СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 7211

Г.И.Копылов

МНОГОЧАСТИЧНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В ПРОЦЕССАХ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

P2 - 7211

Г.И.Копылов

МНОГОЧАСТИЧНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В ПРОЦЕССАХ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ

Summary

The correlations between three or four like pions have been calculated. The aim of this paper is to explain the effects seen in [1,2] (similar to the GGLP-effect[3]) and to develop the method of obtaining the space-time picture of multiple production processes. The effect is expressed in terms of a b_{ij} mutual coherence function of like pions (see (2), (3)). It can be calculated (4) for the pions independently generated by randomly distributed oscillators (1). The formula (13) gives the correlations between n like pions where $D_s(b_{ij})$ is the permutant (determinant with pluses only) of mutual coherence functions. The explicit formulae for 3 or 4 pions are given in (15)-(17). The correlations between like fermions are derived in § 3. This permits to measure the form and the mean life of highly excited nuclei that can evaporate many neutrons [5]. The conditions of observing the effect in terms of variables $\omega_i - \omega_j$, $\vec{p}_i - \vec{p}_j$ are briefly analysed in § 4.

В последнее время появились наблюдения корреляций между направлениями вылета нескольких мезонов одного знака[1-2]. Выяснилось, что такие мезоны чаще, нежели разноименные, вылетают сравнительно узким пучком. Данная работа посвящена истолкованию и расчету этого эффекта, который, будучи сродни известному эффекту Гольдхабера - Ли-Пайса[3], связан с проявлениями Бозе-статистики в многомезонных системах. Указаны условия, в которых эффект может проявиться наиболее сильно, и анализируется возможность изучения с его помощью деталей процесса множественного рождения. Сходное явление из другой области физики - корреляции в испарении нейтронов из высоковозбужденных ядер - позволяет оценивать время жизни, размеры и форму ядер /см. в этой связи[4-6] /.

§2. *Модель испускания и регистрации частиц*

Данная статья служит продолжением работ[5,6], посвященных корреляциям тождественных частиц при множественном рождении. Изложим вкратце основы принятой в этих работах модели испускания частиц, на которую мы будем опираться.

Предполагается, что частицы рождаются независимо друг от друга в некотором объеме V, внутри которого расположены их источники. В момент возбуждения /столкновения первичных частиц/ источники включаются все одновременно и высвечивают мезоны за время τ.

Взаимодействие между рожденными мезонами /"в конечном состоянии"/ учитывают, считая, что реально до счетчиков доходят лишь мезоны, испущенные с поверхности объема V. Вблизи от этой поверхности задается ток источников $g_\lambda(r')$, где $r'=\{\vec{r}\,',t'\}$, $\vec{r}\,'$ - текущая точка внутри источника, текущий момент времени $t'>0$, а λ - параметры, определяющие расположение и свойства источников.

Для конкретности можно представлять, что частицы испускаются тяжелыми осцилляторами, не обязательно точечными, а, например, имеющими вид сферы радиуса a:

$$g_\lambda(r')=\theta(a-|\vec{r}\,'-\vec{r}_0|)\,\theta(t')\exp(-iEt'-t'/2\tau). \qquad /1/$$

Весь объем G каждого осциллятора испускает мезоны синфазно/когерентно/,а независимость рождения мезонов выражается в том, что фаза каждого осциллятора и параметры λ /такие, как положение центра источника $\vec{r}_0$ и его частота E/h/ считаются случайными величинами. В результате и токи $g_\lambda(r')$ являются случайными функциями. Из них образуется бинарная комбинация $g_\lambda(r')g^*_\lambda(r'')$, которая усредняется по случайным параметрам λ. Полученная величина носит имя функции взаимной когерентности источников

$$\beta(r',r'')=\langle g_\lambda(r')g^*_\lambda(r'')\rangle .$$

Фурье-преобразование тока g дает амплитуду регистрации мезона с 4-импульсом $p=\{\vec{p},\epsilon\}$:

$$a_\lambda(p)=\int g_\lambda(r')\exp(ipr')\,dr'.$$

По этой причине Фурье-образ функции β дает функцию взаимной когерентности пар мезонов с 4-импульсами p_1, p_2

$$b(p_1,p_2)\equiv\langle a_\lambda(p_1)a^*_\lambda(p_2)\rangle = \qquad /2/$$
$$=\int \beta(r',r'')\exp(ip_1r'-ip_2r'')\,dr'dr'',$$

