

7230

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Эта. чит. зала

P2 - 7230

Р.А.Асанов

О ТОЧЕЧНОМ ИСТОЧНИКЕ
СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ С МАССОЙ
В ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7230

Р.А.Асанов

О ТОЧЕЧНОМ ИСТОЧНИКЕ
СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ С МАССОЙ
В ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ

Направлено в ТМФ

Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

S U M M A R Y

As a result of some works^{/2,3,4/} it follows, that the black hole has no scalar field outside it. The proofs are given under assumptions that a horizon does exist, the field is bounded on the horizon and outside it and the scalar field influences weakly the metric. So, the complete solution of the problem seems to be absent to-day (see ^{/1/}).

We would like to note that the scalar field influence on the metric can be rather essential. For instance, some static solutions where the scalar field is present do not possess the horizon. This is the exact solution for point source of massless scalar field ^{/6/}, where the simplest generalization of Klein equation is used. Just the same property has our particular numerical solution ^{/9/} for the point source of electrostatic and massless scalar fields, which has been found under conditions $\kappa \varepsilon^2 = 1, 1 \kappa^2 m^2$; $\kappa G^2 = 0, 1 \kappa^2 m^2$ (here κ is the gravitational constant, ε - electrical charge, G - scalar constant, M - the total mass of the system, $\hbar = c = 1$). Basing on this solution we have constructed an equilibrium model of a body with dust-like matter, the radius of which ($R \sim 0,9 \frac{\kappa m}{c^2}$) is less than dimensions of the horizon ordinary considered, and no singularity occurs.

Here some more example of the solution without horizon is given. It is a numerical static solution to point source of the massive scalar field. The ordinary scalar Eq. (1) and parameter values (14) are used. The results are presented in the graph and Eqs. (15)-(17).

В последнее время значительный интерес вызывают проблемы, связанные с гравитационным коллапсом. В ряде работ^{/1/} рассматривается поведение различного рода полей вблизи сколлапсировавших тел, т.п. "черных дыр". Многие рассуждения скалярных полей приводят к выводу, что вблизи тел, сколлапсировавших под сингулярную поверхность Шварцшильда /точнее, под поверхность "горизонта событий"/, скалярные поля отсутствуют. В работе Бекенштейна^{/2/} в предположении, что метрика стационарна и обладает горизонтом, а физические величины на горизонте и вне его ограничены, получено, что скалярное поле /с массой/ вне горизонта всюду равно нулю. Для скалярного поля выбиралось простейшее обобщение уравнения Клейна-Гордона.

В работе Тетлбойма^{/3/} проблема рассмотрена несколько иначе. В условиях неискаженной метрики Шварцшильда показано, что квантованное скалярное поле /с массой/ не взаимодействует с /классическими/ источниками поля, находящимися на горизонте.

В работах Прайса^{/4/} и Чейза^{/5/} утверждается, что статическое скалярное поле на горизонте обязательно сингулярно. Этот вывод довольно прозрачен, но справедлив только при наличии метрики, обладающей горизонтом.

С другой стороны, рассмотрение Прайсом^{/4/} задачи в нестатической метрике приводит к выводу о том, что скалярное поле конечно под горизонтом и на горизонте, но внешнее скалярное поле у "черной дыры" отсутствует. Таким образом, в процессе коллапса скалярный заряд становится бесследно /для внешнего наблюдателя/ погребенным в "черной дыре". Сейчас трудно отрицать справедливость этого вывода, но следует отметить, что при

рассмотрении было сделано сильное предположение - о незначительности влияния скалярного поля на метрику. В частности, автор пользовался сопутствующей синхронной системой отсчета, что в присутствии поля и вещества, вообще говоря, невозможно /за исключением случая полной пространственной изотропии/.

Конструктивная критика дана в статье М.А.Маркова,^{/1/} и указан путь решения проблемы - это полное динамическое рассмотрение. Этот путь пока остается открытым.

