ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 7351

В.Г.Малышкин

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К μ -РАСПАДУ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7351

В.Г.Малышкин*

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К μ -РАСПАДУ

Направлено в ЯФ

---

* Саратовский государственный университет.

I. Введение

Радиационные поправки к спектру μ - распада вычислялись многими авторами (обзор литературы можно найти, например, в работе[I]. Однако проблема устранения инфракрасных расходимостей получила корректное решение совсем недавно.

Используя методы, развитые в работе[2], Матсону[I] удалось просуммировать электродинамические вклады в μ - распад, приводившие ранее к инфракрасным расходимостям, во всех порядках по постоянной структуры α. При этом выражение Матсона, в отличие от прежних результатов, не имело особенностей на верхнем конце спектра. Позднее Росс[3] провёл аналогичные вычисления и устранил ряд алгебраических ошибок работы[I].

В перечисленных работах рассматривались лишь поправки к изотропной части спектра, так что до настоящего времени мы не располагаем корректным выражением для радиационных поправок к неизотропной части спектра. Кроме того, вычисления[I,3] делались в приближении $m_e/E \ll 1$ (m_e -масса электрона, E - его энергия), что приводило к нефизической особенности соответствующих выражений на нижнем конце спектра, а, следовательно, затруднило их использование для интерпретации экспериментов по измерению параметров μ -распада в низкоэнергетической области, где пренебрежение массой электрона не является законным.

Этот пробел мы постарались восполнить в настоящей работе. С помощью тех же методов нами учтены радиационные поправки как к изотропной, так и к неизотропной частям спектра без пренебрежения массой электрона. Полученное выражение для спектра не содержит особенностей в концевых точках.

В отличие от работ[I,3], наши расчёты выполнены для случая, когда константы связи векторного и аксиального взаимодействия не равны.

2. Точное выражение для спектра μ -распада

Мы исходили из следующего лагранжиана взаимодействия[x)]:

$$\mathcal{L}_{int}(x) = -e\{\bar{\mu}(x)\hat{A}(x)\mu(x) + \bar{e}(x)\hat{A}(x)e(x)\}$$

$$+\frac{G}{\sqrt{2}}\{(\bar{\mu}(x)\tilde{O}_\alpha e(x))(\bar{\nu}_e(x)O_\alpha\nu_\mu(x)) + (\bar{e}(x)\tilde{O}_\alpha\mu(x))(\bar{\nu}_\mu(x)O_\alpha\nu_e(x))\}. \qquad (2.1)$$

При получении точного выражения для спектра μ -распада, учитывающего во всех порядках по α вклады реальных и виртуальных фотонов, приводящие к инфракрасным расходимостям, и в первом порядке по α конечные части этих вкладов, мы пользовались методами работы[/2/]. (Подробное изложение этих методов применительно к μ – распаду можно найти, например, в работе[/3/]).

Окончательный результат выражается в терминах переменных

$$x = 2(pk)/m_\mu^2$$
$$\mathcal{D} = m_e/m_\mu$$
$$y = \sqrt{x^2 - 4\mathcal{D}^2}$$
$$\cos\theta = \cos(\vec{S}\vec{k}),$$

где p, k, m_μ и m_e – 4-импульсы и массы μ – мезона и электрона, соответственно, а $\vec{S}$ – вектор спина μ -мезона– имеет следующий вид:

$$dW = \frac{G^2 m_\mu^5 y}{192\pi^3}(1 - x + \mathcal{D}^2)^{\frac{2\alpha}{\pi}\left[\frac{x}{y}\ln\frac{x+y}{2\mathcal{D}} - 1\right]} Z(x)$$

$$\times\left\{\frac{(1+\varepsilon^2)}{2}\left[3x(1+\mathcal{D}^2) - 2x^2 - 4\mathcal{D}^2 + \frac{\alpha}{2\pi}\mathcal{F}(x)\right]\right. \qquad (2.2)$$

$$-3\mathcal{D}(1-\varepsilon^2)\left[1 - x + \mathcal{D}^2 + \frac{\alpha}{2\pi}\mathcal{G}(x)\right]$$

$$\left.+\varepsilon y\cos\theta\left[1 - 2x + 3\mathcal{D}^2 + \frac{\alpha}{2\pi}\mathcal{H}(x)\right]\right\} dx\, d(\cos\theta)$$