через которую и выражаются корреляционные эффекты

в том случае, когда источники независимы. Она отлична от нуля /мезоны в какой-то мере когерентны/ даже в случае $\beta(r',r'')=\delta^4(r'-r'')$ /при полной некогерентности источников/.

Обычно рождение мезонов изображается фейнмановскими диаграммами, то есть является когерентным. Наше основное упрощающее предположение будет состоять в том, что мы будем рассматривать только мезоны, рождающиеся некогерентно /что разумно допустить, например, в пределе все увеличивающегося числа все усложняющихся диаграмм Фейнмана или просто при статистическом механизме рождения/; как было показано в [5,6], эффекты когерентности дают себя знать даже в этом случае.

Выкладки [5,6], легко проводимые для статистического механизма рождения, показывают, что функция $b(p_1,p_2)$ распадается на три фактора, зависящие порознь от p_1, от p_2 и от разности $p_1-p_2\equiv q_{12}=\{\vec{q}_{12},q^{\circ}_{12}\}$.

Так, для осцилляторов /1/, испускающих мезоны равномерно со всей поверхности V, можно записать

$$b(p_1,p_2)\sim \tilde{I}(p_1a)\tilde{I}(p_2a)\,b_{12}, \qquad /3/$$

где за обсуждаемые корреляции отвечает, как мы увидим далее, фактор

$$b_{12}=b^*_{21}\equiv b(q_{12})=\frac{I(q^T_{12}\bar{R})}{1-i\tau q^{\circ}_{12}}. \qquad /4/$$

Здесь $I(x)$ и $\tilde{I}(x)$ соответственно обозначают функции $2j_1(x)/x$ и $3(\sin x-x\cos x)x^{-3}$, обращающиеся при $x=0$ в единицу и при $x\to\infty$ в нуль /и мало отличающиеся при $|x|<3-4$ друг от друга и от экспоненты $\exp(-x^2/4{,}62)$/. В аргументы функций входят $\bar{R}$ - радиус области, в которой находятся центры излучателей, и a - их радиусы. Индекс T означает проекцию, перпендикулярную направлению $\vec{p}_1+\vec{p}_2$. Если $a\ll\bar{R}$, то ширина максимума функции $|b_{12}|^2$ /то есть ширина "интерференционного" максимума/ меньше ширины спектра импульсов /определяемого, как мы увидим ниже, функцией $\tilde{\Gamma}$ /*. Формулы /3/, /4/ выведены для сферических областей V и G; если бы области были вытянутыми, под $2a$ /или $2\tilde{R}$ / следовало бы понимать диаметр сечения области плоскостью векторов $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ /см. в этой связи /6/ /.

§2. Многочастичные корреляции мезонов одного знака

Пусть при высокоэнергетическом столкновении /например, при аннигиляции $\bar{p}+p$ / родилось N частиц, из которых какие-то n являются тождественными скалярными мезонами. Их номера суть $1,2,\ldots n$; они испущены n независимыми источниками, чьи параметры суть λ, $\mu,\ldots,\nu$: прочие частицы, испущенные источниками ξ_k, различимы друг от друга. Тогда амплитуда совместной регистрации всех N частиц равна произведению амплитуд $a_\lambda(p_i)$ их регистрации порознь, симметризованному по всем перестановкам источников тождественных частиц

$$A=\Big[\sum_\lambda \sum_\mu \ldots \sum_\nu a_\lambda(p_1)\,a_\mu(p_2)\ldots a_\nu(p_n)\Big]\prod_{k=n+1}^{N} a_{\xi_k}(p_k) \qquad /5/$$