Здесь хотелось бы заметить, что влияние скалярного поля может существенным образом изменить характер самой метрики, как это видно даже на примере статического рассмотрения. Ряд известных статических решений со скалярным полем, например, не приводит к образованию поверхности горизонта. Таково решение для точечного источника статического скалярного поля, найденное четверть века назад Фишером^{/6/}. На основе простейшего обобщения уравнения Клейна для безмассового поля с помощью численного решения нами была построена^{/7/} модель статического сферически-симметричного тела с распределенными источниками электрического и скалярного полей и "пылевидным" веществом без давления размера меньшего ($\approx 0,9 \text{ км/с}^2$), чем обычно обсуждаемые размеры поверхности горизонта. В этом решении также нет горизонта; ни метрика, ни поля, ни плотность вещества не имеют никаких особенностей во всем пространстве.

Поскольку скалярное поле с массой сегодня ближе к реальности, чем гипотетическое безмассовое, возникает вопрос о характере метрики в этом случае. Этот вопрос может представить интерес и вследствие появления такого рода полей в единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий^{/8/}.

Здесь мы приведем результат численного решения системы уравнений Эйнштейна /без космологического члена/ и простейшего обобщения уравнения Клейна

$$(\nabla_6 \nabla^6 + \frac{\mu^2 c^2}{\hbar^2}) \phi = 4\pi j \quad /1/$$

для случая точечного источника статического скалярного поля с массой μ . В шварцшильдовой метрике,

$$ds^2 = -e^{\lambda} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\psi^2) + e^{\nu} dt^2, \quad /2/$$

$$\lambda = \lambda(r), \quad \nu = \nu(r), \quad c = 1,$$

уравнения Эйнштейна имеют вид ($\hbar = 1$)

$$-\frac{\lambda'}{r} + \frac{1 - e^{\lambda}}{r^2} = -\kappa \phi'^2 - \kappa \mu^2 \phi^2 e^{\lambda}, \quad /3/$$

$$\frac{\nu'}{r} + \frac{1 - e^{\lambda}}{r^2} = \kappa \phi'^2 - \kappa \mu^2 \phi^2 e^{\lambda}, \quad /4/$$

$$\frac{\nu''}{2} + \frac{\nu' - \lambda'}{2r} + \frac{\nu'(\nu' - \lambda')}{4} = -\kappa \phi'^2 - \kappa \mu^2 \phi^2 e^{\lambda}. \quad /5/$$

Уравнение скалярного поля вне источников записывается следующим образом:

$$\phi'' + \left(\frac{2}{r} + \frac{\nu' - \lambda'}{2}\right) \phi' - \mu^2 \phi e^{\lambda} = 0, \quad /6/$$

здесь штрих означает производную по r , κ - ньютонова гравитационная постоянная, μ - масса "скалярного мезона".

При условии соответствия решения с ньютовым приближением ($e^{\nu} = 1 - \frac{2\kappa m}{r} + \dots, r \rightarrow \infty$) можно получить^{/9/}

первый интеграл в виде

$$e^{\lambda} = \left(1 + \frac{r\nu'}{2}\right)^2 \left[1 + \frac{\kappa^2 m^2 + 2\kappa \mu^2 \int_r^{\infty} \phi^2 r^3 (2 + r\nu') e^{\nu} dr}{r^2 e^{\nu}}\right], \quad /7/$$

здесь m - масса всей системы.

Уравнения /3/ и /5/ позволяют получить в нашем случае еще один первый интеграл:

$$e^\lambda = r^2 e^\nu \left(1 - \frac{r\nu'}{2}\right)^2 \left[2r^2 - r^2 e^\nu - 8\kappa m r + 9\kappa^2 m^2 - 4 \int (e^\nu - 1 + \frac{2\kappa m}{r}) r dr\right]^{-1} \quad /8/$$

Асимптотика решений при $r \rightarrow \infty$ и в предложении $e^{-\mu r} \ll 1$ имеет вид /9/

$$\phi = \frac{G}{r(\mu r) \kappa \pi \mu} \exp\left(-\mu r + \frac{a}{r} + \frac{\beta}{2r^2} + \dots\right) + \dots, \quad /9/$$

$$2a = \kappa m + 3\kappa^2 m^2 \mu,$$

$$2\mu\beta = \kappa m + 2\kappa^2 m^2 \mu + 5\kappa^3 m^3 \mu^2,$$

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2\kappa m}{r} + \kappa G^2 \left(\frac{\mu}{r} + \dots\right) \exp(-2\mu r - 2\kappa m \ln \mu r + \frac{2a}{r} + \dots) + \dots, \quad /10/$$

$$e^\nu = 1 - \frac{2\kappa m}{r} - \frac{\kappa G^2}{2} \left(\frac{1}{r^2} + \dots\right) \exp(-2\mu r - 2\kappa m \ln \mu r + \frac{2a}{r} + \dots) + \dots, \quad /11/$$

здесь G - скалярная константа.

