

10/12

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



С 346.46  
М-916

P2 - 7178

3318/2-73

М.М.Мусаханов

РАДИАЦИОННОЕ ПИОН-ПРОТОННОЕ  
РАССЕЯНИЕ В ОБЛАСТИ  $\Delta$  (1236)-РЕЗОНАНСА

**1973**

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

P2 - 7178

М.М.Мусаханов \*

РАДИАЦИОННОЕ ПИОН-ПРОТОННОЕ  
РАССЕЯНИЕ В ОБЛАСТИ  $\Delta$  (1236)-РЕЗОНАНСА

*Направлено в ЯФ*

---

\* Институт ядерной физики АН Узб.ССР, Ташкент.

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

## §1. Введение

Амплитуда радиационного  $\pi p$ -рассеяния при резонансных энергиях содержит значительный вклад структурного излучения. Так, вклад магнитного момента изобары в области резонанса пропорционален  $\omega / (\omega - \omega_0 + i\Gamma/2)$  /  $\omega$  - энергия фотона,  $\Gamma$  - ширина резонанса / и при  $\omega \approx \Gamma/2$  сравним с вкладом от магнитного момента протона. Это обстоятельство, а также то, что для процесса  $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \gamma$  существует кинематическая конфигурация, при которой подавлен вклад излучения зарядов  $\pi^+$ -мезона и протона / "деструктивная" интерференция /, стимулировало проведение эксперимента /1/ по исследованию радиационного  $\pi^+ p$ -рассеяния. Впервые вопрос о возможности выделения структурного излучения в этом процессе рассматривался в работе Кондратюка и Пономарева /2/, а затем в работе Фишера и Минковского /3/. В этих работах амплитуда, связанная с излучением заряда изобары, восстанавливалась с помощью градиентной инвариантности. Однако, как показано в работе /4/, такая процедура неоднозначна, и корректное выделение вклада структурного излучения возможно лишь в рамках какой-либо модели. Ниже, в §2 подробно рассматривается вклад от излучения заряда изобары в рамках модели, где изобара  $\Delta(1236)$  рассматривается как нестабильная частица спина 3/2 /г.н. изобарная модель/. Электромагнитное взаимодействие вводится минимальным образом. Учитывается также вклад аномального магнитного момента изобары. Амплитуда процесса  $\pi p \rightarrow \pi p \gamma$  в этом случае содержит единственный параметр - магнитный момент изобары.

Вопрос о возможных параметрах рассмотрен в §3, где с помощью РСАС и алгебры токов исследован "мягкопионный" предел амплитуды \*. В этом пределе амплитуда процесса  $\pi p \rightarrow \pi p \gamma$  выражается через матричный элемент аксиального тока  $\langle p | J_{\mu}^A | p \pi \rangle$ , который был рассмотрен в работе /5/, где анализировались результаты экспериментов /6,7/ по нейтринорождению пионов. Итак, исследование "мягкопионного" предела позволяет определить ряд параметров амплитуды  $\pi p \rightarrow \pi p \gamma$ .

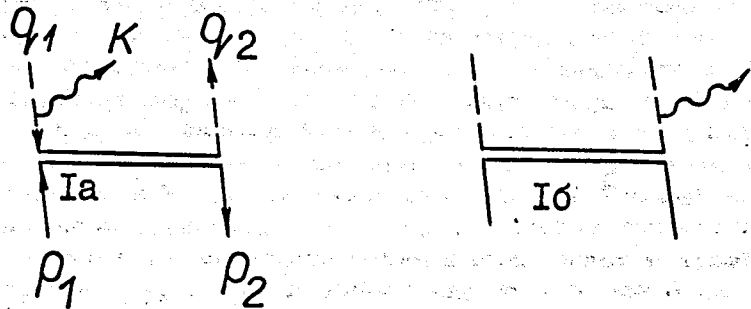
В §4 рассмотрена амплитуда процесса в коллинеарной кинематике. Оказалось, что в этом предельном случае амплитуда радиационного процесса начинается с членов, линейных по энергии фотона. Вероятно, эта кинематика наиболее благоприятна для измерения магнитного момента изобары.

В §5 обсуждается сечение процесса  $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \gamma$  и проводится сравнение с результатами недавнего эксперимента /1/. Эти результаты приводят в рамках модели к величине магнитного момента изобары.  $\mu_{\Delta^{++}} = 3,6 \pm 2$  /в единицах  $e\hbar/2m_p c$  /. Отметим, что теория  $SU(6)$ -симметрии предсказывает  $\mu_{\Delta^{++}} = 2\mu_p$ .

