

7167

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



7167

Экз. чит. зала
P2 - 7167

А.В.Ефремов

ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ
И МАСШТАБНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ
НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ

1973

ЛАБОРАТОРИЯ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

P2 - 7167

А.В.Ефремов

**ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ
И МАСШТАБНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ
НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ**

Направлено в ЯФ

и на Международный семинар по глубоко
неупругим и множественным процессам,
Дубна, 1973 г.

**Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ**

Summary

Recently we have proposed²⁻⁴ a method which allows one to take into account the scale invariance at small distances (1) for the processes in physical region. This method has been applied²⁻⁴ to the scattering in diffraction region, large angle scattering and deep inelastic ep-scattering with the results (3), (4) (5) correspondingly. The main points of the method could be formulated in terms of three simple rules: 1) t-subgraphs, 2) scaling and 3) factorization. In this work this is applied for an analysis of inclusive reactions, and results in the picture very similar to the multiperipheral or Regge type models but with additional fixed branch points $\sqrt{j-\alpha}$. In particular for the region of small missing mass we obtain the Exp. (8); for the fragmentation region - the Exps. (11), (12), without any difficulty with the triple Pomeron vertex if the Pomeron is $\sqrt{j-1}$; for the pionization region - the Exp. (14). In these regions the Feynman scaling is not immediate result of scale invariance (1). The behaviour for large $m_1 \gg 1$ is determined by the Exp. (18) and the decrease of cross section in this region could be agreed with automodelity in the ep-scattering, due to nonzero anomalous dimensions ε .

I. Введение

Последнее время^{1/1} все большее внимание уделяется принципу масштабной инвариантности /м.и./ на малых расстояниях, в основе которого лежит уверенность в отсутствии в физике сильных взаимодействий каких-либо размерных параметров за исключением масс частиц. Для амплитуд процессов /или функций Грина/ это означает, что в области, где все скалярные произведения внешних импульсов велики, амплитуды рассеяния являются однородными функциями импульсов:

$$T(\Lambda p_1 \dots \Lambda p_n) = \Lambda^{2\kappa} T(p_1 \dots p_n),$$

$$p_i p_j \sim p^2 \gg m^2,$$

причем показатель κ определяется размерностью внешних полей

$$2\kappa = 4 + (\ell_{\phi_1} + \dots + \ell_{\phi_n}) / 1a,$$

/отличной, вообще говоря, от канонических размерностей $\ell_{\pi} = -1$ и $\ell_N = -3/2$, например/.

Эта масштабная гипотеза /м.г./ касается взаимодействия далеко в нефизической области и не допускает непосредственной экспериментальной проверки. Для описания же реальных физических процессов необходим также учет и больших расстояний. Единое описание явлений на больших и малых расстояниях возможно сейчас только в ренормируемой квантовой теории поля,

простейшей из которых является теория юкавского типа с лагранжианом

$$\mathcal{L}_{int} = (4\pi g) \bar{\psi} \gamma_5 \psi \phi + 16\pi^2 h \phi^4 \quad /2/$$

/обобщенным на SU_2 - или SU_3 - симметрии/.

Одним из важнейших следствий м.г. для такой теории оказывается требование конечной ренормировки заряда^{/2,3/} /точнее, эквивалентность м.г. простому нулю функции Гелл-Манна-Лоу/.

К какой картине физических процессов на массовой поверхности приводит м.г.? Нам в какой-то мере удалось ответить на этот вопрос для целого ряда процессов: рассеяния в дифракционной области, упругого рассеяния на большие углы и глубоко неупругого рассеяния.