Для контроля правильности численного решения полезно также знать характер асимптотики при $r \rightarrow 0$. В работе /6/ утверждается, что она совпадает с асимптотикой для безмассового решения, приведенной в /6/. Однако это слишком сильное утверждение. На самом деле можно видеть только, что асимптотика может иметь вид степенного закона, как и в безмассовом случае,

$$e^\nu = Ar^a + \dots (a > 0), \quad e^\lambda = Br^b + \dots (b > 0), \quad \sqrt{\kappa} \phi \approx \frac{C}{r} + \dots \quad /12/$$

при этом для постоянных верны соотношения

$$a = C^2 - 1, \quad b = 1 + C^2, \quad /13/$$

т.е. $b - a = 2$, аналогично безмассовому случаю, и в метрике при $r \rightarrow 0$ имеется существенная особенность. Что же касается величины постоянных A, B, C, a, b , то, разумеется, она не обязана совпадать с величиной постоянных в безмассовом случае и, конечно, зависит от массы μ .

Численное решение задачи было найдено при следующих значениях параметров:

$$\kappa G^2 = \kappa^2 m^2, \quad \mu = \frac{1}{\kappa m}, \quad /14/$$

т.е. значение скалярной константы выбиралось довольно большим. Результаты решения схематически изображены на рисунке. Функция e^λ от своих значений на простран-

ственной бесконечности ($e^{-\lambda} \approx 1 - \frac{2\kappa m}{r}$) плавно растет

и достигает максимума ($e^\lambda \approx 9,5$) вблизи "гравитационного радиуса" $r_g = 2\kappa m$; точнее, при $r = 2,1\kappa m$. Затем она падает, плавно устремляясь к нулю при $r \rightarrow 0$. При этом значение, равное единице, функция e^λ принимает при $r \approx 1,8\kappa m$. Функция e^ν монотонна, равна нулю при $r = 0$ и единице на пространственной бесконечности. Скалярное поле довольно мало на расстояниях, больших r_g /например, при $r = 2,3\kappa m$, $\sqrt{\kappa} \phi \approx 0,1$ /, а на расстояниях, меньших r_g , быстро переходит на свою асимптотику вблизи $r = 0$:

$$\sqrt{\kappa} \phi = -(4 \pm 0,02) \ln \frac{r}{\kappa m} + (3,3 \pm 0,1), \quad r \rightarrow 0, \quad /15/$$

здесь указана точность численного расчета.

Поведение метрических функций вблизи начала координат /и вплоть до $r = 1,2\kappa m$ / имеет вид

$$e^\lambda = 3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{r}{\kappa m}\right)^{17,0 \pm 0,1}, \quad r \rightarrow 0, \quad /16/$$

$$e^\nu = 7 \cdot 10^{-7} \left(\frac{r}{\kappa m}\right)^{15,0 \pm 0,1}, \quad r \rightarrow 0.$$

/17/

Отсюда видно, что найденная асимптотика имеет форму /12/, /13/. Для сравнения приведем асимптотику при $r \rightarrow 0$ безмассового случая ($\mu = 0, \kappa G^2 = \kappa^2 m^2$):

$$\sqrt{\kappa} \phi \approx -2,4 \ln \frac{r}{\kappa m} + 2,5;$$

$$e^\lambda \approx 0,034 \left(\frac{r}{\kappa m}\right)^{6,9}, \quad e^\nu \approx 0,006 \left(\frac{r}{\kappa m}\right)^{4,9}.$$

На рисунке, также для сравнения, пунктиром изображена функция e^λ для этого безмассового случая.