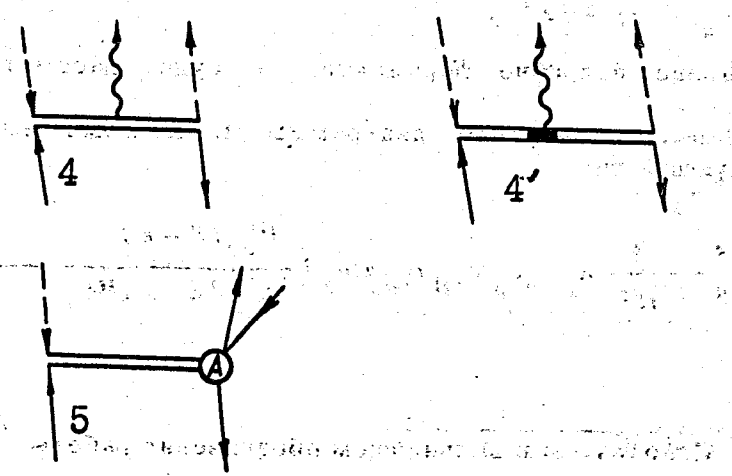
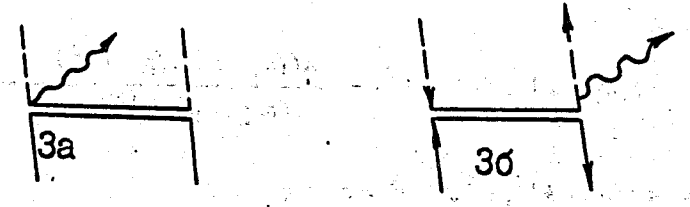
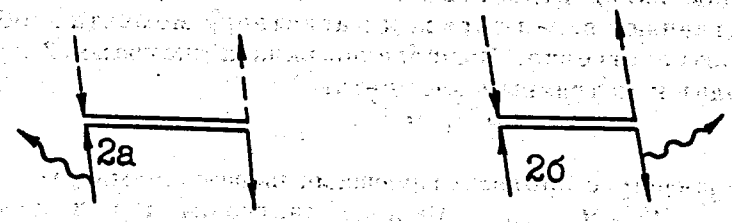
В приложении рассмотрены выражения для лагранжиана и пропагатора, применяемые при вычислениях.

§2. Амплитуда процесса  $\pi^+(q_1)p(p_1) \rightarrow \pi^+(q_2)p(p_2)\gamma(k)$

Используем лагранжиан ( $\Pi_5$ ) и пропагатор ( $\Pi_6$ ) и выпишем диаграммы, дающие вклад в наш процесс:



\* Сходные результаты были получены ранее в работах /8,9/, посвященных фоторождению 2-х пионов.



Обсудим вклад отдельных диаграмм. Диаграммы 4 и 4' представляют вклад заряда и магнитного момента изобары соответственно. Вычисление вклада диаграмм 2 и 4' приводит к матричным элементам\*

$$M^2 + M^{4'}$$

совпадающим с соответствующими выражениями работы /2/  $(M^2 + M^{4'})_{кп}$ . Вклады диаграмм 1 и 3 можно представить в виде

$$\begin{aligned} M^{1a} + M^{3a} &= \phi_1 (M^{1a} + M^{3a})_{кп}, \\ M^{1б} + M^{3б} &= \phi_2 (M^{1б} + M^{3б})_{кп}. \end{aligned} \quad /1/$$

Здесь

$$\phi_1 = \phi((q_1 - k)^2, (p - k)^2) = \frac{\lambda((q_1 - k)^2, (p - k)^2)}{\lambda(m_\pi^2, (p - k)^2)},$$

$$\phi_2 = \phi((q_2 + k)^2, P^2), \quad P = p_1 + q_1$$

формфакторы по массе виртуального  $\pi$ -мезона в диаграммах 1<sup>а</sup> и 1<sup>б</sup>. Вклады диаграмм 3<sup>а</sup> и 3<sup>б</sup> также должны содержать эти формфакторы, так как лагранжиан ( $\Pi_5$ ) получен заменой

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu.$$

Более подробно формфактор  $\phi$  будет рассмотрен в §3.

Займемся вкладом диаграммы 4, который имеет следующий вид:

$$\epsilon_\mu M_\mu^4 = \frac{e}{m_\pi^2} \lambda_1 \lambda_2 \epsilon_\mu q_1 \beta q_2 \alpha u(p_2) \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P - k)}{S_2 - M^2 + iM\Gamma_2}.$$

\* Используем в дальнейшем обозначения работы /2/.

$$\Gamma_{\mu,\rho\sigma} \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{S_1 - M^2 + iM\Gamma_1} u(p_1), \quad /2/$$

где

$$S_1 = P^2, \quad S_2 = (P - k)^2,$$

$$\Gamma_{1,2} = \Gamma(S_{1,2}), \quad \lambda_{1,2} = \lambda(m_\pi^2, S_{1,2}),$$

$$k_\mu \Gamma_{\mu,\rho\sigma} = 2(\Lambda_{\rho\sigma}(P - k) - \Lambda_{\rho\sigma}(P)),$$

$$\Lambda_{\rho\alpha}(P) \Pi_{\alpha\sigma}(P) = \Pi_{\rho\alpha}(P) \cdot \Lambda_{\sigma\sigma}(P) = (P^2 - M^2) \delta_{\rho\sigma}.$$

Сумма матричных элементов  $\epsilon_\mu (M_\mu^1 + M_\mu^2 + M_\mu^3 + M_\mu^4 + M_\mu^{4'})$  не является градиентно-инвариантной, так как:

а/ знаменатели пропагаторов содержат мнимую часть, связанную с шириной изобары;

б/ ввели зависимость  $\lambda$  и  $\Gamma$  от энергии, следуя /2/;

в/ ввели формфактор  $\phi$  в матричные элементы  $M^1$  и  $M^3$ .