Для рассеяния в дифракционной области м.г. привела^{/5,2/} к картине реджевского типа

$$F(j, t) = C(t) [u(j) - B(t)]^{-1} C^T(t), \quad /3/$$

где $u(t)$, C и B - некоторые матрицы. Последние две известны нам только в виде рядов по ренормированным константам g и h . Полученная картина обладает всеми привлекательными чертами реджистики /связь особенностей только с передаваемыми квантовыми числами и факторизация вычетов/, однако, в дополнение к движущимся полюсам от функции $u(j)$ появляются и неподвижные точки ветвления типа $\sqrt{j-a}$, положение которых зависит от величины затравочных констант g_0 и h_0 . Причина же появления их та же, что и в квантовомеханическом рассеянии на потенциале $V(r) \rightarrow r^{-2}$ при $r \rightarrow 0$, т.е. м.и. на малых расстояниях. Одно из ветвлений может быть подходящим кандидатом на роль особенности Померанчука, причем для обеспечения приближенного постоянства сечений достаточно уже малой величины затравочной константы $g_0^2 \sim 0,12$. Другие же полезны для объяснения более тонких деталей рассеяния.

Для больших углов $S \approx t \gg m^2$ возникает картина, в которой доминирующую роль играют борновские

члены /если g_0^2 действительно мало!/. Для протон-протонного рассеяния, например,

$$\frac{d\sigma_{pp}}{dt} = \left| \frac{g^2}{S^{5-\epsilon_\pi}} \phi\left(\frac{t}{S}\right) + \frac{g_0^4}{S^{1+2\epsilon_N}} \psi\left(\frac{t}{S}\right) \right|^2, \quad /4/$$

где ϵ_π и ϵ_N - аномальные размерности пиона и нуклона /вдобавок мы предположили, что $F_\pi(t) \approx F_N(t)$ /.

Результат для глубоко неупругого νp -рассеяния, на первый взгляд, выглядит удивительно^{/6,7,2/}: несмотря на масштабную инвариантность автомодельность^{/8/} оказалась нарушенной:

$$f_{L,T}(q^2, S) \sim (-q^2)^{w(a)-\epsilon} \left(\frac{S}{-q^2}\right)^a, \quad \left(\left|\frac{S}{q^2}\right| \gg 1\right) \quad /5/$$

/a - положение ведущей особенности $[u(j) - B(t)]^{-1}$, L и T означают амплитуды процессов с поперечными и продольными квантами/. Сейчас все больше крепнет убеждение в том, что наблюдаемая автомодельность в этих процессах является, по-видимому, результатом динамической компенсации ϵ и w ^{/9/}.

Перечисленные выводы были получены нами методом, основанным на анализе^{/10/} асимптотического поведения диаграмм Фейнмана лагранжиана /2/. Результаты этого сложного анализа можно свести к трем простым "правилам игры".

1. Правило t -подграфов. Асимптотическое поведение диаграмм в области, когда некоторые из переменных велики, связано с интегрированием по малым расстояниям /масштабным режимом/ подграфов, сжатие которых в точку лишает диаграмму зависимости от соответствующих больших переменных / t -подграфы/.

2. Правило масштабности. Масштабный режим каждого из таких подграфов генерирует простой полюс по сумме меллиновских параметров, сопряженных соответ-

ствующим большим переменным, в точке, равной размерности подграфа*

$$\kappa = 2 - \frac{M}{2}(1 + \epsilon_M) - \frac{N}{2}(1 + \epsilon_N), \quad /6/$$

где M, N, ϵ_M и ϵ_N - числа мезонных и нуклонных внешних линий подграфа и их аномальные размерности. /Аномальные размерности возникли от суммирования по расходящимся частям/. При этом одновременно могут сжиматься только такие t -подграфы, которые либо целиком содержатся один в другом, либо вообще не имеют общих линий. Из /6/ видно, что чем больше число внешних линий t -подграфа, тем левее расположен генерируемый им полюс /меньшая степень больше переменной/.

3. *Правило факторизации.* Вычет в полюсах факторизуется из вклада сжатой полюсной части, зависящей от затравочных констант g_0 и h_0 , и вкладов слабосвязных частей диаграмм, оставшейся после сжатия /зависящей от ренормированных констант g и h /. Именно это важное свойство меллиновского образа вклада диаграмм позволяет просуммировать все порядки ведущего полюса всех диаграмм.

Данная работа посвящена применению метода для анализа инклюзивных процессов.

II. Анализ инклюзивных процессов

Удобным инструментом исследования инклюзивных процессов является т.н. обобщенная оптическая теорема /11/, которая связывает их сечения с мнимой частью амплитуды трехчастичного процесса /рис. 1/.