---

x) В наших обозначениях $O_\alpha = \gamma_\alpha(1+\gamma_5)$

$\tilde{O}_\alpha = \gamma_\alpha(1+\varepsilon\gamma_5)$, $\quad \gamma_\alpha\gamma_\beta + \gamma_\beta\gamma_\alpha = 2g_{\alpha\beta}$,

$g_{\alpha\beta} = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)$, $\quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$.

$$Z(x) = \exp\Big[\frac{\alpha}{\pi} \Big\{ \frac{x}{y} \ln \frac{x+y}{2} \big[\ln(1-x+D^2) + 2 \ln \frac{y}{2}$$

$$- \frac{y^2}{2x(1-x+D^2)} \big] - \frac{x}{y} \Big[\frac{\pi^2}{3} + L\Big(\frac{x+y}{2}\Big) - L\Big(\frac{2D^2}{x+y}\Big)$$

$$+ 2L\Big(\frac{x-y}{x+y}\Big) + 2 \ln D \, \ln \frac{x+y-2D^2}{2y} + 2 \frac{x-y}{x+y} \qquad (2.3)$$

$$- 2 \ln \frac{x+y}{2D} \, \ln \frac{x+y}{2y} \Big] - 1$$

$$- \ln D \Big[\frac{1-y-D^2}{2(1-x+D^2)} + \frac{2x}{y} - 1 \Big]\Big\}\Big] .$$

Здесь и далее $\quad L(x) = \int\limits_0^x \frac{\ln(1-t)}{t} \, dt = - \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} .$

$$\mathcal{T}(x) = 2\big[3x(1+D^2) - 2x^2 - 4D^2\big] \mathcal{U}(x) + \frac{y^2(1-D^2)}{1-x+D^2} \ln D$$

$$+ \frac{y^2(x-4D^2+xD^2) - 24D^2(1-x+D^2)^2}{y(1-x+D^2)} \ln \frac{x+y}{2D} \qquad (2.4)$$

$$- (1-x+D^2)\Big\{ \frac{22}{3}(1-x+D^2) - 4x + \frac{1}{y} \ln \frac{x+y}{2D} \Big[4x^2$$

$$- \frac{5}{3}(1-x+D^2)^2 - 9x(1-x+D^2) \Big]\Big\} ,$$

$$\mathcal{G}(x) = 2(1-x+\mathcal{D}^2)\,\mathcal{U}(x) + 4(1-x+\mathcal{D}^2)$$

$$+ \frac{1 - 20x + 18x^2 + 6\mathcal{D}^2 - 20x\mathcal{D}^2 + \mathcal{D}^4}{3y}\,\ln\frac{x+y}{2\mathcal{D}}\,, \qquad (2.5)$$

$$\mathcal{H}(x) = 2(1-x+\mathcal{D}^2)\,\mathcal{U}(x) - \frac{(x-2\mathcal{D}^2)^2 - \mathcal{D}^2(2-x)^2}{y(1-x+\mathcal{D}^2)}\,\ln\frac{x+y}{2\mathcal{D}}$$

$$- \frac{x - 4\mathcal{D}^2 + x\mathcal{D}^2}{1-x+\mathcal{D}^2}\,\ln\mathcal{D} - \frac{(1-x+\mathcal{D}^2)}{3y^2}\Big[\,3 - 7x - 32x^2 + 104\mathcal{D}^2$$

$$+ 15x\mathcal{D}^2 + 5\mathcal{D}^4 + \frac{x + x^2 + 34x^3 - 100x\mathcal{D}^2 - 17x^2\mathcal{D}^2 - 5x\mathcal{D}^4}{y}\,\cdot$$

$$\cdot \ln\frac{x+y}{2\mathcal{D}} + \frac{4(1-x+\mathcal{D}^2)^2}{y}\,\ln\frac{2-x-y}{2-x+y}\,\Big]\,, \qquad (2.6)$$

$$\mathcal{U}(x) = -1 - \frac{(1-\mathcal{D}^2)}{y}\,\ln\frac{2-x-y}{2-x+y} + \ln(1-x+\mathcal{D}^2)$$

$$- \frac{2\mathcal{D}^2}{y}\,\ln\frac{x+y}{2\mathcal{D}} + \frac{x}{y}\,L\Big(\frac{x-y}{2}\Big) - \frac{x}{y}\,L\Big(\frac{x+y}{2}\Big)\,. \qquad (2.7)$$