Используя /1/ и /2/ и формулы /4-9/ из работы /2/, находим, что

$$k_\mu (M_\mu^1 + M_\mu^2 + M_\mu^3 + M_\mu^4 + M_\mu^{4'}) = -k_\mu M_\mu^5 = \frac{2e}{m_\pi^2} q_2 \alpha q_1 \beta u(p_2)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ (2Pk \lambda_1 \lambda_1' + \lambda_1^2 \frac{\phi_2 - 1}{2}) \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{S_1 - M^2 + iM\Gamma_1} + \right. \\ & \left. + (2Pk \lambda_2 \lambda_2' - \lambda_2^2 \frac{\phi_1 - 1}{2}) \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P - k)}{S_2 - M^2 + iM\Gamma_2} + \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \lambda_1 \lambda_2 \frac{-2Pk iM\Gamma' \Pi_{\alpha\beta}(P) + iM\Gamma_1 (\Pi_{\alpha\beta}(P) - \Pi_{\alpha\beta}(P - k))}{(S_1 - M^2 + iM\Gamma_1)(S_2 - M^2 + iM\Gamma_2)} \right\} u(p_1),$$

$$\lambda' = \frac{\partial \lambda(m_\pi^2, P^2)}{\partial P^2}, \quad \Gamma' = \frac{d\Gamma(P^2)}{dP^2}, \quad \phi' = \frac{\partial \phi(q^2, P^2)}{\partial q^2}.$$

/3/

Пользуясь /3/, найдем, что дополнительное слагаемое, необходимое для восстановления градиентной инвариантности, имеет вид:

$$M_\mu^5 = -\frac{2e}{m_\pi^2} q_{2a} q_{1\beta} \bar{u}(p_2) \left\{ \frac{(2p_\mu \lambda_1 \lambda' + \lambda_1^2 \cdot \phi' : q_{2\mu}) \Pi_{\alpha\beta}(P)}{S_1 - M^2 + iM\Gamma_1} + \right. \\ \left. + [2P_\mu \lambda_2 \lambda' + \lambda_2^2 (\phi' q_{1\mu} + \frac{\partial \phi}{\partial P^2} P_\mu)] \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P-k)}{S_2 - M^2 + iM\Gamma_2} + \right. \\ \left. + \lambda_1 \lambda_2 \frac{-2P_\mu iM\Gamma' \Pi_{\alpha\beta}(P) + iM\Gamma_1 d\Pi_{\alpha\beta}(P')/dP'_\mu |_{P'=P}}{(S_1 - M^2 + iM\Gamma_1)(S_2 - M^2 + iM\Gamma_2)} \right\} u(p_1).$$

/4/

При получении /4/ мы предположили, что первое слагаемое связано с диаграммами 1<sup>б</sup>, 2<sup>б</sup>, 3<sup>б</sup>, второе - с 1<sup>а</sup>, 2<sup>а</sup>, 3<sup>а</sup>, а третье и четвертое - с 4.

После несложных вычислений найдем выражение для  $M^4 + M^5$  в системе покоя изобары:

$$\epsilon_\mu (M^4 + M^5) = \frac{2e}{m_\pi^2} \left\{ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{M(E-M+i\frac{\Gamma_1}{2})(E-M-\omega+i\frac{\Gamma_2}{2})} \right.$$

$$\left. [(E-M-\omega+i\frac{\Gamma_1}{2})\omega_2 \epsilon_e q_{1r} + (E-M+i\frac{\Gamma_1}{2})\omega_1 \epsilon_r q_{2e}] + \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{\lambda_1^2 \phi'(\vec{\epsilon} \vec{q}_2)}{E-M+i\frac{\Gamma_1}{2}} + \frac{\lambda_2^2 \phi'(\vec{\epsilon} \vec{q}_1)}{E-M-\omega+i\frac{\Gamma_2}{2}} \right] q_{2e} q_{1r} \right\} d_{er},$$

/5/

где  $d_{er} = \delta_{er} - \frac{1}{3} \sigma_e \cdot \sigma_r$  и опущен вклад от нормального магнитного момента.

Разность между /5/ и формулой /13/ из работы /2/ сводится к выражению

$$\epsilon_\mu (M^4 + M^5) - \epsilon_\mu (M^4 + M^5)_{\text{КП}} =$$

$$\frac{2e}{m_\pi^2} \left\{ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{M(E-M+i\frac{\Gamma_1}{2})(E-M-\omega+i\frac{\Gamma_2}{2})} \left[ (\frac{\omega}{2} + i\frac{\Gamma_1 - \Gamma_R}{2}) \omega_1 q_{2e} \epsilon_r - \right. \right. \\ \left. \left. - (\frac{\omega}{2} - i\frac{\Gamma_1 - \Gamma_R}{2}) \omega_2 q_{1r} \epsilon_e \right] + \left[ \frac{\lambda_1^2 \phi'(\vec{\epsilon} \vec{q}_2)}{\epsilon - M + i\frac{\Gamma_1}{2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\lambda_2^2 \phi'(\vec{\epsilon} \vec{q}_1)}{E-M-\omega+i\frac{\Gamma_2}{2}} \right] q_{2e} q_{1r} \right\} d_{er},$$

/6/

что заметно меняет заключения работы /2/.