Ясно, что в зависимости от того, какие переменные велики, будут работать разные подграфы, т.е. механизм реакции в разных областях оказывается различным.

* Замена $3/2$ на 1 в члене $\frac{N}{2}(1 + \epsilon_N)$ произошла из-за вклада, вносимого внешними спинорными линиями.

$$(2\pi)^3 \omega_c \frac{d\sigma}{d^3 q_c} = f(S, \bar{q}_c) \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: A circular diagram with external lines } p_a, p_b, q_c \text{ and internal lines } S_{bc}, S_{ab}, M^2. \\ \text{Diagram 2: A similar diagram with external lines } a, b, c \text{ and internal lines } S_{ab}, M^2. \end{array} \right. = \frac{1}{S_{ab}} \text{disc}_{M^2}$$

Рис. 1

В области "недостающей массы" налетающей частицы $S_{ab} \equiv S \gg |S_{bc}| \equiv |t|$, $M^2 \approx m^2$ стягиваемые подграфы должны превращать исходную диаграмму в слабосвязную /рис. 2а/, зависящую

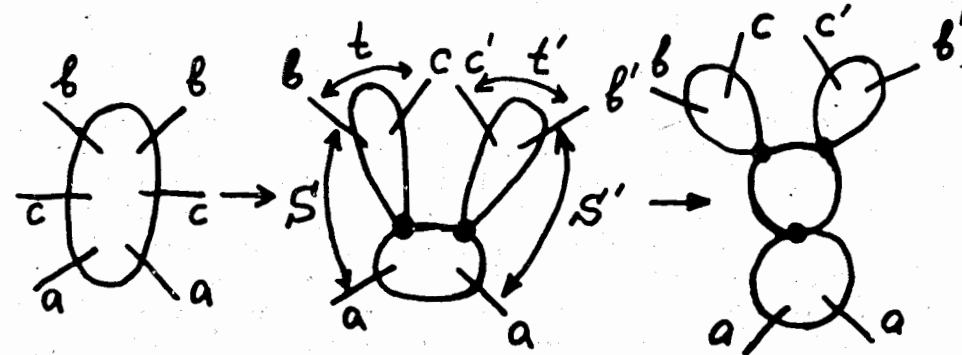


Рис. 2

только от S_{bc} и M^2 . При этом за старшую особенность ответственны t -подграфы с четырьмя внешними линиями. Таких t -подграфов может быть много. Для простоты мы будем временно считать, что "левые" частицы b и c отличны от "правых" / b' и c' /, т.е. $S_{ab} \neq S_{ab'}$. Согласно правилу 2, масштабный режим каждого из таких подграфов приводит либо к полюсу $(j - \kappa_4)^{-1}$ либо $(j' - \kappa_4)^{-1}$ (j и j' меллиновски сопряжены с S_{ab} и $S_{ab'}$). Суммирование всех таких полюсов в каждом наборе по существу

ничем не отличается от суммирования в дифракционной области /5/. Поэтому ответ имеет вид /сп. /3//

$$F(j, j'; t, t') = C_{bc}(t) [u(j) - B(t)]^{-1} \phi_{aa}(t, M^2 t') \times \\ \times [u(j') - B(t')]^{-1} C_{b'c'}(t'), \quad /7/$$

где величины u , B и C имеют те же что и в формуле /3/.

Асимптотическое поведение в этой области определяется положением и характером ведущих особенностей по j и j' , каковыми могут быть либо полюс при $j=a(t)$ /определяемый из условия $\det[u(t) - B(t)] = 0$ /, либо ветвление $\sqrt{j-a_0}$ /от $u(j)$ /. Первому случаю соответствует поведение ($S_{ab} = S_{ab'} = S$)

$$f(S, t, M^2) \sim \left(\frac{S}{S_0}\right)^{a(t)+a'(t)-1} C_{bc}(t) \phi_{aa}(t, M^2) C_{cb}(t). \quad /8/$$

Во втором случае $S \xrightarrow{a(t)} S_0 (\ln S)^{-3/2}$.