Таким образом, в найденном частном решении также, как в безмассовом решении Фишера /6/, горизонт отсутствует. Это еще раз подтверждает возможность существенного изменения характера метрики под влиянием скалярного поля. Нужно заметить, что при анализе более сложного обобщения уравнения Клейна - уравнения в форме Пенроуза /10/ для безмассового поля

$$\left(\nabla_\alpha \nabla^\alpha + \frac{R}{6}\right)\phi = 0$$

для задачи о точечном источнике было найдено /11/ одно частное статическое решение, обладающее горизонтом при $r = \kappa m$. В соответствии с выводом Чейза и Прайса здесь скалярное поле на горизонте сингулярно. Но это решение относится только к строгому соотношению $\kappa G^2 = 3\kappa^2 m^2$.

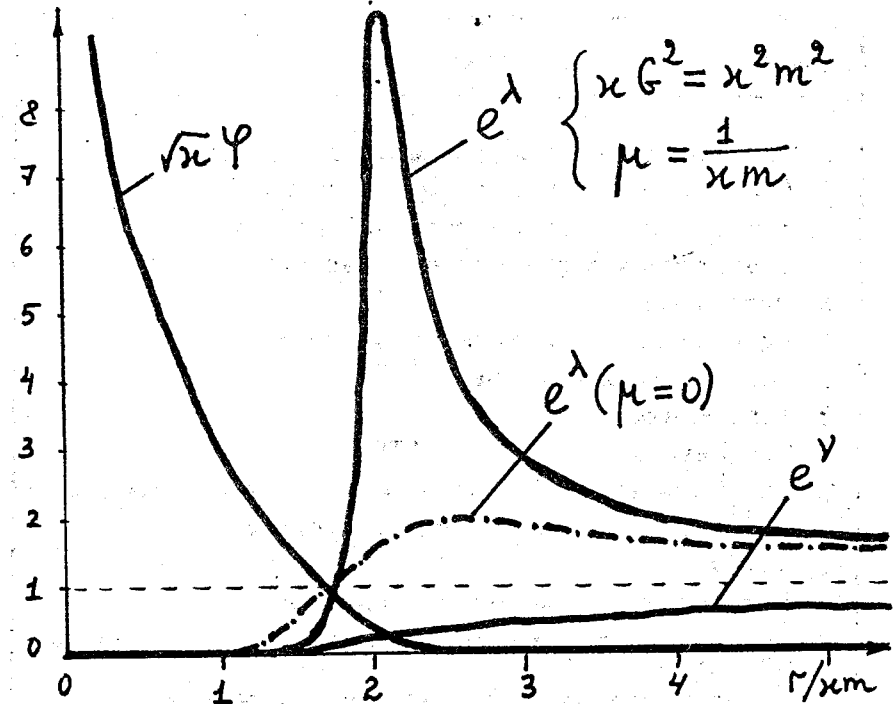
Приношу благодарность проф. М.А.Маркову за предложенную тему и постоянное внимание.

Литература

1. M.A.Markov. *Global Properties of Collapsing Matter (Black Holes)*. Preprint JINR E2-6831, Dubna, 1972; and cit. lit.
2. J.D.Bekenstein. *Phys.Rev.*, D5, 1239, 2403 (1972).
3. C.Teitelboim. *Phys. Rev.*, D5, 2941 (1972).
4. R.H.Price. *Phys. Rev.*, D5, 2419, 2439 (1972).
5. R.Chase. *Comm. Math. Phys.*, 19, 276 (1972).

6. И.З.Фишер. *ЖЭТФ*, 18, 636 /1948/.
7. Р.А.Асанов. *Сообщения ОИЯИ*, P2-6564, Дубна, 1972.
8. S.Weinberg. *Phys. Rev. Lett.*, 19, 1264 (1967).
9. Р.А.Асанов. *ЖЭТФ*, 53, 673 /1967/.
10. Р.Пенроуз. *Лекции в Лёз-Уш*, 1963. В сб. "Гравитация и топология", "Мир", 1966.
11. Н.М.Бочарова, К.А.Бронников, В.Н.Мельников. *Вестник МГУ*, сер. III, 11, 706 /1970/.

Рукопись поступила в издательский отдел 6 июня 1973 года.



Поведение метрических функций и скалярного поля для точечного источника поля с массой μ в зависимости от шварцшильдовой радиальной координаты r ($c = \hbar = 1$). Поскольку масштаб довольно мелкий, надо заметить, что функции e^λ и e^ν обращаются в нуль только при $r = 0$, а поле ϕ - только при $r \rightarrow \infty$.