### §3. "Мягкопионный" предел и параметры в амплитуде $\pi^+(q_1)p(p_1) \rightarrow \pi^+(q_2)p(p_2)\gamma(k)$

Под "мягкопионным" пределом понимается предел  $q_2 \rightarrow 0$ . Применим алгебру токов  $SU(2) \times SU(2)$ , гипотезу PCAC и вычислим

$$iq_{2\nu} T_{\mu\nu} = iq_{2\nu} \int dx e^{-iq_2 x} \langle f | \theta(x) [J_\nu^{A,+}(x), J_\mu^{em}(0)] | i \rangle =$$

$$= -T_\mu^A - i \frac{m_\pi^2 f_\pi}{q_2^2 - m_\pi^2} M_\mu.$$

/7/

Здесь  $T_\mu^A = \langle f | J_\mu^{A+} | i \rangle$ ,  $M_\mu = \langle \pi^+(q_2) | f | J_\mu^{em} | i \rangle$  и использована гипотеза PCAC и коммутатор алгебры токов

$$\partial_\mu J_\mu^{A+} = m_\pi^2 f_\pi \phi_{\pi^+}, [J_0^{A+}(\vec{x}, 0), J_\mu^{em}(0)] = -J_\mu^{A+}(0) \delta^3(\vec{x}) + \dots$$

Выберем  $|i\rangle = |\pi^+(q_1) p(p_1)\rangle$ ,  $|f\rangle = |p(p_2)\rangle$  и будем далее считать фотон виртуальным ( $k^2 \neq 0$ ).

Переходя к пределу  $q_2 \rightarrow 0$ , получим

$$\lim_{q_2 \rightarrow 0} \epsilon_\mu \tilde{M}_\mu = -\frac{i}{f_\pi} \epsilon_\mu T_\mu^A, \quad /8/$$

где  $\tilde{M}_\mu = M_\mu$  минус вклад диаграмм излучения мягкого пиона внешними линиями в псевдовекторной теории.

Вычислим левую часть /8/ с помощью лагранжиана /П5/ и пропагатора /П6/. Так же как в §2 введем форм-фактор  $\phi$  и зависимость  $\lambda$  и  $\Gamma$  от энергии.

В пределе  $q_2 \rightarrow 0$  остается вклад контактной диаграммы 3<sup>б</sup>, равный

$$\lim_{q_2 \rightarrow 0} \epsilon_\mu \tilde{M}_\mu = \frac{e\lambda^2}{m_\pi^2} \phi_3 \epsilon_\mu q_{12} \bar{u}(p_2) \frac{\Pi_{\mu\alpha}(P)}{S_1 - M^2 + iM\Gamma_1} u(p_1), \quad /9/$$

где  $\phi_3 = \phi(k^2, P^2)$ .

В правой части /8/ в области резонанса доминирует диаграмма 4

Из соображений ковариантности

$$i \langle p(p_2) | J_\mu^{A+} | \Delta^{++}(P) \rangle = \bar{u}(p_2) \{ A_1 \delta_{\mu\alpha} + (A_2 \frac{P_\nu}{m_p} +$$

$$+ A_3 \frac{P_{2\nu}}{m_p} + A_4 \gamma_\nu) \frac{1}{m_p} (\delta_{\mu\alpha} k_\nu - \delta_{\mu\nu} k_\alpha) +$$

$$+ (\frac{f_\pi}{m_\pi^2 - k^2} \frac{\lambda_1}{m_\pi} \phi_3 + \frac{1}{m_\pi^2} A_5) k_\mu k_\alpha \} u_\alpha(p). \quad /10/$$

Здесь  $A_i = A_i(k^2, P^2)$ .

Гипотеза PCAC приводит к соотношению

$$A_1 + \frac{k^2}{m_\pi^2} A_5 = f_\pi \frac{\lambda_1}{m_\pi} \phi_3. \quad /11/$$

Подставим /9/ и /10/ в формулу /8/. Легко заметить при этом, что амплитуда в нашей модели имеет правильный "мягкопионный" предел; если

$$A_1 = f_\pi \frac{\lambda_1}{m_\pi} \phi_3, \quad A_2 = A_3 = A_4 = 0. \quad /12/$$

В дополнение к этому из /11/ и /12/ следует, что

$$A_5 = 0. \quad /13/$$

Таким образом, в общем случае при произвольных  $A_2, A_3, A_4, A_5$  необходимо видоизменить формулу /9/ /диаграмма 3<sup>б</sup>/, добавив к ней выражение

$$\epsilon_\mu q_{12} \beta f_\pi^{-1} \bar{u}(p_2) \{ (A_2 \frac{P_\nu}{m_p} + A_3 \frac{P_{2\nu}}{m_p} +$$

$$A_4 \gamma_\nu) \frac{1}{m_p} (\delta_{\mu\alpha} k_\nu - \delta_{\mu\nu} k_\alpha) \} u_\alpha(p). \quad /14/$$

$$+ \frac{1}{m_\pi^2} A_5 (k^2 \delta_{\mu\alpha} - k_\mu k_\alpha) \} \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{S_1 - M^2 + iM\Gamma_1} u_\beta(p_1).$$

Выражение /14/ является градиентно-инвариантной величиной при  $q_2 = 0$ .