В области фрагментации $S_{ab}, M^2 \gg |S_{bc}|$ наряду с t -подграфами, рассмотренными выше, становятся существенны t -подграфы, "перетягивающие" нижний блок /рис. 26/. За старшую особенность снова ответственны t -подграфы с четырьмя внешними линиями. Стягивание их лишает диаграмму зависимости как от M^2 , так и от $S_{ab}, S_{ab'}$, т.е. генерируемые ими полюса имеют вид $(\mu + j + j' - \kappa_1)$, где μ - меллиновский параметр, сопряженный M^2 . Суммирование таких полюсов снова аналогично случаю дифракционного рассеяния и превращает меллиновский образ $\phi(t, M^2)$ в выражении /7/ в

$$\Phi(j, j' + \mu, t, t') = \chi(t, t') [u(j + j' + \mu) - B(0)]^{-1} C_{aa}(0). \quad /9/$$

Для сечения же в этой области возникает выражение, аналогичное т.н. "трехреджонному пределу":

$$f(S, t, M^2) = G(t) \frac{1}{S} \left(\frac{S}{M^2}\right)^{a+a'} \left(\frac{M^2}{S_0}\right)^{a_2(0)} \quad /10/$$

с дополнительными логарифмическими множителями в случае точек ветвления.

Видно, что автомодельное поведение /12/ сечения

$$f(S, t, M^2) = G(t)(x) \frac{a_a - a(t) - a'(t)}{S^{a_a - 1}}, \quad x = \frac{M^2}{S},$$

как и в обычном режидевском подходе, обязано $a_a(0) = 1$, т.е. приближенному постоянству полных сечений и не связано очевидным образом только с масштабной инвариантностью /1/. Таким образом, в основе автомодельности, по-видимому, лежит более глубокий динамический механизм /как и в глубоко неупругом ер-рассеянии/.

Выражение /11/ справедливо в области $\frac{S_0}{S} \ll x \ll 1$. Для области же $x \sim 1$ мы не имеем права учитывать только ведущие особенности по j, j' , поэтому для сечения можно записать лишь

$$f(S, M^2, t) \sim \int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty} dj dj' k(j, j', t)(x) \frac{a_a(0) - j - j' - a_a(0) - 1}{(S)} = \quad /12/ \\ = xK(x, t)(S)^{a_a(0) - 1}$$

В области пионизации $S_{ac}, S_{bc}, M^2 \gg m^2$ возможна дальнейшая детализация. Сжимаемые подграфы здесь должны лишать шестихвостую диаграмму зависимости от всех указанных переменных, т.е. превращать ее в слабосвязную диаграмму рис. 3. При этом сжатие t -подграфов типа V_b лишает диаграмму зависимости

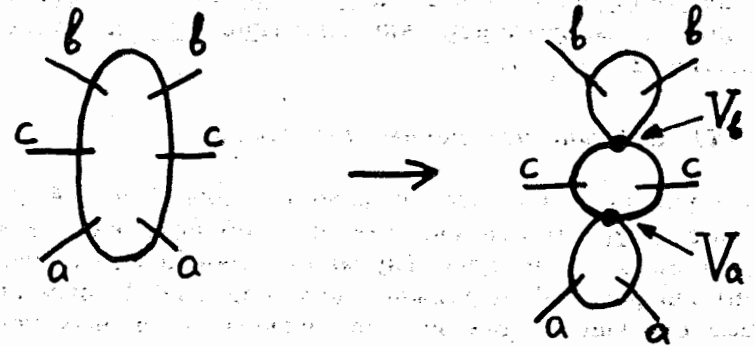


Рис. 3

от S_{bc} и M^2 одновременно, т.е. генерирует полюса $(j_b + \mu - \kappa_4)^{-1}$, сжатие же подграфов типа V_a генерирует полюса $(j_a + \mu - \kappa_4)^{-1}/j_a$ и j_b меллиновски сопряжены S_{ac} и S_{bc} . Суммирование таких полюсов дает

$$F(j_a, j_b, \mu) = C_{bb}(0) [u(j_b + \mu) - B(0)]^{-1} \chi_a(\mu) [u(j_a + \mu) - B(0)]^{-1} C_{aa}(0).$$