/под знаком Π остались амплитуды, не подлежащие симметризации/. Величину в квадратных скобках - ее называют пермутант ** - можно получить из детерминанта, составленного из амплитуд

$$D_S^{(n)}=D_S^{(n)}(\{a_{\lambda_i}(p_j)\})=\begin{vmatrix} a_\lambda(p_1) & a_\lambda(p_2) & \ldots & a_\lambda(p_n)\\ a_\mu(p_1) & a_\mu(p_2) & \ldots & a_\mu(p_n)\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ a_\nu(p_1) & a_\nu(p_2) & \ldots & a_\nu(p_n)\end{vmatrix}_S ,$$

* Для точечных излучателей $\tilde{I}\equiv 1$, то есть одночастичный импульсный спектр оказывается очень широким.

** "Симметрант" - по Ю.Швингеру.

если, расписывая его почленно, заменить все вычитания сложением. Значок S и будет отличать симметричную сумму произведений - пермутант - от обычного детерминанта:

$$A=D_S^{(n)}(\{a_{\lambda_i}(p_j)\})\prod_{k=n+1}^{N} a_{\xi_k}(p_k) \quad (i,j=1,2,\ldots,n).$$

Плотность распределения импульсов N частиц будет пропорциональна $|A|^2$

$$W(p_1,\ldots,p_N)=\frac{1}{n!}\langle|A|^2\rangle, \qquad /6/$$

где знак $\langle\,\rangle$ означает усреднение по всем ненаблюдаемым случайным параметрам источников. Пусть эти параметры $\lambda,\mu,\ldots\nu$ распределены все одинаково и независимо друг от друга, так что итог усреднения по ним произведения $a_\lambda(p_i)a_\lambda^*(p_j)$ - функция взаимной когерентности любых пар частиц - один и тот же

$$\langle a_\lambda(p_i)a_\lambda^*(p_j)\rangle=\langle a_\mu(p_i)a_\mu^*(p_j)\rangle=\ldots=b(i,j). \quad /7/$$

Тогда нетрудно установить тождество, справедливое как для пермутантов, так и для детерминантов

$$\left\langle\begin{vmatrix} a_\lambda(p_1) & a_\lambda(p_2) & \ldots & a_\lambda(p_n)\\ a_\mu(p_1) & a_\mu(p_2) & \ldots & a_\mu(p_n)\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ a_\nu(p_1) & a_\nu(p_2) & \ldots & a_\nu(p_n)\end{vmatrix}^2\right\rangle=n!\begin{vmatrix} b(p_1,p_1) & b(p_1,p_2) & \ldots & b(p_1,p_n)\\ b(p_2,p_1) & b(p_2,p_2) & \ldots & b(p_2,p_n)\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ b(p_n,p_1) & b(p_n,p_2) & \ldots & b(p_n,p_n)\end{vmatrix}. \qquad /8/$$

Вычисляя теперь /6/, учтем равенство /3/. Мы придем к следующему выражению для плотности распределения импульсов

$$W(p_1,\dots,p_N)=\left|\begin{matrix} 1 & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & 1 & \dots & b_{2n} \\ \dots & & & \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & 1 \end{matrix}\right|_S \prod_{i=1}^{N} \tilde{I}^2(p_i a). \qquad /9/$$

Чтобы установить правильную нормировку распределения, сравним /9/ с выражением для сечения рождения N частиц, куда также входит плотность распределения:

$$d\sigma(p_1,\dots,p_N)=|\mathfrak{M}(p_1,\dots,p_N)|^2\,\delta^4\Big(\sum_1^N p_i-P_0\Big)\prod_{i=1}^{N}\frac{d\,\vec{p}_i}{2\omega_i}. \qquad /10/$$

Мы видим, что для различающихся частиц следовало бы принять

$$|\mathfrak{M}(p_1,\dots,p_N)|^2=\prod_{i=1}^{N}\tilde{I}^2(p_i a). \qquad /11/$$