При переходе к физическим значениям импульса  $q_2$  необходимо сохранить это свойство /для градиентной инвариантности всей амплитуды процесса  $\pi p \rightarrow \pi p \gamma$  / и, вероятно, следует добавить линейное по  $q_2$  слагаемое

$$\epsilon_{\mu} q_{1\beta} \bar{u}(p_2) V((kq_2) \delta_{\mu\alpha} - q_{2\mu} k_{\alpha}) \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{S_1 - M^2 + iM\Gamma_1} u(p_1). \quad /15/$$

Причем все формфакторы  $A_i = A_i((k + q_2)^2, P^2)$ ,

$$V = V((k + q_2)^2, P^2).$$

Отметим, что формфактор  $V$  является полностью неопределенным. Далее предполагаем

$$V = 0. \quad /16/$$

Что касается формфакторов  $A_i$ , то для их оценки мы можем воспользоваться результатами анализа /5/ экспериментов /6,7/ по нейтринорождению пионов, из которого следует:

$$\text{а/ при } k^2 = 0 \quad A_1 = 1,2/PCAC/, \quad -A_2 = 0,3 \quad A_3 = A_4 = 0 \\ A_5 - \text{неопределенно} \quad /17/$$

$$\text{б/ } A(k^2, P^2 = M^2) = A(0, M^2) \left(1 - \frac{k^2}{m^2}\right)^{-2}, \\ m = (0,84 \pm 0,14) \text{ ГэВ.}$$

Далее предположим, что

$$A_5 = 0. \quad /18/$$

Это предположение позволяет определить формфактор  $\phi$  с помощью /11/ и /17/.

Далее, при значении  $A_2$ , данном в /17/, учет его был бы превышением точности, поэтому им пренебрегаем.

В итоге, при указанных выше предположениях /16/; /18/ и оценках /17/ приходим к амплитуде процесса  $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \gamma$ , где единственным параметром является магнитный момент изобары.

#### §4. Амплитуда в коллинеарной кинематике

Амплитуду радиационного процесса ( $a \rightarrow \beta \gamma$ ) можно выразить через амплитуду процесса ( $a \rightarrow \beta$ ) и ее производные с точностью до членов, линейных по импульсу фотона  $k = (\vec{k}, \omega)$ . Это утверждение составляет содержание теоремы Лоу /11/. Попробуем найти кинематические условия, при которых вклад структурного излучения сравним с амплитудой в приближении Лоу. Амплитуда процесса  $\pi^z(q_1)p(p_1) \rightarrow \pi^z(q_2)p(p_2)$ ,  $z = +, -$  имеет вид

$$T^z = A^z(s_1, t) + (\hat{q}_1 + \hat{q}_2) B^z(s_1, t), \quad /19/$$

$$s = (q_1 + p_1)^2, \quad t = (p_1 - p_2)^2.$$

Обозначим

$$\frac{\partial A}{\partial s} + (q_1 + q_2) \frac{\partial B}{\partial s} = \frac{\partial T}{\partial s}, \quad \frac{\partial A}{\partial t} + (\hat{q}_1 + \hat{q}_2) \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t}, \\ p_1 + q_1 = p, \quad p_1 - p_2 = \Delta. \quad /20/$$

Тогда первые два члена разложения по  $\omega$  для амплитуды  $\pi^z(q_1)p(p_1) \rightarrow \pi^z(q_2)p(p_2)\gamma(k)$  выглядят следующим образом:

$$\epsilon_{\mu} M_{\mu} = e \left\{ \left[ z \left( \frac{\epsilon q_2}{k q_2} - \frac{\epsilon q_1}{k q_1} \right) + \frac{\epsilon p_2}{k p_2} - \frac{\epsilon p_1}{k p_1} \right] T + \right. \\ \left. + 2k \Delta \left[ z \left( \frac{\epsilon q_2}{k q_2} - \frac{\epsilon q_1}{k q_1} \right) + \frac{\epsilon p_1}{k p_1} - \frac{\epsilon p_2}{k p_2} \right] \frac{\partial T}{\partial t} + \right. \\ \left. + 2k P \left( z \frac{\epsilon q_1}{k q_1} + \frac{\epsilon p_1}{k p_1} \right) \frac{\partial T}{\partial s} + z \left( \frac{\epsilon q_1}{k q_1} + \frac{\epsilon q_2}{k q_2} \right) \hat{k} B - \right.$$



$$\begin{aligned}
& -2P\epsilon(z+s)\frac{\partial T}{\partial s} - 2z\hat{\epsilon}B + \\
& + \frac{\mu_p}{2kp_1} B [2\hat{\epsilon}(kq_1 + kq_2) - 2(\epsilon q_1 + \epsilon q_2)\hat{k}] + \quad /21/ \\
& + \frac{\mu_p}{2kp_1} \frac{k\Delta}{kp_2} \hat{\epsilon} \hat{k} T + \frac{\mu'}{2m_p} [2\hat{\epsilon}A + 2(\epsilon q_1 + \epsilon q_2)B] - \\
& - \frac{\mu'}{2m_p} \left( \frac{\epsilon p_1}{kp_1} T \hat{k} + \frac{\epsilon p_2}{kp_2} \hat{k} T \right) + O(\omega), \\
& \mu' = \mu_p - 1.
\end{aligned}$$