В "пределе" $\mathcal{D} \to 0$ изотропная часть спектра (2.2) ... совпадает с выражением, полученным Россс [3]. Кроме того, ... ложении $Z(x)$ и $(1-x+\mathcal{D}^2)^{\frac{2\alpha}{\pi}t}$ ограничиться порядком α, ... придём к формулам работы[4]. Существенно, однако, что ... в отличие от получавшихся ранее, не содержит особенностей в ... точках спектра. Особенность в точке $x_{min} = 2\mathcal{D}$ устраняется легко; ... таточно в вычислениях не пренебрегать m_e. Особенность в точке $x_{max} = 1+\mathcal{D}^2$ исчезает при суммировании во всех порядках по α ... радиационных поправок, которые обычно приводят к инфракрасной расходимости.

3. <u>Заключение</u>

Для сравнения формулы (2.2) (мы полагаем ...) с результатами прежних расчётов, можно с помощью метода наименьших квадратов определить значения параметров ρ, η, ξ и δ, соответствующие (2.2) и аналогичным формулам работ[3-5].

При таком рассмотрении мы аппроксимируем формулы типа (2.2) стандартным выражением для спектра

$$dW = \frac{G^2 m_\mu^5 y}{192\pi^4}\left[M(x,\rho,\eta) - \xi \cos\theta\, B(x,\delta)\right] dx\, d\Omega, \qquad (3.1)$$

где

$$M(x,\rho,\eta) = 3x\left(1-x+\frac{\mathcal{D}^2}{2}\right) + \frac{2}{3}\rho\left(4x^2-3x-4\mathcal{D}^2\right) \qquad (3.2)$$

$$+ 6\eta\mathcal{D}\left(1-x+\mathcal{D}^2\right),$$

$$B(x,\delta) = y(1-x) + \frac{2}{3}\delta\, y\left(4x-3-3\mathcal{D}^2\right) \qquad (3.3)$$

Хотя такое сравнение несколько условно, оно даёт представление о порядке различия предсказаний формулы (2.2) и соответствующих формул работ /3-5/. Результаты сравнения указаны в таблице I. Естественно, что различие между перечисленными формулами наиболее существенно вблизи концевых точек спектра.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Г.В. Ефимову за постоянный интерес к работе, а также Д.Ю. Бардину, С.М. Биленькому за полезные обсуждения.

Литература:

1. L.Matson. Nucl.Phys., 12B, 647 (1969).
2. D.R.Yennie, S.C.Frautschi, H.Suura. Ann. of Phys., 13, 379 (1961).
3. D.A.Ross. Nuovo Cim., 10A, 475 (1972).
4. T.Kinoshita, A.Sirlin. Phys.Rev., 113, 1652 (1959).
5. H.Grotch. Phys.Rev., 168, 1872 (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел
27 июля 1973 года

Таблица I

Ссылки	/3/	/4/	/5/	Формула (2.2)
G^2_{cor}/G^2	$9,961\cdot 10^{-1}$	$9,956\cdot 10^{-1}$	$9,972\cdot 10^{-1}$	$9,962\cdot 10^{-1}$
$\rho_{eff}(0.03\div 0.13)$	$5,452\cdot 10^{-1}$	$5,501\cdot 10^{-1}$	$5,456\cdot 10^{-1}$	$5,442\cdot 10^{-1}$
$\rho_{eff}(0.05\div 0.95)$	$7,088\cdot 10^{-1}$	$7,086\cdot 10^{-1}$	$7,086\cdot 10^{-1}$	$7,084\cdot 10^{-1}$
$\rho_{eff}(0.4\div 0.95)$	$7,115\cdot 10^{-1}$	$7,112\cdot 10^{-1}$	$7,112\cdot 10^{-1}$	$7,115\cdot 10^{-1}$

Здесь G_{cor} - перенормированная константа связи; в скобках указан интервал x, на котором проводилась подгонка; ρ_{eff} - результат подгонки для параметра Мишеля.