Теперь ясно, что эффект интерференционной корреляции между мезонами одиого знака в нашей модели независимого испускания получается, если домножить квадрат матричного элемента рождения различающихся частиц $|\mathfrak{M}|^2$ на множитель $P^{(n)}$, равный пермутанту $D_S^{(n)}(\{b_{ij}\})$

$$d\sigma(p_1,\dots,p_N)=|\mathfrak{M}|^2\,P^{(n)}\,\delta^4\Big(\sum_1^N p_i-P_0\Big)\prod_1^N\frac{d^3\vec{p}_i}{2\omega_i}. \qquad /12/$$

Для вывода этой формулы, по-существу, важно лишь допущение о независимости испускания частиц и о совпадении законов распределения параметров их источников. Поэтому она может оказаться справедливой далеко за рамками статистической модели. Представим себе, например, что множественное рождение частиц /не обязательно тождественных/ описывается большим количеством однородных диаграмм Фейнмана с большим числом вторичных частиц в каждой из них. Рассмотрим множество пар узлов диаграмм, из которых выходят линии вторичных частиц.

Тогда разумно допустить, что эти узлы расположены на диаграммах случайным образом и независимо друг от друга с одним и тем же законом распределения. Пусть какая-либо типичная диаграмма дает амплитуду $\mathfrak{M}$. Тогда, желая учесть интерференцию диаграмм, мы можем по аналогии с /12/ написать

$$d\sigma(p_1,\dots,p_N)=|\mathfrak{M}|^2 D_S^{(n)}(\{b_{ij}\})\,\delta^4\Big(\sum_1^N p_i-P_0\Big)\prod_1^N\frac{d^3\vec{p}_i}{2\bar{\omega}_i}, \qquad /13/$$

где теперь b_{ij} - функция взаимной когерентности частиц, усредненная по всем узлам диаграммы. Она, конечно, будет отличаться от /4/, но, по-прежнему, зависеть от $q_{ij}=p_i-p_j$. Формулу /13/ можно также считать феноменологическим способом учета интерференции диаграмм в многочастичных процессах /о важности учета интерференции см. [7] /.

Вернемся к формуле /12/. Говоря в дальнейшем об интерференционных корреляциях в импульсах тождественных частиц, мы будем иметь в виду именно фактор $P^{(n)}$ в общем выражении /12/. Выпишем этот фактор для малых n.

Корреляции в импульсах пар $\pi^\pm\pi^\pm$ имеют вид

$$P^{(2)}=1+|b(q_{12})|^2=1+\frac{I^2(q_{12}^T\bar{R})}{1+(\tau q_{12}^0)^2}, \qquad /14/$$

уже изученный подробно в работах [5,6]. Чтобы заметить эти корреляции, надо сравнить для пар тождественных мезонов распределение на плоскости (q_{12}^{T2}, q_{12}^0) в окрестности начала координат с фоновым распределением. Первое вдвое выше второго.

Корреляции в импульсах троек $\pi^\pm\pi^\pm\pi^\pm$ даются выражением /при $\kappa_1=1$, $\kappa_2=2$ /

$$P^{(3)}=1+\kappa_1\big(|b_{12}|^2+|b_{13}|^2+|b_{23}|^2\big)+ \qquad /15/$$
$$+\kappa_2\,\mathrm{Re}(b_{12}b_{23}b_{31}).$$

В явном виде для нашей модели независимых осцилляторов

$$P^{(3)} = 1+\kappa_1\left[\frac{I^2(\bar{R}q^T_{12})}{1+(r q^0_{12})^2}+\frac{I^2(\bar{R}q^T_{23})}{1+(r q^0_{23})^2}+\frac{I^2(\bar{R}q^T_{31})}{1+(r q^0_{31})^2}\right]+\kappa_2 I(\bar{R}q^T_{12})I(\bar{R}q^T_{23})I(\bar{R}q^T_{31})\times$$

$$\times\frac{1+r^2[(q^0_{12})^2+(q^0_{23})^2+(q^0_{31})^2]/2}{[1+(r q^0_{12})^2][1+(r q^0_{23})^2][1+(r q^0_{31})^2]}. \qquad /16/$$

Эффект здесь следует искать в пространстве переменных

$$q=\{q^T_{12},\ q^T_{23},\ q^T_{31},\ q^0_{12},\ q^0_{23},\ q^0_{31}\}$$

опять в окрестности начала координат, где он в 6 раз превышает фоновый эффект *. Наблюдение корреляций в импульсах троек мезонов должно привести к значениям параметров $\bar{R}$ и r, согласованным с парными корреляциями.