Далее удобно перейти в с.ц.м.  $\vec{q}_1 + \vec{p}_1 = 0$ . Рассмотрим случай, когда  $\theta_{q_1 q_2} \ll 1$ ,  $|\theta_{q_1 k}| = |\theta_{q_2 k}| = \theta_{q_1 q_2}$ . В этом случае

$$\vec{q}_1 \approx \vec{\epsilon} \hat{q}_2 \approx \theta_{q_1 q_2} \hat{k}, \quad t = \Lambda^2 \approx \theta_{q_1 q_2}^2.$$

В пределе  $\theta_{q_1 q_2} \rightarrow 0$  амплитуда в приближении Лоу /выражение в фигурной скобке /21// стремится к нулю, а вся амплитуда становится порядка  $O(\omega)$ . Ясно, что в этом случае следует ожидать большого вклада от структурного излучения.

### §5. Реакция $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \gamma$ и магнитный момент изобары $\Delta^{++}$

В кинематике /2/, где подавлен вклад от зарядов, сечение выглядит следующим образом

$$\frac{d\sigma}{d\omega d\delta_1 d\delta_2} = \frac{\alpha}{72\pi^2} \frac{m_p^2 \cdot q_2 \cdot \omega}{m_p^4 q_1 E(E - \omega(1 + \frac{\omega_2}{q_2}))} (C_0 + C_1 \delta_1 + C_2 \delta_2)$$

$$\delta_{1,2} \leq 0,3, \quad \delta_{1,2} = 1 + \cos \theta_{1,2}, \quad \theta_{1,2} = (\hat{k}, \vec{q}_{1,2})$$

$$\begin{aligned}
C_0 &= |F_1(\phi_2 + \mu_2) - F_2(\phi_1 + \mu_1) - \frac{\omega}{q_2} F_5 + \frac{\omega}{q_1} F_6 + F_4|^2, \\
C_{1,2} &= |F_{1,2}|^2 ((4\phi_{2,1} - 1)\phi_{2,1} - 3\mu_{2,1}\phi_{2,1} - \frac{1}{2}\mu_{2,1}^2) + \\
& + |F_{2,1}|^2 [4A_{1,2}^2 - 2\mu_{1,2}\phi_{1,2}(1 + \frac{2q_{1,2}}{E_{1,2} - p_{1,2}}) - \\
& - \frac{3}{4}\mu_{1,2}^2 - 2\alpha_{1,2}(s_{1,2} + \mu_{1,2})] \quad /22/ \\
& + 2\text{Re} F_1^* F_2 [-4A_{1,2}(\phi_{2,1} + \frac{1}{4}\mu_{2,1}) + \phi_1 \phi_2 + \frac{3}{2}\mu_{1,2}\phi_{2,1} + \mu_{2,1}\phi_{1,2} \\
& + \frac{5}{4}\mu_1 \mu_2 + \alpha_{1,2}(\phi_{2,1} + \mu_{2,1}) + \frac{q_{1,2}}{E_{1,2} - p_{1,2}} \mu_{1,2}(\phi_{2,1} + \mu_{2,1})] \\
& + 2\text{Re} F_{1,2}^* (F_5, F_6) \frac{\omega_{2,1}}{q_{2,1}} (-4\phi_{2,1} + \frac{1}{2}\mu_{2,1}) + \\
& + 2\text{Re} F_{2,1}^* (F_5, F_6) \frac{\omega_{2,1}}{q_{2,1}} (-\phi_{2,1} - \frac{1}{2}\mu_{1,2} + 4A_{1,2}) + \\
& + 5|F_5, F_6|^2 \frac{\omega_{2,1}^2}{q_{2,1}^2} + 2\text{Re} F_{1,2}^* (F_4, -F_4) \frac{1}{2}(\phi_{2,1} - \mu_{2,1}) \\
& - 2\text{Re} F_{2,1}^* (F_4, -F_4) [5/2 A_{1,2} - \mu_{1,2} (7/8 + \frac{q_{1,2}}{E_{1,2} - p_{1,2}}) - \\
& - \phi_{1,2} - \alpha_{1,2}] \\
& + \frac{5}{8}|F_4|^2 - 7/2 \frac{\omega_{1,2}}{q_{1,2}} \text{Re}(F_5, F_6)^* (F_4, -F_4).
\end{aligned}$$

$$\mu_{1,2} = \mu_p \frac{q_{1,2}}{E_{1,2} - p_{1,2}} \left( 1 - \frac{2\mu_p - 1}{2\mu_p} \frac{p_{1,2}}{m_p} \right),$$

$$\phi_{1,2} = \left( 1 + \frac{2q_{1,2} k}{m_A^2 - m_\pi^2} \right)^{-2}$$

$$a_{1,2} = (+, -) q_{1,2}^2 \left( \frac{\phi_{1,2}}{q_{1,2} k} - \frac{1}{p_{1,2} k} + \dots - \phi' \right),$$

$$A_{1,2} = a_{1,2} + \frac{q_{1,2}}{\omega_{1,2} + q_{1,2}} + \frac{M_{1,2}}{4},$$

