

14/5-
СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



C 322
C - 844

P2 - 7328

76/2-74

В.Н.Стрельцов

ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА
ОТНОСИТЕЛЬНО ОБОБЩЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ
ЛОРЕНЦА

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

P2 - 7328

В.Н.Стрельцов

ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА
ОТНОСИТЕЛЬНО ОБОБЩЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ
ЛОРЕНЦА

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Стрельцов В.Н.

P2 - 7328

Об инвариантности уравнений Максвелла относительно обобщенных преобразований Лоренца

Показано, что уравнения Максвелла инвариантны относительно преобразований: $x' = (x - v_1 t) \gamma_1$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \{t - [v_2 / (c_1 c_2)] x\} \gamma_2$, где

$\gamma_1 = [v_1 / v_2 - v_1 / (c_1 c_2)]^{-1/2}$, $\gamma_2 = (v_2 / v_1) \gamma_1$, c_1 и c_2 - скорости распространения света, а v_1 и v_2 - скорости движения материального объекта в прямом и обратном направлениях [$1/v_2 = 1/v \pm (2\epsilon - 1)/c_0$ ($0 \leq \epsilon \leq 1$)]. При

этом, например, формулы преобразования для компонент напряженностей электрического и магнитного полей (F^{ik}) имеют вид: $E'_x = E_x$, $E'_y = [E_y - (v_2/c) H_z] \gamma_2$, $E'_z = [E_z + (v_2/c) H_y] \gamma_2$, $H'_x = H_x$, $H'_y = [H_y + (v_1/c) E_z] \gamma_1$, $H'_z = [H_z - (v_1/c) E_y] \gamma_1$, где $c = (c_1 c_2)^{1/2}$.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна, 1973

Streltsov V.N.

P2 - 7328

On the Invariance of the Maxwell Equations with Respect to the Generalized Lorentz Transformations

It is shown that the Maxwell equations are invariant with respect to transformations $x' = (x - v_1 t) \gamma_1$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = \{t - [v_2 / (c_1 c_2)] x\} \gamma_2$, where $\gamma_1 = [v_1 / v_2 - v_1 / (c_1 c_2)]^{-1/2}$, $\gamma_2 = (v_2 / v_1) \gamma_1$, c_1 and c_2 are the velocities of the light propagation, while v_1 and v_2 are speeds of motion of a matter object in the forward and backward directions [$1/v_2 = 1/v \pm$

$\pm (2\epsilon - 1)/c_0$ ($0 \leq \epsilon \leq 1$)]. In this case, e.g., the transformation formulae for the components of the electrical and magnetic field intensities (F^{ik}) have forms: $E'_x = E_x$, $E'_y = [E_y - (v_2/c) H_z] \gamma_2$, $E'_z = [E_z + (v_2/c) H_y] \gamma_2$, $H'_x = H_x$, $H'_y = [H_y + (v_1/c) E_z] \gamma_1$, $H'_z = [H_z - (v_1/c) E_y] \gamma_1$, where $c = (c_1 c_2)^{1/2}$.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna, 1973

Возьмем рассмотренные ранее /1/ /см. также /2/ / специальные преобразования для координат:

$$x' = (x - v_1 t) \gamma_1, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \left(t - \frac{v_2}{c_1 c_2} x\right) \gamma_2, \quad /1/$$

где $\gamma_1 = [v_1 / v_2 - v_1^2 / (c_1 c_2)]^{-1/2}$, $\gamma_2 = (v_2 / v_1) \gamma_1$, c_1 и c_2 - скорости распространения света, а v_1 и v_2 - скорости движения материального объекта в прямом и обратном направлениях. Их связь с соответствующими величинами при обычном определении одновременности описывается следующими выражениями:

$$\frac{1}{v_1} = \frac{1}{v} \pm \frac{2\epsilon - 1}{c_0} \quad (0 \leq \epsilon \leq 1). \quad /2/$$

Напомним, что отмеченные преобразования /1/ получены в результате обобщения определения понятия одновременности в специальной теории относительности. Они переходят в обычные формулы Лоренца в случае $\epsilon = 1/2$.

Рассмотрим далее уравнения Максвелла

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} = 0, \quad /3.1/$$

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = \frac{1}{c} j^i. \quad /3.2/$$

Используя известные формулы, описывающие связь между компонентами тензора электромагнитного поля и компонентами напряженностей электрического и магнитного полей

$$F_{14} = \mathcal{E}_x, \quad F_{24} = \mathcal{E}_y, \quad F_{34} = \mathcal{E}_z, \quad F_{23} = \mathcal{H}_x, \quad F_{31} = \mathcal{H}_y, \quad F_{12} = \mathcal{H}_z$$

$$F^{41} = E_x, F^{42} = E_y, F^{43} = E_z, F^{23} = H_x, F^{31} = H_y, F^{12} = H_z,$$

мы можем переписать уравнения /3.1/ и /3.2/ в виде

$$\operatorname{rot} \vec{\mathcal{E}} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0 \quad /4.1/$$

и

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{c} \vec{j}, \quad \operatorname{div} \vec{E} = \rho. \quad /4.2/$$

Применяя затем формулы преобразования для координат /1/ к уравнениям /4.1/ и /4.2/, найдем, что уравнения Максвелла инвариантны относительно указанных "обобщенных преобразований Лоренца". При этом формулы, описывающие преобразования напряженностей \vec{E} и \vec{H} /контравариантных составляющих тензора электромагнитного поля/, будут определяться выражениями:

$$E'_x = E_x, E'_y = (E_y - \frac{v_2}{c} H_z) \gamma_2, E'_z = (E_z + \frac{v_2}{c} H_y) \gamma_2, \quad /5.1/$$

$$H'_x = H_x, H'_y = (H_y + \frac{v_1}{c} E_z) \gamma_1, H'_z = (H_z - \frac{v_1}{c} E_y) \gamma_1, \quad /5.2/$$

где $c = (c_1 c_2)^{1/2}$.

В то же время для компонент напряженностей $\vec{\mathcal{E}}$ и \vec{H} /ковариантных составляющих тензора электромагнитного поля/ будем иметь

$$\mathcal{E}'_x = \mathcal{E}_x, \mathcal{E}'_y = (\mathcal{E}_y - \frac{v_1}{c} H_z) \gamma_1, \mathcal{E}'_z = (\mathcal{E}_z + \frac{v_1}{c} H_y) \gamma_1, \quad /6.1/$$

$$H'_x = H_x, H'_y = (H_y + \frac{v_2}{c} \mathcal{E}_z) \gamma_2, H'_z = (H_z - \frac{v_2}{c} \mathcal{E}_y) \gamma_2. \quad /6.2/$$

Литература

1. В.Н.Стрельцов. Сообщение ОИЯИ, P2-6968, Дубна, 1973.
2. H.Petryszyn. Preprint Inst. Mat. Fiz. Teor. Polit. Wrocł. Komunikat, nr. 12, Wrocław, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июля 1973 года.