Переход к импульсным переменным с учетом только ведущих особенностей по $j_a + \mu$, $j_b + \mu$ приводит к сечению

$$f(S_{ac}, S_{bc}, M^2) \sim \frac{1}{S} \left(\frac{S_{ac}}{S_0} \right)^{a_a(0)} \times \left(\frac{S_{bc}}{S_0} \right)^{a_b(0)} \int_{\delta-l\infty}^{\delta+l\infty} d\mu \chi(a_a, a_b, \mu) \left(-\frac{S_{ac} S_{bc}}{S_0 M^2} \right)^{-\mu} \quad /13/$$

В области ионизации вместо S_{ac} , S_{bc} обычно используют переменные $m_\perp = \sqrt{q_\perp^2 + m_c^2}$ и $y = \text{arcsinh } q_\parallel / m_\perp / q_\perp$ и q_\parallel продольная и поперечная компоненты q_c в с.ц.м. /см. рис. 1//. В этих переменных

$$S_{ac} = \frac{\sqrt{S}}{2} m_\perp e^y, \quad S_{bc} = \frac{\sqrt{S}}{2} m_\perp e^{-y}, \quad \frac{M^2}{S} = x \approx \left(1 - \frac{2m_\perp}{\sqrt{S}} \text{chy} \right),$$

а сечение /13/ приобретает вид

$$f(S, \bar{q}_c) \sim S^{\frac{a_a + a_b}{2} - 1} m_\perp^2 \int_{\delta+l\infty}^{\delta-l\infty} d\mu \chi(a_a, a_b, \mu) \left(\frac{4m_\perp^2}{1 - \frac{2m_\perp}{\sqrt{S}} \text{chy}} \right)^{-\mu}. \quad /14/$$

Здесь мы снова сталкиваемся с тем обстоятельством, что автомодельное поведение /12/ не связано непосредственно с масштабной инвариантностью, а является следствием $a_a = a_b = 1$.

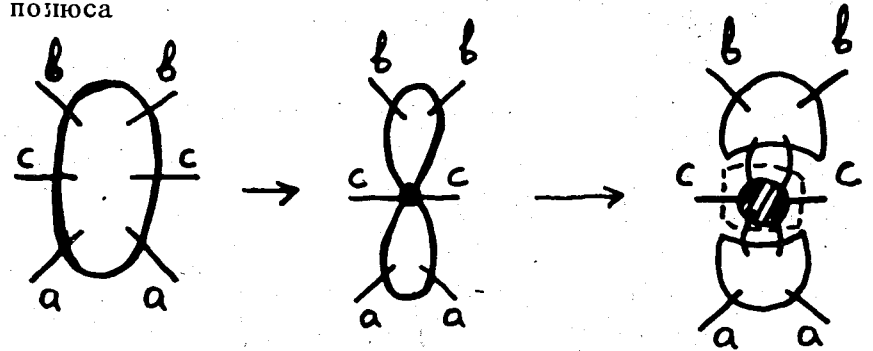
III. Большие поперечные импульсы

Полученные из м.г. выражения для сечений /как в области фрагментации, так и в области пионизации с малыми m_\perp / по существу мало отличаются от аналогичных выражений в реджевском подходе. Новым оказывается лишь появление неподвижных корневых точек ветвления. Однако масштабная гипотеза дополнительно

позволяет получить более подробные сведения о поведении сечений в области больших m_\perp .

Действительно как следует из /13/, /14/, поведение сечения определяется ведущей особенностью $\chi(\mu)$ по μ , т.е. такими t -подграфами, сжатие которых лишает диаграмму зависимости от S_{ac} и S_{bc} одновременно, т.е. превращает ее в диаграмму рис. 4.