$$F_1 = \frac{\lambda_1^2 q_1}{E - M + i \frac{\Gamma_1}{2}}, \quad F_2 = \frac{\lambda_2^2 q_2}{E - M - \omega + i \frac{\Gamma_2}{2}},$$

$$F_4 = \frac{2\mu_\Delta}{3m_p} \frac{\lambda_1 \lambda_2 q_1 q_2 \omega}{(E - M + i \frac{\Gamma_1}{2})(E - M - \omega + i \frac{\Gamma_2}{2})},$$

$$F_5 = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{M} \frac{q_1 q_2 (E - M - \omega + i \frac{\Gamma_1}{2})}{(E - M + i \frac{\Gamma_1}{2})(E - M - \omega + i \frac{\Gamma_2}{2})},$$

$$F_6 = \frac{2\lambda_1 \lambda_2}{M} q_1 q_2 (E - M - \omega + i \frac{\Gamma_2}{2})^{-1}.$$

Обсудим формулу /22/.

Во-первых, в описанной выше кинематической конфигурации значения инвариантов  $kq_1$  и  $kq_2$ , входящих в формфактор  $\phi$ , близки к максимальным /при заданной энергии фотона/, следовательно, учет формфактора  $\phi$  необходим. Далее, структурное излучение дает в основном вклад в  $C_0$ , а  $C_1$  и  $C_2$  содержат, главным образом,

члены тормозного излучения в соответствии с результатами §3. Важной особенностью формулы /22/ является сильное сокращение в  $C_0$  при  $q_1 \approx 300$  мэВ/с,  $\mu_{\Delta^{++}} \approx 2\mu_p$ .

Обсудим недавно опубликованные результаты эксперимента /1/ по радиационному  $\pi^+p$ -рассеянию, проведенного в описанной выше кинематической конфигурации / $\delta_{1,2} < 0,3$ ;  $T_\pi = 294$  мэВ/. Измеренный энергетический спектр фотонов имеет в основном характер спектра фотонов от тормозного излучения, т.е.

$$\frac{d\sigma}{d\omega ds_1 ds_2} \approx \frac{1}{\omega},$$

что соответствует малости вклада от  $C_0$  в сечение. Анализ спектра фотонов измеренного в этом эксперименте до  $\omega = 100$  мэВ\* /первые семь экспериментальных точек/, с помощью формулы /22/ привел к значению

$$\mu_{\Delta^{++}} = 3,6 \pm 2 \quad (\chi = 5,13)$$

при  $m_A = 600$  мэВ,  $A_5 = 0$  в формулах /11/ и /17/, или при  $m_A = 800$  мэВ,  $A_5 = A_1$ . Поскольку  $A_1, A_5$  и  $m_A$  входят в амплитуду нейтринорождения пионов, исследование радиационного  $\pi p$ -рассеяния дает сведения о параметрах в амплитуде нейтринорождения пионов.

В заключение автор весьма признателен И.К.Поташниковой за проведение численных расчетов на ЭВМ.

Автор выражает глубокую благодарность Л.И.Лапидусу за поддержку и интерес к работе, а также Л.А.Кондратюку, Л.А.Пономареву и А.В.Тарасову за полезные обсуждения и ценные замечания. Автор весьма признателен К.Леунгу, приславшему таблицу экспериментальных данных.

### Приложение

Свободный лагранжиан поля со спином 3/2 имеет вид /13, 14, 15/

$$L_{\text{св}} = \bar{\psi}_\mu \Lambda_{\mu\nu} \psi_\nu - \Lambda_{\mu\nu} = (\partial + M) \delta_{\mu\nu} +$$

$$+ A(\gamma_\mu \partial_\nu + \gamma_\nu \partial_\mu) + B \gamma_\mu \hat{\partial} \gamma_\nu - C M \gamma_\mu \gamma_\nu,$$

\* Это ограничение связано с пределом применимости нашей модели.

где  $A \neq -1/2$  произвольное число,  $B = 3/2 A^2 + A + 1/2$ ,  $C = 3A^2 + 3A + 1$ .

Из / $\Pi_1$ / следует уравнение и дополнительные условия, исключающие лишние компоненты у вектор-спинора  $\psi_\mu$ .

$$\Lambda_{\mu\nu} \psi_\nu = 0, \quad \gamma_\mu \psi_\mu = \partial_\mu \psi_\mu = 0.$$

При контактном преобразовании

$$\psi_\mu \rightarrow \psi'_\mu = \psi_\mu + \alpha \gamma_\mu \gamma_\nu \psi_\nu, \quad \alpha \neq -1/4 \quad / \Pi_2 /$$

$$L_{CB}(\psi', A) = L_{CB}(\psi, A'),$$

где  $A' = A(1+4\alpha) + 2\alpha$ .

Пропагатор / $\Pi_6$ / также содержит параметр  $A$ , так как числитель пропагатора  $\Pi_{\alpha\beta}(P)$  находится из условия<sup>/12/</sup>

$$\Lambda_{\rho\alpha}(p) \Pi_{\alpha\tau}(p) = \Pi_{\rho\alpha}(p) \Lambda_{\alpha\tau}(p) = (P^2 - M^2) \delta_{\rho\tau}. \quad / \Pi_3 /$$

Однако из / $\Pi_2$ / следует, что равноправны любые значения параметра  $A$ , поскольку поля  $\psi_\mu$  и  $\psi'_\mu$  равнопригодны для описания поля со спином  $3/2$ .