Наконец, выпишем ожидаемую плотность распределения импульсов четверок мезонов одного знака. В области $\vec{p}_1\approx\vec{p}_2\approx\vec{p}_3\approx\vec{p}_4$ она должна в $n!=24$ раза превосходить плотность распределения нетождественных частиц:

$$P^{(4)}=1+\kappa_1(|b_{12}|^2+|b_{13}|^2+|b_{14}|^2+|b_{23}|^2+|b_{24}|^2+|b_{34}|^2)+$$

$$+\kappa_2 Re(b_{12}b_{23}b_{31}+b_{12}b_{24}b_{41}+b_{23}b_{34}b_{42}+b_{13}b_{34}b_{41})+$$

$$+\kappa_3(|b_{12}b_{34}|^2+|b_{13}b_{24}|^2+|b_{14}b_{23}|^2)+ \qquad /17/$$

$$+\kappa_4 Re(b_{12}b_{23}b_{34}b_{41}+b_{13}b_{34}b_{42}b_{21}+b_{14}b_{42}b_{23}b_{31})$$

(где $\kappa_1=\kappa_3=1,\ \kappa_2=\kappa_4=2$).

* Конечно, существенной помехой в наблюдении эффекта может стать малость фазового объема окрестностей точки $q=0$. Свертывая фазовое пространство по части переменных /например, строя распределение по $a\omega_1$, $a\omega_2$, $a\omega_3$, где $a=(\omega_1+\omega_2+\omega_3)^{-1}$ можно увеличить фазовый объем, но можно и вообще затушевать эффект /см. ниже, §4/.

§3. *Корреляции в импульсах нейтронов*

Эти корреляции могут наблюдаться при испарении нейтронов высоковозбужденными ядрами. Модель такого явления - она сводится к независимому испарению нейтронов участками поверхности ядра - и корреляции между парами нейтронов были рассмотрены в работе [5]. Здесь мы приведем формулу для корреляций между группами нейтронов.

Она совпала бы с формулой /9/ /, разумеется, с заменой пермутанта на детерминант/, если бы все нейтроны были в одном и том же спиновом состоянии. Однако из-за того, что они встречаются в двух спиновых состояниях /обозначим их α и β /, которые не интерферируют между собой, формулу следует видоизменить. Чтобы понять характер этих изменений, рассмотрим группу из трех нейтронов, имеющих разные импульсы p_1, p_2, p_3. Они могут родиться в одном из 8 спиновых состояний

$$\alpha\alpha\alpha,\ \alpha\alpha\beta,\ \alpha\beta\alpha,\ \beta\alpha\alpha,\ \alpha\beta\beta,\ \beta\alpha\beta,\ \beta\beta\alpha,\ \beta\beta\beta\ .$$

Все эти состояния равновероятны, если начальные состояния системы неполяризованы, а нейтроны рождаются независимо. Соотношение типа /9/ относится к состояниям $\alpha\alpha\alpha$ и $\beta\beta\beta$. В остальных состояниях интерферирует только пара нейтронов, а третий из них привносит в формулу фактор $I^2(p_i a)$, включаемый затем в $|\mathfrak{M}|^2$. В итоге эффект корреляции есть сумма определителя третьего порядка и всех его главных миноров

$$P^{(3)}=\frac{1}{2^2}\left\{\begin{vmatrix}1 & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & 1 & b_{23}\\ b_{31} & b_{32} & 1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & b_{12}\\ b_{21} & 1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & b_{23}\\ b_{32} & 1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1 & b_{31}\\ b_{13} & 1\end{vmatrix}\right\}. \qquad /18/$$

Все они, как это следует из формул /6/, /8/, входят в сумму с одинаковыми весами. Физически это естественно: представим, что все импульсы сильно различаются, тогда интерференция должна исчезнуть, вклады всех состояний уравняются, $P^{(n)}\to 1$. Действительно, если $p_i\,/\,q_{ij}\to 0$ для любых i, j, то все $b_{ij}\to 0$, и каждый из миноров стремится к единице.

