлетворяющих вышеуказанному условию. Таким образом, в рамках сделанных предположений можно исключить значение $c = -0{,}24$ из модели /1.6/, что находится в согласии с результатом работы[10], где было найдено $x\, k \approx -1{,}23$.

Далее, значение $y = (\ell_\delta - \ell_u)(\ell_u + 4)$, близкое к 4,4, получается при $\ell_u = -2$, $\ell_\delta = 0$ ($y = 4$), а значение $y = 3$ получается при $\ell_u = -3$, $\ell_\delta = 0$ и $\ell_u = -1$, $\ell_\delta = 0$. Что касается правила сумм /3.10/ для σ-членов, то пока нет достаточных экспериментальных данных, чтобы можно было сделать из него какой-нибудь полезный вывод.

В заключение я выражаю глубокую благодарность проф. Д.И. Блохинцеву за интерес к работе.

Литература

1. G.Mack. Nucl.Phys., B5, 499 (1968).
2. G.Mack, A.Salam. Ann.Phys., 53, 174 (1969).
3. M. Dal Cin, H.A.Kastrup. Nucl.Phys., B15, 189 (1970).
4. M.Kleinert, P.H.Weisz. Nuovo Cim., 3A, 479 (1971).
5. M.Gell Mann, R.J.Oakes, B.Renner. Phys.Rev., 175, 2195 (1968).

6. V.S.Nathur, J.S.Rao. Phys.Lett., 31B, 383 (1970).
7. K.Schilcher. Phys.Rev., D4, 237 (1971).
8. М.Элиашвили, Б.Маградзе, М.Цугулеа. ЯФ 15, 530 /1972/.
9. А.А.Хелашвили. Сообщения ОИЯИ, Р2-6739, Дубна, 1972.
10. J.J.Brehm. Nucl.Phys., B34, 269 (1971).
11. A.Sirlin, M.Weinstein. Phys.Rev., D6, 3588 (1972).
12. Дао Вонг Дык. Препринт ОИЯИ, Р2-6979, Дубна, 1973.
13. R.A.Brandt, G.Preparata. Ann.Phys., 61, 119 (1970).
14. H.Kleinert, P.H.Weisz. Nucl.Phys., B27, 23 (1971).
15. K.Wilson. Phys.Rev., 179, 1499 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел 29 августа 1973 года.