Стягиваемые t -подграфы при этом оказываются по меньшей мере шестихвостыми /рис. 4б/ и генерируют полюса



/а/
Рис. 4

/б/
/в/

$$(j_a + j_b + \mu - \kappa_6)^{-1}, \quad \kappa_6 = -1 - \epsilon_c - 2\epsilon \quad /15/$$

/ ϵ_c аномальная размерность частицы c /. Суммирование этих полюсов мы проведем более подробно.

Пусть наибольший из сжимаемых подграфов включает $n+n'+1$ неприводимых в двухчастичном смысле ядер /рис. 5/

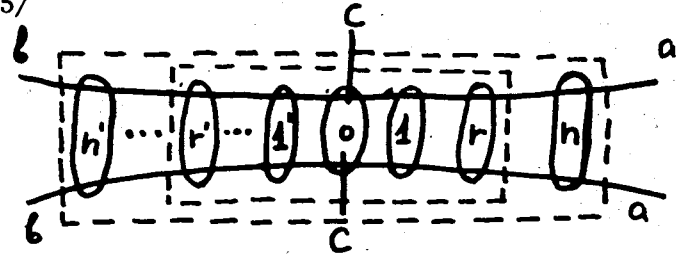


Рис. 5

Его вклад мы обозначим через $\chi_n^{n'}(j_a + j_b + \mu)$. Как целое, он генерирует в конформном режиме полюса /15/. Вычет же при этом полюсе факторизуется из аналогичного вклада следующего из сжимаемых подграфов χ_r^r и вклада слабосвязанных частей $c_{n-r}(j+\mu)$ и $c_{n-r'}(j+\mu)$. Учитывая все возможности внутреннего сжатия, можно написать рекуррентное соотношение

$$\chi_n^{n'}(j_a + j_b + \mu) = (j_a + j_b + \mu - \kappa_6)^{-1} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{r,r'=0}^{n,n'} c_{n-r}(j_a + \mu) \chi_r^r(j_a + j_b + \mu) c_{n-r'}(j_b + \mu) + \right.$$

$$\left. + r \chi_n^{n'}(j_a, j_b, \mu) - \chi_n^{n'}(j_a + j_b + \mu) \right\} \quad /16/$$

где $\chi_n^{n'}$ учитывает возможность отсутствия всяких внутренних сжатий, $c_0 \equiv 1$, а вычитание $\chi_n^{n'}$ в скобке необходимо во избежание повторного учета уже проведенного сжатия. Заметим, что это соотношение не зависит от сорта ядер, поэтому оно тривиально суммируется по всем их сортам. Суммирование его по n, n' немедленно приводит к уравнению

$$\chi(j_a + j_b + \mu)(j_a + j_b + \mu) = c(j_a + \mu) \chi(j_a + j_b + \mu) c(j_b + \mu) +$$

$$+ \chi(j_a + j_b + \mu) + r,$$

решение которого немедленно дает в точке $j_a + \mu = a_a$, $j_b + \mu = a_b$

$$\chi(\mu) = r(\mu - \mu_0)^{-1}$$

$$\mu_0 = a_a + a_b + 1 + \epsilon_c + 2\epsilon - [c(a_a)c(a_b) - 1].$$

Используя это, в выражении /14/ получаем поведение при $m_{\perp} \gg 1$

$$f(S, q_c) \sim S^{-\frac{a_a + a_b}{2} - 1} m_{\perp}^2 \left(\frac{1 - \frac{2m_{\perp}}{\sqrt{S}} \operatorname{chy}}{m_{\perp}^2} \right)^{\mu_0} \quad /18/$$

Заметим теперь, что входящие в /17/ $c(a)$ просто связаны с $w(a)$ в показателе степени $(-q^2)$ глубоко неупругого рассеяния

$$c(a) = w(a) + 1.$$

Можно ли одновременно обеспечить автомодельное поведение и наблюдаемое на эксперименте /13/ $pp \rightarrow \pi^+ X$ довольно быстрое падение $\sim m_{\perp}^{-2}$? Заметим попутно, что такое поведение автоматически получается в мультипериферической партонной модели /14/. Однако при этом возникает трудность с малой величиной σ_L / σ_T в глубоко неупругом рассеянии/.