Ясно, что в общем случае m фермионов в спиновом состоянии α и $n-m$ фермионов в спиновом состоянии β дадут в общую вероятность вклад, равный произведению двух главных миноров определителя $n\times n$ - одного минора размерностью $m\times m$ и другого - размерностью $(n-m)\times(n-m)$; множества элементов этих миноров не должны пересекаться. Фактор $P^{(n)}$ для n нейтронов есть сумма всех парных разложений определителя $D^{(n)}$ по главным минорам; например, при $n=4$ в $P^{(4)}$, кроме определителя 4-го порядка $D^{(4)}$ и суммы четырех определителей 3-го порядка, $D^{(3)}$, получаемых из $D^{(4)}$ вычеркиванием k-ой строки и k-го столбца $(k=1,2,3,4)$; в сумму войдут и три произведения определителей 2-го порядка типа

$$\begin{vmatrix}1 & b_{12}\\ b_{21} & 1\end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix}1 & b_{34}\\ b_{43} & 1\end{vmatrix}.$$

Всю эту сумму следует разделить на общее число слагаемых - 2^{n-1} (это же правило работает и при $n=2$:

$$P^{(2)}=\frac{1}{2}\left[\begin{vmatrix}1 & b_{12}\\ b_{21} & 1\end{vmatrix}+1\cdot 1\right]).$$

В итоге получим для корреляций троек /четверок/ нейтронов формулы той же структуры /15/, /17/, что и для мезонов, но с другими коэффициентами κ_i : так, для троек нейтронов $\kappa_1=-\frac{1}{2}$, $\kappa_2=\frac{1}{2}$, для четверок $\kappa_1=-\frac{1}{2}$, $\kappa_2=\frac{1}{2}$, $\kappa_3=\frac{1}{4}$, $\kappa_4=-\frac{1}{4}$.

В полном соответствии с принципом Паули вероятность зарегистрировать n нейтронов с равными импульсами при $n>2$ равна нулю.

Из других свойств многочастичных корреляций /как бозонов, так и фермионов/ укажем на два. Во-первых, корреляции не сводятся к парным: в формулах /14/, /16/ имеются члены более сложной природы, такие как $Re(b_{12}\,b_{23}\,b_{31})$ и т.п. Следовательно, несостоятельной была бы попытка /наподобие предпринятой в [1,2] /объяснить корреляции между тройками мезонов парными корреляциями. Последние могут воспроизвести только $1/2(n-2)!$ часть высоты интерференционного максимума в точке $\vec{p}_1=\vec{p}_2=\dots=\vec{p}_n$.

Во-вторых, интерференционные корреляции n частиц должны полностью совпадать с корреляциями в группе из $n-1$ частиц, когда импульс оставшейся n-ой частицы сильно отклоняется от величины импульсов других частиц группы:

$$P^{(n)}(p_1,\dots,p_n)\to P^{(n-1)}(p_1,\dots,p_{n-1}), \qquad /19/$$

когда $b_{in}\to 0$ для всех $i\neq n$. Это естественное свойство легко выводится из свойств детерминантов /пермутантов/. В итоге коэффициенты κ в формулах типа /15/, /17/ для разных $P^{(n)}$, стоящие при членах однаковой структуры, должны между собой совпадать /ср. κ_1, κ_2 в формуле /15/ с κ_1, κ_2 в формуле /17//.