Решение проблемы<sup>/15/</sup> состоит в таком включении взаимодействия, что

$$L_{b_3}(\psi', A) = L_{b_3}(\psi, A') \quad / \Pi_4 /$$

и использовании теоремы<sup>/16/</sup>, согласно которой физические наблюдаемые величины инвариантны по отношению к любому контактному преобразованию поля.

Согласно этой теореме амплитуды, получаемые с помощью лагранжианов / $\Pi_1$ /, / $\Pi_4$ / и пропагатора / $\Pi_6$ /, не будут зависеть от параметра  $A$ , а на промежуточных этапах вычислений мы можем использовать любое удобное значение этого параметра.

В результате получим:

$$L_{b_3} = \frac{\lambda}{i m_\pi} \bar{\psi} \theta_{\mu\nu} \psi_\nu (\partial_\mu + i e A_\mu) \phi_\pi +$$

$$+ e \bar{\psi}_\rho [Q_\Delta \Gamma_{\mu, \rho\tau} A_\mu + \frac{2}{3} \frac{\mu' \Delta}{2 m_p} i S_{\mu\nu, \rho\tau} F_{\mu\nu}] \psi_\tau,$$

где

$$\theta_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} + [Z + \frac{1}{2} A(1+4Z)] \gamma_\mu \gamma_\nu,$$

$$\Gamma_{\mu, \rho\tau} = -\gamma_\mu \delta_{\rho\tau} - A(\gamma_\rho \delta_{\mu\tau} + \gamma_\tau \delta_{\mu\rho}) - B \gamma_\rho \gamma_\mu \gamma_\tau, \quad / \Pi_5 /$$

$$S_{\mu\nu, \rho\sigma} = \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} \delta_{\rho\sigma} - (\delta_{\mu\rho} \delta_{\nu\sigma} - \delta_{\mu\sigma} \delta_{\nu\rho}) + \dots$$

$Q_\Delta$  и  $\mu' \Delta$  - заряд и аномальный магнитный момент изобары.

При условии, что изобара не должна давать вклада в  $s$ -волну  $\pi p \rightarrow \pi p$  реакции на пороге,  $Z = 1/2$ .

Пропагатор, следующий из / $\Pi_3$ /, имеет вид:

$$G_{\alpha\beta}(p) = \frac{\Pi_{\alpha\beta}(P)}{P^2 - M^2 + iM\Gamma(P^2)}, \quad \Pi_{\alpha\beta}(P) = (\hat{P} + M) [\delta_{\alpha\beta} +$$

$$+ \frac{1}{3} \gamma_\alpha \gamma_\beta + \frac{1}{3M} (\gamma_\alpha \hat{P}_\beta - \hat{P}_\alpha \gamma_\beta) + \frac{2}{3M^2} \hat{P}_\alpha \hat{P}_\beta] -$$

$$- \frac{P^2 - M^2}{M^2} \frac{1}{3} \frac{A+1}{2A+1} \left[ \frac{1}{2} \frac{A+1}{2A+1} \hat{P} \gamma_\alpha \gamma_\beta -$$

$$- \frac{A}{2A+1} M \gamma_\alpha \gamma_\beta + \gamma_\alpha \hat{P}_\beta + \frac{A}{2A+1} \hat{P}_\alpha \gamma_\beta \right].$$

При конкретных вычислениях удобно положить  $A = -1$ .

#### Литература

1. M.Arman et al. Phys.Rev.Lett., 29, 962 (1972).
2. Л.А.Кондратюк, Л.А.Пономарев. ЯФ, 7, 111 /1967/.
3. W.E.Fischer, P.Minkowski. Nucl.Phys., B36, 519 (1972).
4. А.П.Ванжа, М.М.Мусаханов. Сообщения ОИЯИ P2-6306, Дубна, 1972.
5. P.A.Schreiner, F.Von Hippel. Phys.Rev.Lett., 30, 339 (1973).
6. Y.Campbell et al. Phys.Rev.Lett., 30, 335 (1973).

7. C.Franzinetti. CERN NPA 69-10 (1969).
8. S.Adler: *Ann. of Phys.*, 50, 189 (1968).
9. P.Carruthers, H.W.Huang: *Phys.Lett.*, 24B, 464 (1967).
10. S.Adler, Y.Dothan. *Phys.Rev.*, 151, 1267 (1966).
11. F.E.Low. *Phys.Rev.*; 110, 974 (1958).
12. K.Dormuth, Y.Takahashi. *Progr. Theor. Phys.*, 44, 1077, 1970.
13. K.Johnson, E.C.G.Sudarshan. *Ann.Phys.*, (N.Y.), 13, 26, 1961.
14. C.Fronsdal, *N.Cim. Suppl.*, 9, 416, 1958.
15. L.M.Hath, B.Etemadi, J.Kimel. *Phys.Rev.*, D3, 2153, 1971.
16. S.Kamefuchi, L.O'Raifeartaigh, A.Salam. *Nucl.Phys.*, 28, 259, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел  
22 мая 1973 года.