Нам кажется интересной возможность, связанная с малыми $g_0^2, h_0 \sim g_0^4$ и $\epsilon \sim g_0^2$. Действительно, пусть матрица ϵ диагональна /т.е. $\epsilon_{\pi N} = \epsilon_N = \epsilon$ /, старшее собственное значение матрицы $w(a)$ равно ϵ , а другое отрицательно

$$\lambda_1 \approx \frac{w_{\pi\pi} w_{NN} - w_{\pi N}^2}{w_{\pi\pi} - w_{NN}} = \epsilon,$$

$$\lambda_2 \approx (w_{\pi\pi} + w_{NN}) < 0.$$

Разложение же для r в выражении /16/ начинается с члена

$$\chi_0^0 \approx g_0^2 (j_a + j_b + \mu - \kappa_6) = g_0^2 w(w-2),$$

соответствующего несвязной диаграмме рис. 6.

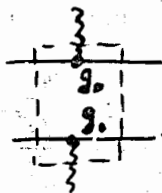


Рис. 6

Поэтому младшее собственное значение λ_1 идет с малым вычетом g_0^4 и работает старшее собственное значение. Величину его нетрудно подобрать такой, чтобы обеспечить нужное убывание. Впрочем, эта возможность требует более внимательного изучения. Интересно заметить также, что выражение /18/ удивительно правильно описывает /15/ поведение по S . Ясно, во всяком случае, что изучение зависимости от q^2 в глубоко неупругих процессах и больших поперечных импульсов в инклюзивных дает интересные сведения об аномальных размерностях, т.е. о поведении коммутаторов на световом конусе.

Заметим в заключение, что в области пионизации наряду со сжатиями /рис. 3/ возможны также сжатия с перестановкой линий b и c . Применяя наш метод, нетрудно убедиться в том, что этот случай приводит к сечению, падающему быстрее, чем S^{-1} .

Автор считает своим приятным долгом поблагодарить А.М.Балдина, И.Ф.Гинзбурга и Д.В.Ширкова за полезные обсуждения.

Литература

1. G. Galileo. "Discorsi e demostazioni . . . intorno a due nuove scienze . . ." Leiden, 1638.
/перевод соч. т. 1, Гостехиздат, 1934/
см. также обзор. P. Carruthers. Phys. Rep., 10, 1 (1971).
2. И.Ф.Гинзбург, А.В.Ефремов. Масштабная инвариантность, элементарные частицы и рассеяние при высоких энергиях в квантовой теории поля. Труды конференции по аксиоматич. свойствам, Москва, 1972.

3. А.В.Ефремов. Препринт ОИЯИ Е2-6612, Дубна, 1972.
4. I.F. Ginzburg. Lett. Nuovo Cimento., (1973).
5. А.В.Ефремов и др. Труды семинара по аналитическим свойствам. Скрипхов, 1969, стр. 69;
В.М.Буднев и др. ТМФ 6, 55 /1971/.
6. А.М.Поляков. ЖЭТФ 59, 542 /1970/.
7. A.V. Efremov, I.F. Ginzburg. Phys. Lett., 36B, 371 (1972).
8. В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. ЭЧАЯ 2, 7 /1971/.
9. E. Ethim. N.C., 13A, 427 (1973).
10. А.В.Ефремов, О.И.Завьялов. Межд. конф. по физике высоких энергий, Дубна, 1964.
О.И.Завьялов. ЖЭТФ 47, 1090 /1964/; ЯФ 1, 922 /1965/.
И.Ф.Гинзбург и др. ЯФ 9, 451 /1969/; 2, 868 /1969/; ТМФ 3, 171 /1970/.
11. О.В.Канчелли. ЖЭТФ-11, 397 /1969/.
А.Н.Мюллер. Phys. Rev., D2, 2963 (1970).
12. V.A. Matveev et al. Lett. N.C., 5, 907 (1972).
13. M. Jacob. Доклад на конф. в Батавии, 1972.
14. Е.М.Левин, М.Г.Рыскин. Phys. Lett., 1973.
15. D. Amati et al. CERN Prepr., TH-1597 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
21 мая 1973 года.