§4. Условия наблюдения эффекта

В опытах [1, 2] о наличии многочастичных корреляций свидетельствовало распределение телесных углов Ω_{ijk} /для троек мезонов/ или их суммы $\Omega=\Sigma\Omega_{ijk}$ /для четверок/: опыт подтверждает, что у мезонов одного знака малые значения Ω_{ijk} или Ω встречаются чаще, чем среди разноименных мезонов. Наша формула /12/ также позволяет путем моделирования рассчитать распределение Ω_{ijk} /или Ω / и убедиться в наличии эффекта. Но ясно, что предпочтительней было бы воспользоваться - при прочих равных условиях - многомерными распределениями разностей 4-импульсов q_{ij} : в них эффект может выразиться гораздо сильнее, ибо угловые переменные Ω его во всяком случае частью затушевывают.

Многомерность пространства q_{ij} затрудняет поиски эффекта, но не делает их безнадежными. Мыслима, например, нижеследующая процедура, которая сводится к определению аналитического выражения для фона $f(p_1,\dots,p_n)$ в этом пространстве, после чего уже можно обратиться к методу максимума правдоподобия.

Положим в /12/ для простоты $n=3$ и $\mathfrak{M}\equiv 1$. В отсутствие интерференционных эффектов $(P^{(n)}\equiv 1)$ в /12/ можно проинтегрировать по $p_4,\dots,p_n$:

$$d\sigma = S_{N-2}(P_0-p_1-p_2-p_3)\prod_1^3 \frac{d^3\vec{p}_i}{2\omega_i}, \qquad /20/$$

где $S_n(p)$ - фазовый объем n частиц с суммарным 4-импульсом $p\,(p^2\equiv M^2)$. Известно[8], что приближенно

$$S_n(p)\sim (M^2)^{\tilde{n}(N,M^2)},$$

где показатель $\tilde{n}$ линейно зависит от N с коэффициентами, зависящими от M^2. Ныне обычно работают с инклюзивными реакциями, когда N вообще не фиксировано. Это значит, что распределение по $\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3$ в отсутствие каких-либо интерференционных корреляций следует искать в виде

$$f(\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3)=(\omega_1\omega_2\omega_3)^{-1}\,[(P_0-p_1-p_2-p_3)^2]^{\tilde{n}} \qquad /21/$$

с неизвестным показателем $\tilde{n}$. Наличие в /12/ фактора $|\mathfrak{M}|^2\not\equiv 1$ может усложнить вид функции $f(\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3)$, однако в принципе он может быть определен - это даст фон, на котором можно начать искать интерференционные корреляции.

Простейший путь определения фона из опыта состоял бы в том, чтобы взять по одному мезону из трех разных событий *. Набрав достаточно большое число таких заведомо некоррелированных троек мезонов, можно их статистической обработкой подтвердить или отвергнуть гипотезу /21/ и при появлении достаточно малых χ^2 определить параметры фонового распределения $f(\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3)$. После этого остается присваивать тройкам тождественных мезонов /из одного события/ с импульсами $\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3$ вес $1/f(\vec{p}_1,\vec{p}_2,\vec{p}_3)$ и подгонять экспериментальную выборку с такими весами под формулу /14/. Это даст искомые параметры $\vec{R}$ и r.

Автор пользуется случаем поблагодарить М.И.Подгорецкого и В.Л.Любошица за многочисленные дискуссии.

Литература

1. K.Boesebeck, G.Kraus et al. Nucl.Phys., B52, N 1, 189, 1973.
2. J. Le Guyader, M.Sene. Nucl.Phys., B52, N 2, 422, 1973.
3. G.Goldhaber, S.Goldhaber, W.Lee, A.Pais. Phys.Rev., 120, 300, 1960.
4. В.Г.Гришин, Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 13, 1116, 1971.
5. Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 15, 392, 1972.
6. Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 18, 656 , 1973.
7. R.F.Amann, P.M.Shah. Phys.Letters. 42B, 353, 1970.
8. Г.И.Копылов. Основы кинематики резонансов. "Наука", М, 1971, гл. 6.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июня 1973 года.

* Мезоны разных знаков из одного события могут обладать корреляциями неинтерференционного происхождения и для определения фона не годятся.